

Ingeniería Energética

Termodinámica

	<u>Sistemas termodinámicos</u>		<u>Gases Reales</u>		<u>Correlaciones generalizadas</u>
	<u>Calor y trabajo</u>		<u>Primer principio de la termodinámica</u>		<u>Aplicación del primer principio a sistemas abiertos</u>
	<u>Segundo principio de la termodinámica</u>		<u>Equilibrio de las transformaciones reales</u>		<u>Rendimiento y exergía</u>
	<u>Flujo compresible</u>		<u>Tablas de flujo compresible</u>		<u>Ciclos de máquinas térmicas que funcionan con gas</u>
	<u>Propiedades termodinámicas del vapor de agua</u>		<u>Ciclos de máquinas térmicas</u>		<u>Ciclos de refrigeración por compresión</u>
	<u>Ciclos de máquinas frigoríficas no convencionales</u>		<u>Criogenia</u>		<u>Aire acondicionado</u>
	<u>Combustión</u>		<u>Tablas de propiedades termodinámicas</u>		<u>Indice</u>

[Principal](#) - Termodinámica

**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA
ELECTRICA Y ENERGETICA**

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

**TERMODINÁMICA
TÉCNICA**

Pedro Fernández Díez

I.- SISTEMAS TERMODINÁMICOS

I.1.- INTRODUCCIÓN

La Termodinámica, en general, tiene por objeto el estudio de las leyes de transferencia de calor en sistemas en equilibrio.

SISTEMAS MACROSCÓPICOS.-Son aquellos que están constituidos por un gran número de partículas, siendo sus dimensiones notablemente más grandes que las de los átomos o las moléculas y están confinados por una superficie cerrada, real o ideal, de forma que a su través puede haber flujos de partículas y de energía. Todas las propiedades del sistema en su comportamiento respecto al medio exterior vienen caracterizadas por una serie de parámetros macroscópicos, internos y externos, tales como las propiedades de elasticidad, concentración, polarización, etc, que son,

Parámetros internos b_j , que dependen de la agitación de las partículas del sistema y de su reparto en el espacio, tales como la presión, densidad, polarización, etc.

Parámetros externos a_i , que definen la posición de otros sistemas respecto al sistema considerado, y son proporcionales a la masa o al número de partículas, como el volumen del sistema que está definido por la posición de otros sistemas que le envuelven y rodean, por lo que tales parámetros externos pueden definirse mediante cuerpos externos referenciales.

El *estado termodinámico del sistema* viene representado por un conjunto de parámetros macroscópicos linealmente independientes. Las magnitudes que sólo son función de los parámetros independientes en el instante considerado, son las funciones de estado.

El estado termodinámico de un sistema es *estacionario*, cuando sus parámetros permanecen constantes en el tiempo; si no existen fuentes de energía externas, el sistema se encuentra en un estado de equilibrio termodinámico. El estado termodinámico de un sistema es *transitorio*, cuando sus parámetros dependen del tiempo.

Una *transformación reversible*, es aquella para la cual las magnitudes macroscópicas que la caracterizan, en cada instante, están en la posición de equilibrio termodinámico o infinitamente próximas a él.

Los sistemas macroscópicos pueden ser:

Sistemas simples, también conocidos como sistemas ideales o perfectos; son homogéneos, isótropos, químicamente inertes, no están sometidos a campos de fuerzas, no tienen cargas eléctricas, su viscosidad es cero, etc.

Sistemas abiertos, que son aquellos que interaccionan a través de la pared cerrada que los limita, flujos de materia y/o energía, con el medio exterior.

Sistemas cerrados, que son aquellos que tienen un número de partículas constante. A través de la pared cerrada que les limita puede haber flujo de energía, pero no de materia.

Sistemas aislados, que son aquellos que no intercambian ni masa ni energía a través de su superficie. Por ejemplo, un gas encerrado en un cilindro de volumen constante y de paredes impenetrables al calor, *paredes adiabáticas*, constituye un sistema razonablemente aislado.

Se aceptan para tal sistema las siguientes hipótesis, dictadas por la experiencia:

a) *Todo sistema aislado evoluciona espontáneamente hacia un estado final de equilibrio termodinámico (Primer postulado de la Termodinámica)*, caracterizado por una serie de parámetros macroscópicos, del que no puede salir sin la intervención de fuerzas exteriores, en cuyo momento dejará de ser aislado.

Desde un punto de vista estadístico, se puede decir que todo sistema macroscópico posee un estado termodinámico único, el más probable, hacia el cual tiende el sistema sin intervención de elementos exteriores al mismo, y que no abandonará espontáneamente.

b) La experiencia demuestra que cuando ponemos en contacto dos cuerpos A y B, independientemente de la igualdad o desigualdad de sus parámetros externos, pueden suceder dos casos,

b-1) Que se modifiquen sus parámetros, mezcla), alcanzándose un nuevo estado térmico, y sólo uno, no pudiéndose alcanzar otro estado térmico distinto. Los sistemas A y B están en equilibrio cuando, $T_A = T_B$, $P_A = P_B$, etc. En particular, cuando el contacto entre A y B sólo permita el paso del calor, pero no el de la masa, no mezcla), el estado final del equilibrio mutuo del conjunto (A + B) implica que, $T_A^* = T_B^*$; hay que hacer constar que A y B están aislados del exterior, pero como es natural, no entre sí.

b-2) Que no se modifiquen sus parámetros, en cuyo caso A y B están ya, de antemano, en equilibrio térmico.

Los *sistemas en estado de equilibrio termodinámico*, vienen caracterizados por los parámetros externos, y por una magnitud que caracteriza su estado interno. Esta magnitud que caracteriza el estado de los movimientos internos del sistema en equilibrio, tiene el mismo valor para todos los elementos del sistema por muy complejo que éste sea, y es independiente del número de partículas, viniendo determinada por los parámetros externos y por la energía propia de cada elemento del sistema.

La magnitud intensiva que mide la agitación térmica del sistema es la temperatura T, (*Segundo postulado de la Termodinámica*).

En consecuencia, como la energía del sistema es un parámetro interno, es función de los pará-

metros externos y de la temperatura en los estados de equilibrio termodinámico, es decir,

$$b_j = u = f(a_i, T) = f(a_1, a_2, a_3, \dots, T)$$

y en particular,

$$u = f(v, T)$$

Como corolario de la hipótesis (b-2), se establece la siguiente ley transitiva, llamada *Principio Cero de la Termodinámica*, en la que si los sistemas A y B están en equilibrio, así como los B y C, también lo estarán A y C, es decir, al ser, $T_A = T_B$, $T_B = T_C$ $T_A = T_C$.

Cuando un sistema está inicialmente en equilibrio a una temperatura T, y sufre una transformación volviendo de nuevo a la posición inicial, tendrá de nuevo la misma temperatura. El valor de la integral curvilínea de la temperatura es cero, ya que su valor depende solo de los estados inicial y final pero no del camino recorrido, por lo que su diferencial será total exacta,

$$\oint dT = 0$$

La temperatura se puede expresar en función de otras variables (p,v), por lo que,

$$T = T(p, v) ; dT = \left(\frac{T}{p}\right)_v dp + \left(\frac{T}{v}\right)_p dv = M dp + N dv$$

Al ser la ecuación diferencial de la temperatura una diferencial total exacta, se cumple el Teorema de Schwartz, que dice que tienen que ser iguales las segundas derivadas parciales cruzadas, es decir,

$$\left(\frac{M}{v}\right)_p = \left(\frac{N}{p}\right)_v ; \left(\frac{\frac{T}{p}}{v}\right)_{v,p} = \left(\frac{\frac{T}{v}}{p}\right)_{p,v}$$

lo que equivale a considerar que la temperatura es una función de estado.

I.2.- ECUACIONES DE ESTADO

El segundo postulado conduce a la existencia de las ecuaciones de estado del sistema, tanto energéticas como térmicas, es decir, a ecuaciones que relacionan la temperatura con los parámetros externos a_i , y con un parámetro de equilibrio interno cualquiera b_j , que puede ser de tipo energético o una fuerza generalizada.

a) Si al parámetro interno b_j se le denomina *energía interna U*, la ecuación de estado energética, $T = T(U, v)$, viene en la forma,

$$U = b_j = f(a_i, T) = U(a_i, T) = \dots = U(v, T)$$

deduciéndose a partir de ella magnitudes termodinámicas energéticas, como los calores específicos.

b) Si el parámetro interno b_j representa una fuerza generalizada A_i conjugada con el parámetro

externo a_i , la ecuación de estado térmica, $T = T(p, v)$ ó, $p = p(u, T)$, viene dada por,

$$A_i = A_i(a_1, a_2, a_3, \dots, T)$$

y de ella se puede evaluar la temperatura del sistema.

Las fuerzas generalizadas A_i son magnitudes físicas que actúan en el sistema como parámetros internos, y que van asociados a parámetros externos, destacando los siguientes:

El número total de ecuaciones de estado térmicas y energéticas viene determinado por el número de grados de libertad independientes que caracterizan el estado del sistema. Las ecuaciones de estado se obtienen experimentalmente, y se deducen de la Mecánica Estadística y de la Teoría Cinética de Gases.

Tabla I.1.- Parámetros, fuerzas generalizadas y ecuaciones de estado térmicas

Parámetro externo (a)	Fuerza generalizada (A)	Ecuación de estado térmica
Volumen V	Presión p	$p = p(v, T)$
Longitud L	Fuerza elástica F	$F = F(L, T)$
Tensión superficial	Superficie S	$S = S(\sigma, T)$
Carga eléctrica q	Fuerza electromotriz E	$E = E(\phi, T)$
Imantación B	Intensidad de campo J	$J = J(B, T)$

Los sistemas termodinámicos ideales están sometidos a la acción de una sola fuerza generalizada, y en consecuencia su comportamiento frente a los medios exteriores está caracterizado por un solo parámetro externo a_i ; dicho de otra forma, los sistemas ideales tienen dos grados de libertad.

La ecuación de estado térmica de estos sistemas ideales viene dada por,

$$p = p(v, T) \quad \text{ó} \quad f(p, v, T) = 0$$

y la ecuación de estado energética por, $U = U(v, T)$

I.3.- SUPERFICIE DE ESTADO

Las coordenadas de un punto de la superficie (p, v, T) representan los valores que tendrían la presión, el volumen específico y la temperatura cuando la sustancia estuviera en equilibrio. En las superficies (p, v, T) de una sola fase, el estado queda definido por dos cualesquiera de las propiedades presión, volumen específico y temperatura, puesto que todas ellas son independientes cuando sólo hay una fase presente.

Por lo tanto, en el estado de equilibrio termodinámico se tiene una función de la forma, $f(p, v, T) = 0$, que se llama superficie de estado, Fig I.1.

Fuera de esta superficie de estado no se puede dar el equilibrio termodinámico, aunque en ciertas condiciones puede tender a él.

Diferenciando la ecuación, $f(p, v, T) = 0$, se obtiene,

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dT$$

$$dv = \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT$$

$$dT = \left(\frac{T}{p}\right)_p dv + \left(\frac{T}{v}\right)_v dp$$

que es un conjunto de 3 ecuaciones diferenciales, con 6 derivadas parciales.

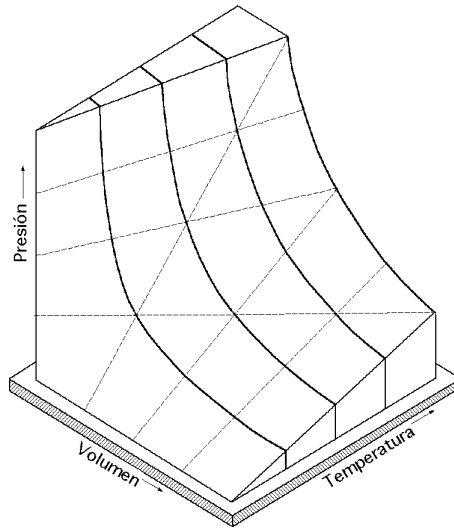


Fig I.1.- Superficie (p,V,T) de un gas perfecto

La relación entre las derivadas parciales se obtiene, por ejemplo, sustituyendo dv en dp ,

$$dp = \left(\frac{p}{v}\right)_T dv + \left(\frac{p}{T}\right)_v dT = \left(\frac{p}{v}\right)_T \left[\left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT \right] + \left(\frac{p}{T}\right)_v dT$$

$$\left[1 - \left(\frac{p}{v}\right)_T \left(\frac{v}{p}\right)_T \right] dp = \left[\left(\frac{p}{v}\right)_T \left(\frac{v}{T}\right)_p + \left(\frac{p}{T}\right)_v \right] dT$$

Sustituyendo dT en dv se obtiene,

$$dv = \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT = \left(\frac{v}{T}\right)_p \left[\left(\frac{T}{p}\right)_p dv + \left(\frac{T}{v}\right)_v dp \right] + \left(\frac{v}{p}\right)_T dp$$

$$\left[1 - \left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{T}{v}\right)_p \right] dv = \left[\left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{T}{p}\right)_v + \left(\frac{v}{p}\right)_T \right] dp$$

y sustituyendo dp en dT ,

$$dT = \left(\frac{T}{v}\right)_p dv + \left(\frac{T}{p}\right)_v dp = \left(\frac{T}{p}\right)_v \left[\left(\frac{p}{v}\right)_T dv + \left(\frac{p}{T}\right)_v dT \right] + \left(\frac{T}{v}\right)_p dv$$

$$\left[1 - \left(\frac{T}{p}\right)_v \left(\frac{p}{T}\right)_v \right] dT = \left[\left(\frac{T}{p}\right)_p \left(\frac{p}{v}\right)_T + \left(\frac{T}{v}\right)_p \right] dv$$

Las isothermas se definen como aquellas transformaciones en las que, $T = Cte$ $dT = 0$,

$$1 - \left(\frac{p}{v}\right)_T \left(\frac{v}{p}\right)_T = 0 \quad \left(\frac{p}{v}\right)_T = \frac{1}{\left(\frac{v}{p}\right)_T}$$

En la misma forma, para las isócoras o transformaciones que se realizan a, $v = \text{Cte}$, o las isobaras a, $p = \text{Cte}$, se tiene, respectivamente

$$\left(\frac{T}{p}\right)_v = \frac{1}{\left(\frac{p}{T}\right)_v} ; \quad \left(\frac{v}{T}\right)_p = \frac{1}{\left(\frac{T}{v}\right)_p}$$

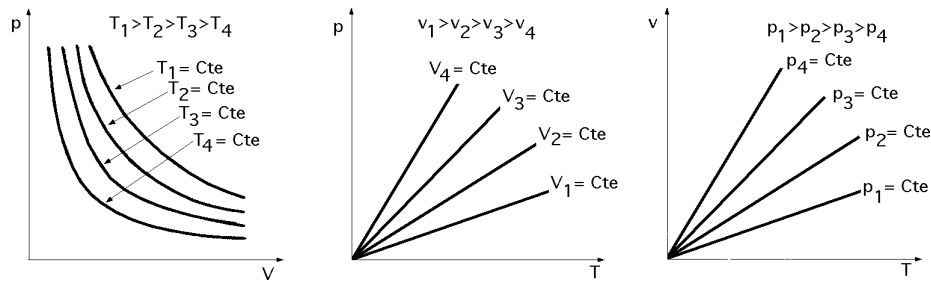


Fig I.2.- Diagramas planos de un gas perfecto

Asimismo, para cualquiera de las transformaciones anteriores se puede poner,

$$\left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{T}{p}\right)_v + \left(\frac{v}{p}\right)_T = 0 ; \quad \left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{T}{p}\right)_v = \frac{1}{\left(\frac{p}{v}\right)_T} ; \quad \left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{T}{p}\right)_v \left(\frac{p}{v}\right)_T = -1$$

que es otra relación entre las derivadas parciales.

En total se tienen 6 derivadas parciales y 4 relaciones entre ellas, por lo que habrá dos arbitrarias, a las que, dando un valor constante prefijado de antemano, podremos resolver el sistema.

A veces sucede que se conocen las derivadas parciales pero no la función; ésta se obtiene por integración, siendo más o menos complicada su obtención; la integración se convierte en una suma si las diferenciales son exactas, es decir, si cumplen el Teorema de Schwartz; entonces, la función depende sólo de los estados inicial y final de la transformación, pero no del camino recorrido.

La superficie de estado se puede representar en un sistema tridimensional, y se puede definir una transformación reversible (cuasiestática), como aquella que se realiza sobre la superficie, es decir, todos los puntos de la transformación están en condiciones de equilibrio termodinámico.

Las transformaciones irreversibles no están contenidas en la superficie de estado; para cualquiera de ellas se puede definir un tiempo de relajación, que es el tiempo que tardaría en volver a una posición de equilibrio, viniendo definida la velocidad de relajación por $\frac{a}{t}$, mientras que la velocidad de la transformación viene definida por $\frac{da}{dt}$, que para procesos cuasiestáticos es mucho más pequeña que la de relajación, es decir,

$$\frac{da}{dt} \ll \frac{a}{dt} \quad dt \gg$$

mientras que para procesos no estáticos se tiene,

$$\frac{da}{dt} > \frac{a}{dt} \quad dt <$$

COEFICIENTES DE DILATACIÓN, PIEZOTÉRMICO Y COMPRESIBILIDAD.- Si partimos de la ecuación, $v = f(p, T)$, diferenciándola, se obtiene,

$$dv = \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT$$

Dividiéndola por v queda en la forma,

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{v} \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T}\right)_p dT = -k dp + \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T}\right)_p dT$$

en la que se han definido, Coeficiente de dilatación, $\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T}\right)_p = \left(\frac{\ln v}{T}\right)_p$
 Coeficiente de compresibilidad, $k = -\frac{1}{v} \left(\frac{v}{p}\right)_T = -\left(\frac{\ln v}{p}\right)_T$

siendo k la variación relativa del volumen de un cuerpo a $T = \text{Cte}$, respecto a la presión a que se encuentra en ese instante.

El *coeficiente piezotérmico* se define en la forma,

$$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{p}{T}\right)_v = \left(\frac{\ln p}{T}\right)_v$$

En los sólidos, el coeficiente α disminuye con la temperatura, y para, $T = 0^\circ\text{K}$, $\alpha = 0$, (Tercer Principio).

El coeficiente k disminuye con T , pero para, $T = 0^\circ\text{K}$, resulta que, $k \rightarrow 0$, lo cual supone que a estas temperaturas, los sólidos se hacen más rígidos y menos compresibles.

Sustituyendo los valores de α , k y β , anteriormente encontrados, en la ecuación,

$$\left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{T}{p}\right)_v \left(\frac{p}{v}\right)_T = -1$$

se obtiene una relación entre ellos de la forma, $\alpha = \beta k$

A su vez, sustituyéndolos en,

$$dv = \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT$$

$$dv = v \alpha dT - v k dp$$

se obtiene, $dp = -\frac{dv}{v k} + \frac{\alpha}{k} dT$
 $dT = \frac{dv}{v \alpha} + \frac{dp}{\alpha k}$

que permiten determinar, por ejemplo, variaciones del volumen específico que tienen lugar cuando una sustancia experimenta variaciones diferenciales de presión y temperatura, o viceversa.

I.4.- ECUACIÓN DE ESTADO DE UN GAS PERFECTO

El gas perfecto constituye el sistema termodinámico más sencillo que se pueda imaginar, ya que en él, toda su energía interna, $U = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}}$, es de tipo cinético, es decir,

$$E_{\text{pot interna}} = 0 \quad ; \quad U = E_{\text{cin}}$$

Las moléculas que constituyen el gas se supone no tienen volumen (molecular) alguno, siendo asimilables a meros puntos materiales en el interior del volumen V ocupado por el sistema, y delimitado por las paredes del recipiente que le contiene. Para la determinación de la ecuación de estado térmica de un gas perfecto, vamos a suponer hacemos mediciones de la presión p y del volumen v de cada uno de los n moles del mismo, mantenido a una temperatura cualquiera T , representando el producto, pv , en función de p en un sistema cartesiano.

El valor del volumen molar v viene dado por, $v = \frac{V}{n}$

En general para un gas cualquiera la relación entre, $p v$, y p se puede expresar mediante una serie de potencias (o desarrollo del virial), en la forma,

$$p v = A (1 + B' p + C' p^2 + D' p^3 + \dots) = A \left(1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^3} + \dots\right)$$

en la que $A, B', C', D' \dots B, C, D \dots$ son los denominados coeficientes del virial, que dependen de la naturaleza del gas estudiado. Cuanto mayor sea el intervalo de presiones, mayor será el número de términos en el desarrollo del virial.

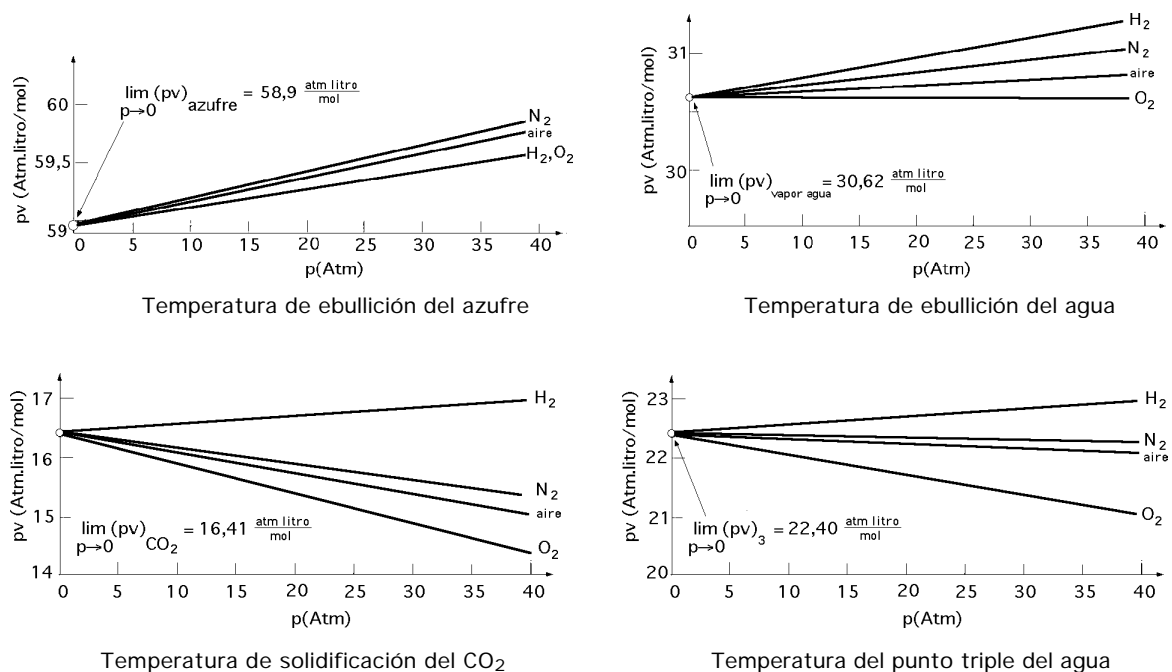


Fig I.3.- Diversos valores del producto pv en el límite de las bajas presiones

Ensayando diversos gases, se observa que cuando la presión se aproxima a 0, el producto, $p v$, de todos ellos tiende hacia el mismo valor para una determinada temperatura, Fig I.3. De aquí se deduce que, el primer coeficiente del virial A , es independiente de la naturaleza del gas, y depende

solo de la temperatura, es decir,

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV) = A(T)$$

A continuación se proponen cuatro gases que se encuentran a la temperatura de ebullición del azufre, a la temperatura de ebullición del agua, en el punto triple del agua y a la temperatura de solidificación del CO₂, obteniéndose para, $p \rightarrow 0$, lo siguiente,

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV)_{\text{Azufre}} = 58,9 \frac{\text{atm litro}}{\text{mol}}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV)_{\text{Vapor de agua}} = 30,621 \frac{\text{atm litro}}{\text{mol}}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV)_3 = 22,4 \frac{\text{atm litro}}{\text{mol}}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV)_{\text{CO}_2} = 16,4 \frac{\text{atm litro}}{\text{mol}}$$

De la definición de temperatura a volumen constante, se obtiene,

$$\frac{T}{T_3} = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{p}{p_3} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{pV}{p_3 V} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{pV}{(pV)_3}$$

en la que T_3 es la temperatura del punto triple.

Despejando,

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV) = \frac{\lim_{p \rightarrow 0} (pV)_3}{T_3} T = R T$$

y como,

$$A_3 = 22,4 \frac{\text{atm litro}}{\text{mol}} = \lim_{p \rightarrow 0} (pV)_3$$

resulta:

$$\frac{\lim_{p \rightarrow 0} (pV)_3}{T_3} = R = \frac{22,4 \frac{\text{atm litro}}{\text{mol}}}{273,16^\circ\text{K}} = 0,082 \frac{\text{atm litro}}{^\circ\text{K mol}}$$

El valor de R en otras unidades es,

$$R = 8,317 \times 10^7 \frac{\text{ergios}}{\text{mol } ^\circ\text{K}} = 8,317 \frac{\text{Joules}}{\text{mol } ^\circ\text{K}} = 1,987 \frac{\text{calorías}}{\text{mol } ^\circ\text{K}}$$

La ecuación de estado térmica de un gas en el límite de las bajas presiones, se obtiene sustituyendo el volumen molar v por $\frac{V}{n}$, en la forma:

$$\lim_{p \rightarrow 0} (pV) = n R T \quad ; \quad pV = n R T$$

I.5.- EXPRESIONES MATEMÁTICAS QUE DEFINEN UN GAS PERFECTO

El gas perfecto se puede definir también como aquel gas cuyas propiedades, aunque no se corresponden a las de ningún gas real existente, sean aproximadamente las de un gas real a bajas presiones.

Por definición, un gas perfecto debe reunir la siguiente condición,

$$\left(\frac{U}{p}\right)_T = 0$$

La ecuación de estado energética de un gas perfecto es,

$$\left(\frac{U}{v}\right)_T = \left(\frac{U}{p}\right)_T \left(\frac{p}{v}\right)_T = \left(\frac{p}{v}\right)_T = -\frac{R}{v^2} T = -\frac{p}{v} \quad 0 = 0$$

Teniendo en cuenta que, $\left(\frac{U}{v}\right)_T = 0$ y $\left(\frac{U}{p}\right)_T = 0$, se deduce que, $U = f(T)$, es decir, la energía interna de un gas perfecto depende sólo de la temperatura.

El que un gas real pueda ser tratado como un gas perfecto depende del error admisible en un cálculo dado; para presiones inferiores a dos atmósferas un gas se puede considerar como perfecto sin introducir un error superior a unas pocas unidades por ciento.

Aún en el caso de un vapor saturado en equilibrio con su líquido se puede utilizar la ecuación de los gases perfectos con un pequeño error, para presiones de vapor bajas.

De la ecuación de estado energética, $U = U(v, T)$, se obtiene,

$$\left(\frac{T}{v}\right)_U \left(\frac{U}{T}\right)_v \left(\frac{v}{U}\right)_T = -1 \quad \left(\frac{T}{v}\right)_U = \frac{-1}{\left(\frac{U}{T}\right)_v \left(\frac{v}{U}\right)_T} = -\frac{\left(\frac{U}{v}\right)_T}{\left(\frac{U}{T}\right)_v}$$

y como el calor específico a volumen constante es,

$$c_v = \left(\frac{U}{T}\right)_v \quad \left(\frac{U}{v}\right)_T = -c_v \left(\frac{T}{v}\right)_U$$

que es la variación de la energía interna con el volumen, a temperatura constante.

Asimismo se puede poner,

$$U = U(p, v) \quad dU = \left(\frac{U}{p}\right)_v dp + \left(\frac{U}{v}\right)_p dv$$

$$U = U(p, T) \quad dU = \left(\frac{U}{p}\right)_T dp + \left(\frac{U}{T}\right)_p dT$$

y como:

$$v = v(p, T) \quad dv = \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT$$

resulta,

$$dU = \left(\frac{U}{p}\right)_v dp + \left(\frac{U}{v}\right)_p \left\{ \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT \right\} = \left\{ \left(\frac{U}{p}\right)_v + \left(\frac{U}{v}\right)_p \left(\frac{v}{p}\right)_T \right\} dp + \left(\frac{U}{v}\right)_p \left(\frac{v}{T}\right)_p dT$$

que identificada con,

$$dU = \left(\frac{U}{p}\right)_T dp + \left(\frac{U}{T}\right)_p dT$$

permite obtener,

$$\left(\frac{U}{p}\right)_T = \left(\frac{U}{p}\right)_v + \left(\frac{U}{v}\right)_p \left(\frac{v}{p}\right)_T$$

que es la variación de la energía interna con la presión, a temperatura constante.

I.6.- RELACIÓN ENTRE LAS UNIDADES DE MASA Y EL MOL

Si se considera una mezcla de gases ideales compuesta por los constituyentes a, b, c..., la masa total m tiene que ser igual a la suma de las masas de los componentes,

$$m = m_a + m_b + m_c$$

Asimismo, el número de moles n presentes en la mezcla es,

$$n = n_a + n_b + n_c$$

La fracción molar de los constituyentes x viene definida por,

$$x_a = \frac{n_a}{n} \quad ; \quad x_b = \frac{n_b}{n} \quad ; \quad x_c = \frac{n_c}{n} \quad \quad x_a + x_b + x_c = 1$$

La relación que existe entre la masa y el mol es, $m = n M$, siendo M el peso molecular, por lo que el valor de m queda en la forma,

$$m = m_a + m_b + m_c \quad ; \quad n M = n_a M_a + n_b M_b + n_c M_c = \quad n_i M_i$$

y la masa M de la mezcla de gases como,

$$M = \frac{n_a}{n} M_a + \frac{n_b}{n} M_b + \frac{n_c}{n} M_c = \quad \frac{n_i}{n} M_i = x_a M_a + x_b M_b + x_c M_c$$

Cuando la masa viene dada en *moles*, se puede utilizar para todos los gases la constante universal,

$$R_0 = 848 \frac{\text{Kgm}}{\text{Kmol}^\circ\text{K}}$$

mientras que si la masa viene dada en *kg* hay que utilizar,

$$R = \frac{R_0}{M} = \frac{848}{M}$$

que es distinta para cada gas.

En la mezcla de gases ideales cada constituyente ocupa el volumen total V y su temperatura es la de la mezcla, mientras que la presión que ejerce es tan solo una fracción de la presión total.

El principio fundamental de los gases ideales que constituyen la mezcla es que ninguno de los presentes se ve afectado por la presencia de los demás; en consecuencia, tendremos que *la presión total de una mezcla isotérmica de varios gases es,*

$$pV = p_i V_i \quad ; \quad p = \frac{p_i V_i}{V} = \frac{p_a V_a}{V} + \frac{p_b V_b}{V} + \frac{p_c V_c}{V} + \dots$$

y cuando cada gas ocupe el volumen V , será,

$$p = p_a + p_b + p_c$$

que es la Ley de Dalton de las presiones parciales.

Aplicándola a la mezcla y a cada uno de los constituyentes i , se obtiene,

$$p_i V_i = n_i R_0 T_i \quad ; \quad pV = n R_0 T \quad ; \quad \frac{p_i V_i}{pV} = \frac{n_i R_0 T_i}{n R_0 T} = \frac{n_i T_i}{n T}$$

$$V = V_i \quad , \quad T = T_i \quad \frac{p_i}{p} = \frac{n_i}{n} = x_i \quad ; \quad p_i = p x_i$$

que dice, *La presión parcial y la fracción molar de cada constituyente son proporcionales.*

Tabla I.2.- Masa molecular, constante R y densidad de algunos gases

Gas	Masa molecular	$R = \frac{8,3143}{M} \frac{\text{kJ}}{\text{Kg} \cdot ^\circ\text{K}}$	Peso específico Kg/m^3
AIRE (sin CO ₂)	28,964	286,9	1,293
AMONIACO	17,031	488,1	0,7714
ANHIDRIDO CARBÓNICO	44	188,8	1,978
ARGÓN	39,944	208,3	1,784
ETILENO	28,031	296,8	1,2605
HIDROGENO	2,0156	4,127	0,0899
HELIO	4,002	2,08	0,1785
METANO	16,031	518,8	0,7168
NITRÓGENO	28,016	296,8	1,2505
MONÓXIDO DE CARBONO	28	297	1,25
OXIGENO	32	259,9	1,429

Si se supone que el volumen ocupado por la mezcla se divide mediante tabiques imaginarios en otros volúmenes más pequeños, en cada uno de los cuales se encuentra uno de los constituyentes que forman la mezcla, la presión ejercida por cada uno de ellos, y la temperatura a que se encuentran son las mismas que las de la mezcla, aunque ocupan únicamente una fracción del volumen total, llamado volumen parcial; al igual que antes se tiene,

$$n = n_a + n_b + n_c$$

$$\frac{pV}{R_0 T} = \frac{p_a V_a}{R_0 T_a} + \frac{p_b V_b}{R_0 T_b} + \frac{p_c V_c}{R_0 T_c} \quad ; \quad \frac{pV}{T} = \frac{p_i V_i}{T_i}$$

y al ser en este caso,
$$\begin{aligned} p &= p_a = p_b = p_c \\ T &= T_a = T_b = T_c \end{aligned} \quad V = V_a + V_b + V_c$$

que es la Ley de Amagat, o de Leduc, que dice que, *el volumen de una mezcla de gases ideales es igual a la suma de los volúmenes parciales que ocuparían cada uno de los gases constituyentes a una presión y temperatura igual a la de la mezcla.*

El volumen parcial, al igual que la presión parcial, es proporcional a la fracción molar,

$$\frac{p_i V_i}{p V} = \frac{n_i R_0 T_i}{n R_0 T} = \frac{n_i T_i}{n T}$$

$$p = p_i \quad , \quad T = T_i \quad \quad \frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} = x_i \quad ; \quad V_i = p V_i$$

que dice que, *los volúmenes específicos molares de la mezcla y de los constituyentes son iguales.*

II.- GASES REALES

II.1.- CONCEPTO DE GAS REAL

En los gases reales las moléculas están sujetas a una interacción mutua, caracterizada por una cierta energía potencial $E(r)$ función de la distancia intermolecular r . Esta energía suele tener la forma indicada en la Fig II.1, correspondiendo las fuerzas atractivas a las distancias grandes, y las repulsivas a las distancias pequeñas en las que, $r < r_0$, ya que dada la impenetrabilidad de las moléculas, de volumen finito, la distancia r no puede hacerse nunca nula.

Esta energía potencial toma la expresión aproximada siguiente, llamada de Lennard-Jones,

$$E_p(r) = - \left\{ 2 \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{12} \right\}$$

en la que,

$$E_p(r_0) = -e$$

es la energía potencial mínima, correspondiente a la separación de equilibrio, r_0 .

En los gases, debido al reducido valor de su densidad, la separación entre moléculas suele ser grande, siendo dominante el término atractivo, (el de potencia 6). En un gas real la presión efectiva disminuye por efecto de las interacciones moleculares, siendo la desviación del comportamiento respecto a un gas perfecto, tanto mayor, cuanto mayor sea el número de moléculas por unidad de volumen $\frac{N}{V}$, ya que las fuerzas intermoleculares, de corto alcance, son inversamente proporcionales a la séptima potencia de la distancia intermolecular.

Para, $r \gg r_0$, se deduce,

$$F = - \frac{dE_p}{dr} = - 12 E_p(r_0) \frac{r_0^6}{r^7} = - 12 \frac{r_0^6}{r^7}$$

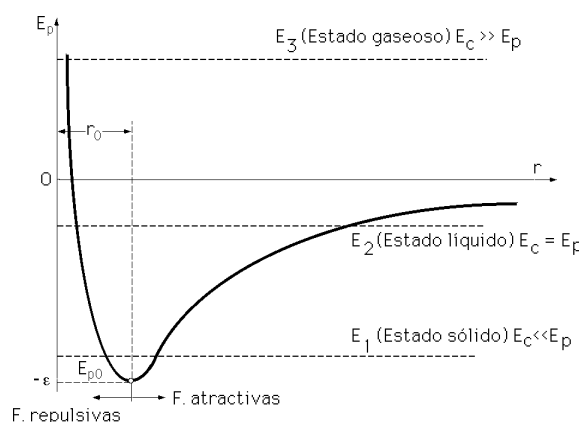


Fig II.1.- Pozo de potencial

En general, se puede pensar en la existencia de una ecuación de estado de la forma,

$$p = f\left(\frac{N}{V}, T\right), \quad \text{con} \quad \lim_{(N/V) \rightarrow 0} \frac{pV}{N} = kT$$

ya que en el campo de densidades muy bajas se tiene que obtener de nuevo la ecuación de los gases perfectos, por lo que conviene realizar el siguiente desarrollo en serie de potencias de $\frac{N}{V}$:

$$p = kT \frac{N}{V} + A \frac{N^2}{V^2} + B \frac{N^3}{V^3} + \dots$$

donde los coeficientes $A(T)$, $B(T)$, etc, son los denominados coeficientes del virial que pueden determinarse experimentalmente; así se tiene que, cuando,

$$A = B = \dots = 0 \quad (\text{Hipótesis de gas perfecto})$$

$$B = C = \dots = 0 \quad (\text{Hipótesis de gas de Van der Waals})$$

Como el número de moles correspondientes al número total de moléculas N del sistema viene dado por, $n = \frac{N}{N_0}$, siendo N_0 el número de Avogadro, de valor, $N_0 = 6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}$, podemos definir de nuevo la constante R de los gases mediante la expresión,

$$p = kT n \frac{N_0}{V} \quad ; \quad pV = n (kN_0) T = nRT$$

en donde se ha considerado que,

$$R = kN_0 = (1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Joules}}{\text{°K}}) (6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}) = 8,317 \frac{\text{Joules}}{\text{°K mol}}$$

II.2.- ECUACIÓN DE ESTADO DE LOS GASES REALES

La expresión E_p puede ser todo lo complicada que se quiera, pero cuando la forma del pozo de potencial es sencilla, pueden obtenerse por métodos estadísticos las ecuaciones de estado de los

gases reales en ciertas condiciones de presión y temperatura. Si suponemos que el pozo del potencial es cuadrado, siendo d el diámetro molecular (esferas rígidas impenetrables) y (a/d) el alcance de las fuerzas intermoleculares, podemos tomar como expresión para el pozo de potencial la siguiente,

$$E_p = \begin{cases} +\infty, & \text{para, } r < d \\ -\epsilon, & \text{para, } d \leq r \leq \alpha d \\ 0, & \text{para, } r > \alpha d \end{cases}$$

que se corresponde con un pozo de potencial cuadrado, Fig II.2.

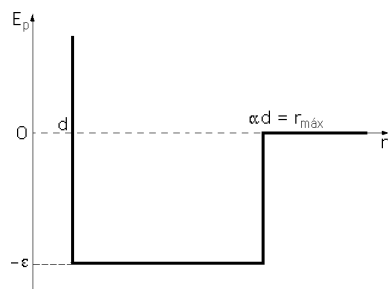


Fig II.2.- Pozo de potencial para la ecuación de Van der Waals

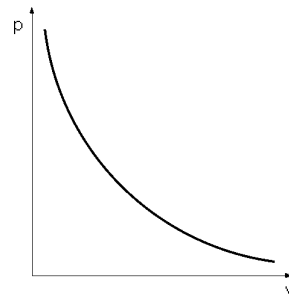


Fig II.3.- Isoterma de un gas ideal

Este tipo de pozo de potencial (cuya resolución se estudia en Mecánica Estadística) conduce a la ecuación de Van der Waals, de la forma,

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R T$$

en la que a y b son las constantes de Van der Waals. De la ecuación de Van der Waals, se pueden extraer dos tipos de conclusiones,

a) Todo sucede como si el volumen disponible para el movimiento de las moléculas fuese, $v - b$, debido al volumen no despreciable de las mismas.

b) La presión efectiva p se reduce en $\frac{a}{v^2}$ ya que las moléculas próximas al contenedor experimentan una fuerza hacia el interior del gas, originada por la atracción intermolecular, que reduce la intensidad del choque de las moléculas con la pared.

La energía interna U de un gas de Van der Waals viene dada por,

$$U = E_c + E_p$$

en donde la energía interna ya no es función sólo de la temperatura, como sucedía en los gases ideales, sino también del volumen.

Conocidas a y b para un fluido particular, se puede calcular p en función de v para varios valores de T . La Fig II.4 es un diagrama (p, v) esquemático que muestra tres de esas isotermas.

Para la isoterma, $T_1 > T_c$, la presión es una función monótona decreciente al aumentar el volumen molar; la isoterma crítica T_c presenta una inflexión horizontal en C, característica del punto crítico.

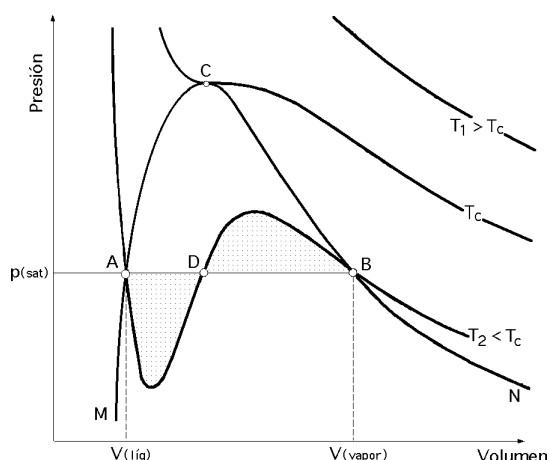


Fig II.4.- Isothermas de un gas de Van der Waals

ración, recta AB.

Este comportamiento no se puede representar analíticamente y hay que aceptar como inevitable el comportamiento poco realista de la ecuación de estado de Van der Waals en la citada región. Sin embargo el comportamiento (p,v) predicho en esta región por una ecuación de estado cúbica apropiada, no es del todo falso, ya que cuando la presión en un líquido saturado exento de zonas de nucleación de vapor tiende a disminuir, en un experimento cuidadosamente controlado, la vaporización no se presenta y la fase líquida persiste aún a presiones muy por debajo de su presión de vapor.

En forma similar, elevando la presión en un vapor saturado, en un experimento controlado, no se produce condensación y el vapor persiste a presiones bastante superiores a la presión de vapor. Estos estados de no equilibrio o metaestables en el líquido sobrecalentado o vapor subenfriado están próximos a los descritos por aquellas porciones de las isothermas que están situadas en la región difásica adyacente a los estados de líquido y vapor saturados, en el diagrama (p,v) .

Los parámetros a y b de la ecuación de Van der Waals se determinan por métodos experimentales para cada gas, cuando se aplica la ecuación de estado a casos concretos, viniendo algunos valores representados en la Tabla II.1.

Tabla II.1.- Valor de los parámetros a y b

Gas	"a", atm (litro ²)	b (litros)
Hidrógeno	0,245	0,0267
Helio	0,034	0,0236
Nitrógeno	1,38	0,0394
Oxígeno	1,32	0,0312
Dióxido de Carbono	3,6	0,0428
Cloruro de Hidrógeno	3,8	0,041
Amoníaco	4	0,036
Etileno	4,4	0,056

La ecuación de Van der Waals permite justificar los cambios de estado, cuya razón debe buscarse en la tendencia general de la Naturaleza a las configuraciones de estado de energía potencial mínima, compatible con las condiciones impuestas a los sistemas, puesto que en cualquier otra ocasión existe un trabajo útil que se puede desarrollar.

Así, en la licuación, un gas tendería a aproximar sus moléculas, realizando un trabajo positivo, y reduciendo en consecuencia su energía potencial E_p , por lo que, a medida que se enfría el gas, su energía de atracción intermolecular llega a ser dominante permitiendo un cambio de fase, con un brusco salto o discontinuidad en las magnitudes características de la materia. Según esto, un gas perfecto no puede licuarse, por cuanto por definición, tiene una energía potencial interna, $E_p = 0$, no existiendo por lo tanto ninguna tendencia a la licuación, ya que debería disminuir aún más su energía potencial, y esto ya no es posible por ser, $E_p = 0$.

FLUIDOS CONDENSABLES.- En las regiones bifásicas se presentan dos fases en equilibrio, líquido-vapor, sólido-líquido y sólido-vapor; las dos fases pueden coexistir durante los cambios de estado tales como la vaporización, fusión y sublimación. Dentro de las regiones bifásicas, la presión y la temperatura no son independientes, por lo que una no puede cambiar sin cambiar la otra también, es decir, a una presión se corresponde una y solo una temperatura, y viceversa.

En estas regiones el estado no se puede fijar por la temperatura y la presión, sino que queda fijado con el volumen específico y la presión o la temperatura. En la *línea triple* pueden coexistir en equilibrio las tres fases.

Un estado en el que empieza o termina un cambio de fase se denomina estado de saturación. La región con forma de campana compuesta de estados bifásicos líquido-vapor recibe el nombre de campana de Andrews. Las líneas que conforman la campana de vapor se llaman líneas de líquido saturado y de vapor saturado. En el máximo de la campana, donde se unen las líneas de líquido saturado y de vapor saturado, está el punto crítico.

La temperatura crítica T_c de una sustancia pura es la temperatura máxima en la que pueden coexistir las fases de líquido y vapor en equilibrio. La presión del punto crítico se llama presión crítica p_c , y el volumen específico en este estado es el volumen específico crítico v_c .

La superficie tridimensional (p,v,T) es útil para destacar las relaciones generales entre las tres fases de la sustancia pura en estudio. Sin embargo es conveniente trabajar con proyecciones bidimensionales de la superficie, que se estudian a continuación.

PROYECCIONES DE LA SUPERFICIE (p,v,T)

Diagrama de fases (p,T) .- Si la superficie (p,v,T) se proyecta sobre el plano (presión - temperatura), resulta un diagrama de fases, en el que las regiones bifásicas se reducen a líneas. Un punto de cualquiera de estas líneas representa todas las mezclas bifásicas a la temperatura y presión correspondientes a ese punto.

El término *temperatura de saturación* designa la temperatura a la que el cambio de fase tiene lugar para una presión determinada, llamada presión de saturación a dicha temperatura. Como resulta evidente en el diagrama de fases, para cada presión de saturación hay una única temperatura de saturación, y viceversa.

La *línea triple* de la superficie tridimensional (p,v,T) se proyecta en un punto sobre el diagrama de fases. Este punto se llama *punto triple*. El punto triple del agua se ha utilizado como estado de referencia a la hora de definir las escalas de temperaturas; por convenio, la temperatura asignada

al punto triple del agua es 273,16 °K; la presión medida en el punto triple del agua es 0,6113 kPa (0,00602 atm).

La línea que representa la región bifásica (sólido-líquido) sobre el diagrama de fases se inclina a la izquierda para sustancias que se expanden al congelarse, Fig II.5, y a la derecha para aquellas que se contraen, Fig II.6.

Aunque en los diagramas de fases se muestra una sola región para la fase sólida, los sólidos pueden existir en diferentes fases sólidas. Por ejemplo, para el agua en estado sólido (hielo) se han identificado siete formas cristalinas diferentes.

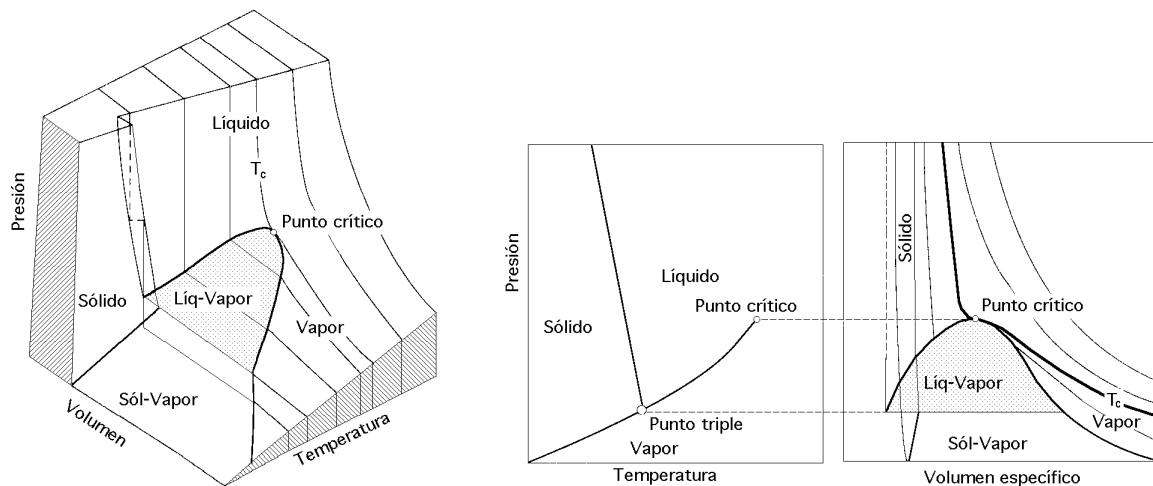


Fig II.5.- Superficie (p,v,T) para una sustancia que se expande al congelarse. Diagrama de fases y diagrama (p,v)

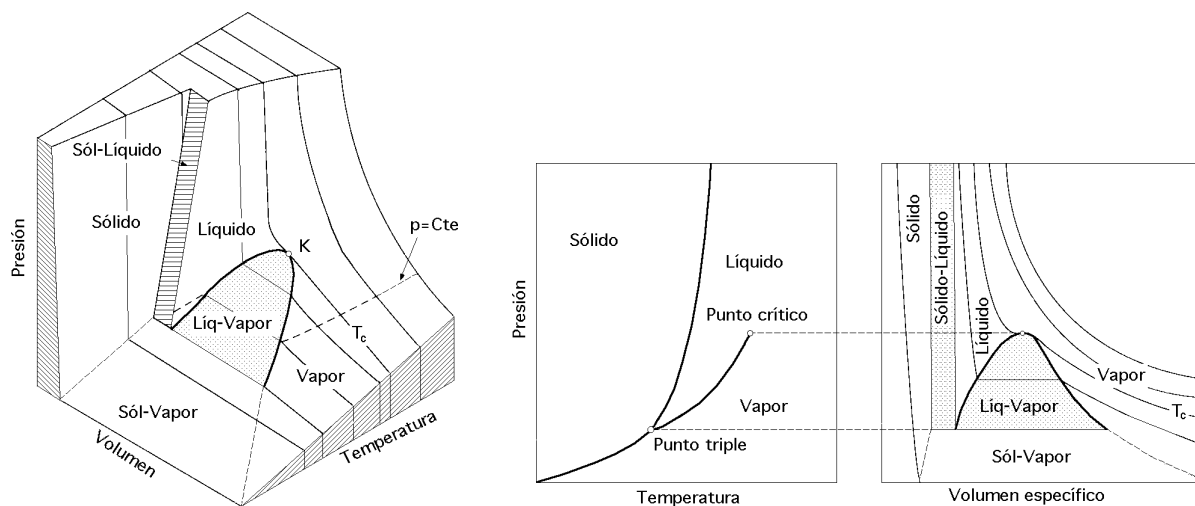


Fig II.6.- Superficie (p,v,T) para una sustancia que se comprime al congelarse. Diagrama de fases y diagrama (p,v)

El diagrama (p,v).- Proyectando la superficie (p,v,T) sobre el plano (presión-volumen específico) se obtiene el diagrama (p,v). Se puede observar que para cualquier temperatura menor que la temperatura crítica la presión permanece constante mientras se atraviesa la región bifásica líquido-vapor, (vapor húmedo), pero en las regiones de fase líquida o fase vapor la presión disminuye para una temperatura dada cuando el volumen específico aumenta.

Para temperaturas mayores o iguales a la temperatura crítica, la presión disminuye continua-

mente para una temperatura dada cuando aumenta el volumen específico; en este caso no se atraviesa la región bifásica (líquido-vapor).

La isoterma crítica presenta un punto de inflexión en el punto crítico y su pendiente es cero.

Isotermas.- En los fluidos condensables, las isotermas de Van der Waals en un diagrama (p,v) vienen representadas en las Fig II.4, definiéndose un punto crítico en el que las isotermas tienen un punto de inflexión horizontal, por lo que tiene que cumplir las siguientes condiciones,

Tangente horizontal, $(\frac{p}{v})_T = 0$

Punto de inflexión, $(\frac{d^2p}{dv^2})_T = 0$

que junto con la ecuación de estado,

$$(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = R T$$

determinan un cierto *estado crítico* del gas, de variables termodinámicas p_c , v_c , T_c .

Los valores de estas constantes críticas son,

$$p_c = \frac{a}{27 b^2} ; \quad T_c = \frac{8a}{27 R b} ; \quad v_c = 3 b$$

Ley de estados correspondientes.- El principio de los estados correspondientes expresa que el comportamiento (p,v,T) de todas las sustancias es similar cuando queda expresado en una forma referencial común adimensional, es decir, las gráficas (p,v,T) de todos los gases tienden a coincidir si se reducen a una escala apropiada.

La referencia elegida en los valores de (p,v,T) es el punto crítico C, por lo que las variables reducidas son,

$$p_r = f(v_r, T_r), \text{ siendo, } p_r = \frac{p}{p_c} ; \quad v_r = \frac{v}{v_c} ; \quad T_r = \frac{T}{T_c}$$

$$\text{Para gases cuánticos, } p_r = \frac{p}{p_c + 8} ; \quad T_r = \frac{T}{T_c + 8}$$

La *ecuación reducida de Van der Waals* es de la forma,

$$(p_r + \frac{3}{v_r^2})(3 v_r - 1) = 8 T_r$$

FACTOR DE COMPRESIBILIDAD.- Si en la ecuación de estado para un gas perfecto, se introduce un cierto coeficiente corrector Z, se puede extender su aplicación a un gran número de gases reales.

El factor corrector es de la forma,

$$Z = \frac{\text{Volumen del gas a T y p}}{\text{Volumen del gas perfecto a T y p}} = \frac{v}{v^*} = f(p,T)$$

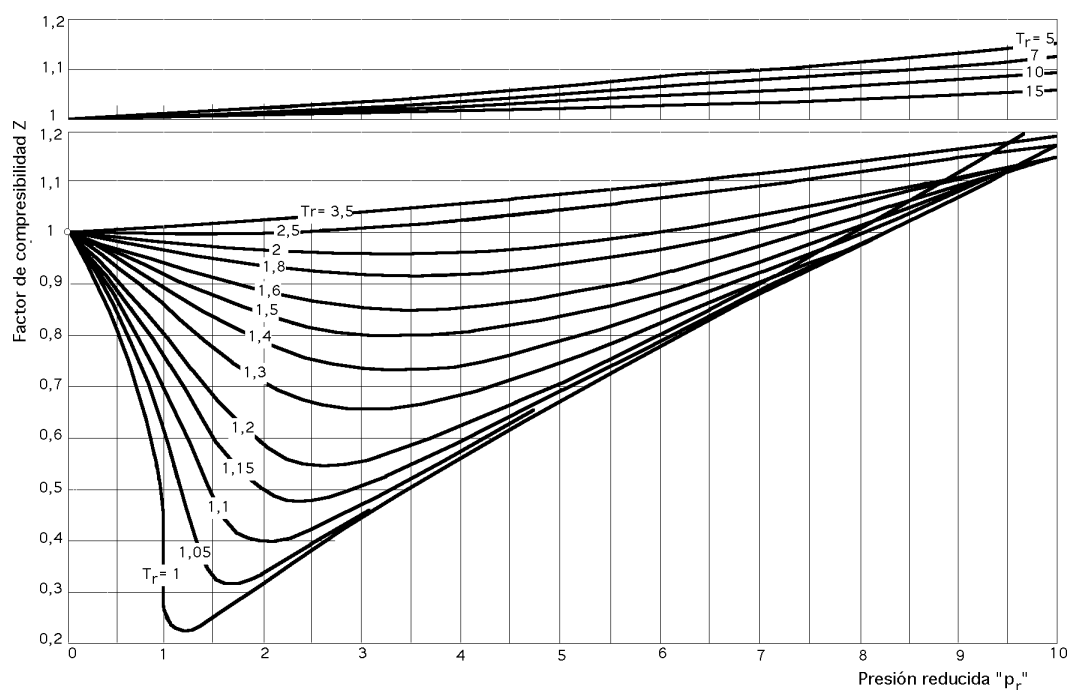


Fig II.7.- Diagrama del factor de compresibilidad generalizado de Nelson-Obert (presiones altas)

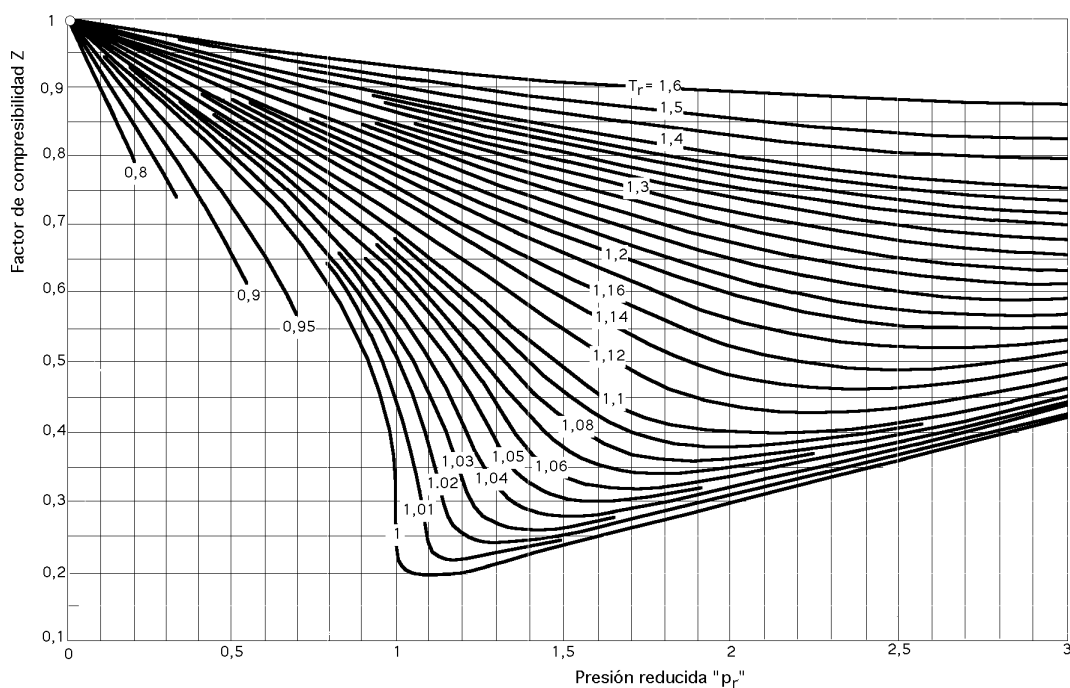


Fig II.8.- Diagrama del factor de compresibilidad generalizado de Nelson-Obert (presiones medias)

$$Z(p, T) = \frac{p v}{R T} = 1 + B' p + C' p^2 + \dots = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots$$

La ecuación, $p v = Z R T$, recibe el nombre de *Ecuación Técnica de Estado*; para un número n de moles toma la forma, $p V = Z n R T$,

La relación $Z = \frac{p v}{R T}$ se conoce como *factor de compresibilidad*, y proporciona una idea de la discre -

pancia entre un gas perfecto y un gas real.

En la Fig II.7 se ha representado el diagrama del factor de compresibilidad generalizado de Nelson-Obert para altas presiones, y en la Fig II.8 para presiones medias.

Para presiones bajas existe para Z un límite general, para cualquier sustancia y temperatura, de la forma,

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z = 1$$

Si se acepta como válido el postulado de la Ley de estados correspondientes, es lógico pensar en la existencia de una correlación general para el factor de compresibilidad Z en términos de T_r y p_r , es decir,

$$Z = Z(T_r, p_r)$$

Los gráficos de Obert dan errores menores del 6% salvo en el punto crítico.

CURVA Y TEMPERATURA DE BOYLE.- La curva de Boyle es el lugar geométrico de los puntos mínimos de las curvas (Z, p) a cada temperatura, por lo que,

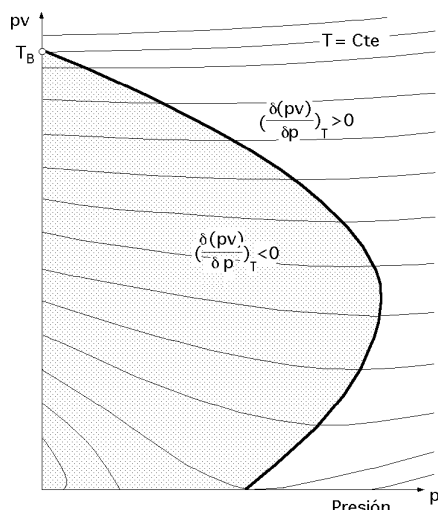


Fig II.9.- Curva de Boyle

$$\left. \frac{Z}{p} \right|_T = 0 \quad \text{ó} \quad \left. \frac{(pv, T)}{p} \right|_T = 0$$

La temperatura de Boyle es aquella para la cual,

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left. \frac{Z}{p} \right|_T = 0$$

es decir, es el límite de las T de las curvas de Boyle a temperaturas muy bajas.

A la temperatura de Boyle se anula el primer coeficiente del virial

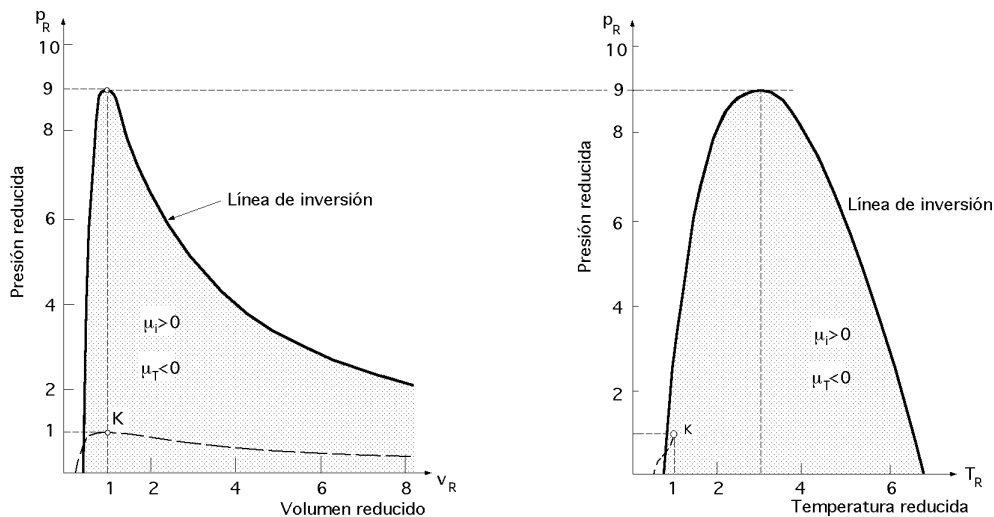


Fig II.10.- Línea de inversión en función de las variables reducidas

$$\left. \frac{Z}{p} \right|_T = B' + 2 C' p + \dots; \lim_{p \rightarrow 0} \left. \frac{Z}{p} \right|_T = B'$$

El interés de la curva de Boyle radica en que expresa la máxima discrepancia del comportamiento del gas perfecto, mientras que en las proximidades de la temperatura de Boyle el comportamiento del gas es similar al de un gas perfecto.

El cociente, $\frac{T_{\text{Boyle}}}{T_C}$, suele estar comprendido entre 2 y 3.

II.3.- OTRAS ECUACIONES DEL COMPORTAMIENTO DE LOS GASES REALES

$$\text{Clausius: } \left\{ p + \frac{a}{T(v+c)^2} \right\} \{v-b\} = R T$$

$$\text{Berthelot (para altas presiones): } \left\{ p + \frac{a}{T v^2} \right\} \{v-b\} = R T$$

$$\text{Dieterici (para altas presiones): } p = \frac{R T}{v-b} \exp(-a/R T v)$$

Todas las ecuaciones se pueden ajustar a la de Kammerling y Onnes, que es de la forma,

$$p v = R T \left(1 + \frac{B(T)}{v} + \frac{C(T)}{v^2} + \dots \right)$$

Ecuación de Van der Waals; multiplicamos los dos términos por v y despejamos $(p v)$,

$$\left(p v + \frac{a}{v} \right) (v-b) = v R T$$

$$\begin{aligned} p v &= \frac{v R T}{v-b} - \frac{a}{v} = \frac{R T}{1 - \frac{b}{v}} - \frac{a}{v} = R T \left(1 + \frac{b}{v} + \frac{b^2}{v^2} + \frac{b^3}{v^3} + \dots \right) - \frac{a}{v} = \\ &= R T \left(1 + \frac{b - \frac{a}{R T}}{v} + \frac{b^2}{v^2} + \frac{b^3}{v^3} + \dots \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dieterici: } p v &= \frac{v R T}{v-b} e^{\frac{-a}{R T v}} = R T \left(\frac{v}{v-b} \right) e^{\frac{-a}{R T v}} = \\ &= R T \left(1 + \frac{b}{v} + \frac{b^2}{v^2} + \frac{b^3}{v^3} + \dots \right) \left\{ 1 - \frac{a}{R T v} + \frac{1}{2!} \left(\frac{a}{R T v} \right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{a}{R T v} \right)^3 + \dots \right\} = \\ &= R T \left(1 + \frac{b - \frac{a}{R T}}{v} + \frac{\frac{1}{2!} \left(\frac{a}{R T} \right)^2 + b^2 - \frac{a b}{R T}}{v^2} + \frac{b^3 - \frac{1}{3!} \left(\frac{a}{R T} \right)^3 + \left(\frac{a}{R T} \right)^2 - \frac{a b^2}{R T}}{v^3} + \dots \right) \end{aligned}$$

en la que se observa que los dos primeros términos del desarrollo coinciden con los de la ecuación de Van der Waals.

III.- CORRELACIONES GENERALIZADAS

III.1.- APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DEL VIRIAL

La ecuación del virial se puede expresar en la forma,

$$Z = \frac{p v}{R T} = 1 + B'p + C'p^2 + D'p^3 + \dots = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^3} + \dots$$

que son series infinitas. En ingeniería resultan prácticas sólo cuando convergen muy rápidamente, por lo que no se requieren más de dos o tres términos para que las series proporcionen valores razonablemente aproximados, lo que es posible en gases y vapores a presiones bajas o moderadas.

Los valores del factor de compresibilidad Z calculados por las ecuaciones anteriores a partir de los datos (p, v, T) se expresan en función de la presión, para varias temperaturas constantes, pudiéndose considerar dos tipos de ecuaciones, cuadradas y cúbicas, dependiendo de la presión

Ecuaciones cuadradas, $p < 15 \text{ atm.}$ - Todas las isothermas se originan en el valor, $Z = 1$, para, $p = 0$, y son casi líneas rectas a baja presión; la tangente de una isoterma a, $p = 0$, es una buena aproximación de la isoterma para un intervalo de presiones finito.

La diferenciación de la ecuación anterior para una temperatura dada, conduce a,

$$\frac{dZ}{dp} = B' + 2 C'p + 3 D'p^2 + \dots$$

$$\left(\frac{dZ}{dp}\right)_{p=0} = B' ; \quad Z = B'p + \text{cte} \quad ; \quad 1 = 0 + \text{cte} \quad ; \quad Z = B'p + 1$$

por lo que la ecuación de la tangente

$$Z = 1 + B'p$$

coincide con la ecuación que define Z en sus dos primeros términos.

Es posible utilizar la relación aproximada,

$$B' = \frac{B}{p v} = \frac{B}{R T}$$

para expresar el valor de Z en términos del coeficiente B en la forma,

$$Z = \frac{p v}{R T} = 1 + \frac{B}{v} \quad ; \quad p = R T \left\{ \frac{1}{v} + \frac{B}{v^2} \right\}$$

que representan satisfactoriamente el comportamiento (p,v,T) para muchos vapores a temperaturas subcríticas y hasta presiones cercanas a 15 atm; a temperaturas mayores son apropiadas para gases dentro de un intervalo de presiones creciente, $p < 30$ atm, a medida que aumenta la temperatura. Los valores de B, (segundo coeficiente del virial), dependen de la naturaleza del gas y de la temperatura, existiendo valores experimentales para un cierto número de gases.

Ecuaciones cúbicas.- Para presiones comprendidas entre 30 y 50 atm, se puede utilizar la ecuación del virial reducida a sus tres primeros términos, de la forma,

$$Z = \frac{p v}{R T} = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} \quad ; \quad p = R T \left\{ \frac{1}{v} + \frac{B}{v^2} + \frac{C}{v^3} \right\}$$

que proporciona excelentes resultados.

Los valores de B y C dependen de la naturaleza del gas y de la temperatura. Sin embargo, se sabe poco de los terceros coeficientes del virial, por lo que ecuaciones viriales con más de tres coeficientes se usan muy raramente, utilizándose otros tipos de ecuaciones como las que se describen a continuación.

III.2.- ECUACIONES DE ESTADO CUBICAS

Para poder estudiar el comportamiento (p,v,T) de determinados fluidos en un amplio intervalo de temperaturas y presiones, se requiere de una ecuación más extensiva que la ecuación del virial. Esta ecuación debe ser lo suficientemente general como para poder aplicarse tanto a líquidos como a gases y vapores, y no ser tan compleja a la hora de su utilización.

Las ecuaciones polinomiales, que son cúbicas respecto al volumen molar, son las más simples y las que mejor representan el comportamiento tanto de líquidos como de vapores.

La primera ecuación cúbica general de estado es la de Van der Waals,

$$p = \frac{R T}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

en la que *a* y *b* son constantes positivas; si son iguales a cero, se obtiene la ecuación del gas ideal.

El desarrollo moderno de las ecuaciones cúbicas de estado se inició con la publicación de la ecuación de Redlich/Kwong de la forma,

$$p = \frac{R T}{v - b} - \frac{a}{\sqrt{T} v (v + b)}$$

que tiene tres raíces para el volumen, de las que dos pueden ser complejas; físicamente, los valores

significativos de v siempre son reales, positivos y mayores que la constante b .

En la Fig III.1 se observa que:

- Cuando, $T > T_c$, cualquier valor positivo de p conduce a una solución con una sola raíz real positiva.
- Cuando, $T = T_c$, lo antes dicho sigue siendo verdad, excepto a la presión crítica donde existe una raíz triple, v_c .

- Para, $T < T_c$, a presiones elevadas solo existe una raíz real positiva, pero en el intervalo de presiones bajas se tienen tres raíces reales positivas (puntos A, D, B; en este caso, la raíz intermedia no tiene significado físico, la raíz menor es un volumen líquido o cuasilíquido y la raíz mayor es un volumen de vapor o cuasivapor).

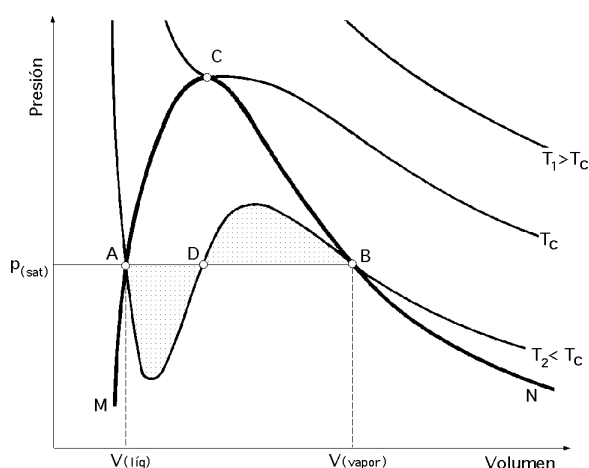


Fig III.1.- Isotermas para una ecuación cúbica de estado

Los volúmenes de líquidos y vapores saturados están dados por la raíz menor y mayor, respectivamente, cuando p es la presión de saturación o presión de vapor. Aunque las raíces de una ecuación cúbica de estado se pueden encontrar explícitamente, es más frecuente que se empleen técnicas iterativas, que resultan prácticas solamente si convergen en la raíz deseada.

No se puede dar una seguridad absoluta a este respecto, pero con frecuencia, las consideraciones que presentamos a continuación resultan efectivas en la ecuación de Redlich/Kwong.

III.3.- CORRELACIONES GENERALIZADAS PARA GASES

TÉCNICAS DE ITERACIÓN

Volúmenes de vapor.- Si la ecuación,

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{\sqrt{T} v (v+b)}$$

se multiplica por, $\frac{v-b}{p}$, se obtiene:

$$v = b + \frac{RT}{p} - \frac{a (v-b)}{\sqrt{T} p v (v+b)}$$

y por iteración,

$$V_{i+1} = b + \frac{R T}{p} - \frac{a (v_i - b)}{\sqrt{T} p v_i (v_i + b)}$$

Para el valor inicial se toma , $v_0 = \frac{R T}{p}$

Volúmenes líquidos.- La ecuación,

$$p = \frac{R T}{v - b} - \frac{a}{\sqrt{T} v (v + b)}$$

se presenta en la forma polinomial,

$$v^3 - \frac{R T}{p} v^2 - (b^2 + \frac{b R T}{p} - \frac{a}{p \sqrt{T}}) v - \frac{a b}{p \sqrt{T}} = 0$$

resultando el siguiente esquema de iteración,

$$v_{i+1} = \frac{v_i^3 - \frac{R T}{p} v_i^2 - \frac{a b}{p \sqrt{T}}}{b^2 + \frac{b R T}{p} - \frac{a}{p \sqrt{T}}}$$

Para el valor inicial se toma, $v_0 = b$

Si se utiliza la ecuación de Van der Waals, los valores de las constantes a y b son,

$$a = \frac{27 R^2 T_c^2}{64 p_c} ; \quad b = \frac{R T_c}{8 p_c}$$

Si se utiliza la ecuación de Redlich/Kwong, los valores de las constantes a y b son,

$$a = \frac{0,42748 R^2 T_c^{2,5}}{p_c} ; \quad b = \frac{0,08664 R T_c}{p_c}$$

Pese a que estas ecuaciones no dan los mejores resultados, sí proporcionan valores razonables que pueden determinarse casi siempre, ya que generalmente los datos de temperatura y presión críticas son conocidos, en contraste con los datos extensivos (p, v, T).

Para la determinación del factor de compresibilidad Z , por técnicas de iteración, se puede utilizar una forma alternativa de la ecuación de Redlich/Kwong,

$$p = \frac{R T}{v - b} - \frac{a}{\sqrt{T} v (v + b)}$$

que consiste en multiplicarla por $\frac{v}{R T}$ lo que permite obtener:

$$Z = \frac{p v}{R T} = \frac{R T}{v - b} \frac{v}{R T} - \frac{a}{\sqrt{T} v (v + b)} \frac{v}{R T} = \frac{v}{v - b} - \frac{a}{\sqrt{T} v (v + b)} \frac{v}{R T} =$$

$$= \left| h = \frac{b}{v} = \frac{b}{\frac{Z R T}{p}} = \frac{b p}{Z R T} ; v = \frac{b}{h} \right| = \frac{\frac{b}{h}}{\frac{b}{h} - b} - \frac{a}{\sqrt{T} \frac{b}{h} (\frac{b}{h} + b)} \frac{\frac{b}{h}}{R T} =$$

$$= \frac{1}{1 - h} - \frac{a}{b R \sqrt{T^3}} \frac{h}{1 + h} = \left| \begin{array}{l} a = \frac{0,42748 R^2 T_c^{2,5}}{p_c} \\ b = \frac{0,08664 R T_c}{p_c} \end{array} \right| = \frac{1}{1 - h} - \frac{4,934}{T_r^{1,5}} \frac{h}{1 + h}$$

en la que,

$$h = \frac{0,08664 p_r}{Z T_r}$$

y T_r y p_r son la temperatura y presión reducidas, respectivamente.

Estas ecuaciones facilitan la determinación de la solución del factor de compresibilidad Z mediante iteración, para cualquier gas y para cualquier valor de T_r y p_r .

Para un valor inicial de, $Z = 1$,

$$h = \frac{0,08664 p_r}{T_r}$$

y con el valor de h así obtenido, la ecuación,

$$Z = \frac{1}{1 - h} - \frac{4,934}{T_r^{1,5}} \left(\frac{h}{1 + h} \right)$$

proporciona un nuevo valor de Z que se sustituye en la ecuación,

$$h = \frac{0,08664 p_r}{Z T_r}$$

y así sucesivamente se continúa hasta que se llega a un valor Z con un error menor que un cierto valor preestablecido.

Esta técnica iterativa no es convergente para líquidos.

Cuando se requiere una mejor precisión se recurre a ecuaciones más complejas, como la propuesta por Benedict/Webb/Rubin, de la forma,

$$p = \frac{R T}{v} + \frac{B_0 R T - A_0 - \frac{C_0}{T^2}}{v^2} + \frac{b R T - a}{v^3} + \frac{a}{v^6} + \frac{c}{v^3 T^2} \left(1 + \frac{c}{v^2} \right) e^{\frac{-c}{v^2}}$$

en la que, A_0 , B_0 , C_0 , a , b , c , y , son constantes para un fluido determinado.

Esta ecuación y sus modificaciones a pesar de su complejidad, tienen gran uso para hidrocarburos ligeros y algunos otros componentes gaseosos comúnmente empleados, tanto en la industria del petróleo como en la del gas natural.

FACTOR ACÉNTRICO.- Para emplear la ecuación generalizada de Redlich/Kwong sólo se necesitan la temperatura y la presión críticas del gas, que es el fundamento del teorema de estados correspondientes con dos parámetros,

Todos los gases, comparados a la misma temperatura y presión reducidas, tienen aproximadamente el mismo factor de compresibilidad y todos se desvían del comportamiento de gas ideal en grado semejante.

A pesar de que el uso de la ecuación basada en el teorema de estados correspondientes con dos parámetros conduce a resultados mucho mejores que la ecuación de gas ideal, aún se tienen desviaciones considerables respecto a la experiencia, salvo para fluidos simples como el argón, criptón y xenón. Los resultados se mejoran notablemente con la introducción de un tercer parámetro de estados correspondientes, característico de la estructura molecular; de estos parámetros, el más popular es el factor acéntrico w , introducido por Pitzer.

El factor acéntrico de un componente químico puro se define con referencia a su presión de saturación reducida, $w = f(p_r^{\text{sat}})$.

Como el logaritmo de la presión de vapor de un fluido puro es aproximadamente lineal respecto al inverso de la temperatura absoluta, se puede poner,

$$x = \frac{d(\log p_r^{\text{sat}})}{d\left(\frac{1}{T_r}\right)}$$

siendo x la pendiente de $\log p_r^{\text{sat}}$ en función de $\frac{1}{T_r}$.

Si el teorema de estados correspondientes con dos parámetros tuviera validez general, la pendiente x sería la misma para todos los fluidos puros; se ha observado que esto no es verdad, por cuando cada fluido tiene su propio valor característico de x , el cual, en principio, puede servir como un tercer parámetro de la ley de estados correspondientes.

Pitzer comprobó que todos los datos de presión de vapor de fluidos simples, Ar, Kr, Xe, estaban contenidos sobre la misma línea en el diagrama $(\log p_r^{\text{sat}}, \frac{1}{T_r})$ y que dicha línea pasaba por el punto P definido por,

$$\log p_r^{\text{sat}} = -1 ; T_r = 0,7$$

como se indica en la Fig III.2

Los datos correspondientes a otros fluidos definen otras líneas cuya localización se fija en relación con la de los fluidos simples (FS) mediante la diferencia,

$$\log p_r^{\text{sat}}(\text{FS}) - \log p_r^{\text{sat}} = w = \overline{PS}$$

El factor acéntrico se define como esta diferencia logarítmica evaluada a la temperatura, $T_r = 0,7$.

En la Tabla III.1 se presentan los valores del factor acéntrico w y de las constantes críticas T_c , p_c y v_c para algunos fluidos.

Por definición, el valor del factor acéntrico w es cero para el argón, criptón y xenón; los datos experimentales que permiten calcular el factor de compresibilidad Z para estos tres fluidos se

correlacionan por la misma curva cuando Z se representa como función de T_r y p_r . Por ésto, el teorema de estados correspondientes con tres parámetros indica que todos los fluidos que tienen el mismo valor de w , poseen el mismo valor de Z cuando se comparan a las mismas T_r y p_r .

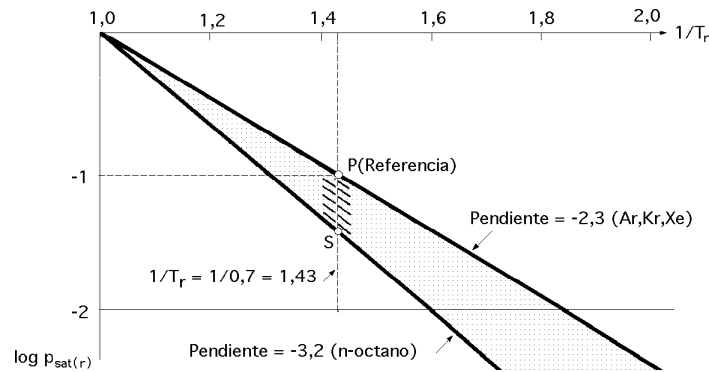


Fig III.2.- Dependencia de la presión de saturación reducida respecto a la temperatura reducida

MÉTODO GRÁFICO.- La correlación para Z desarrollada por Pitzer es de la forma,

$$Z = Z^0 + w Z^1$$

donde Z^1 y Z^0 son funciones complejas tanto de T_r como de p_r .

La ecuación

$$Z = Z^0 + w Z^1$$

es una relación lineal simple entre Z y w para valores dados de T_r y p_r .

Cuando, $w = 0$, (fluidos simples), el segundo término desaparece y Z^0 se hace igual a Z , de donde se deduce que una correlación generalizada para Z como función de T_r y p_r obtenida con datos del argón, criptón y xenón, conduce a la relación,

$$Z^0 = f^0(T_r, p_r)$$

que viene representada en las Fig III.3.4, y está basada en datos de fluidos simples, proporcionando una correlación de estados correspondientes, completa para Z , con dos parámetros.

Como el segundo término de la ecuación,

$$Z = Z^0 + w Z^1$$

es una corrección relativamente pequeña para esta correlación de dos parámetros, su omisión no causa errores grandes, por lo que, basta con emplear las Fig III.3.4, para estimaciones de Z rápidas, pero menos precisas que las que se obtendrían de la correlación completa con tres parámetros.

Los datos experimentales de Z para fluidos no simples, representados en función de w , a T_r y p_r constantes, dan líneas rectas, cuyas pendientes conducen a los valores de Z^1 , a partir de los cuales

se construye la función generalizada, $Z^1 = f^1(T_r, p_r)$, y cuyos resultados se presentan en las Fig III.5.6. La correlación de Pitzer da buenos resultados cuando se emplea en gases no polares o levemente polares, donde se han encontrado errores menores al 2% ó 3%; si se aplica a gases altamente polares los errores son mayores.

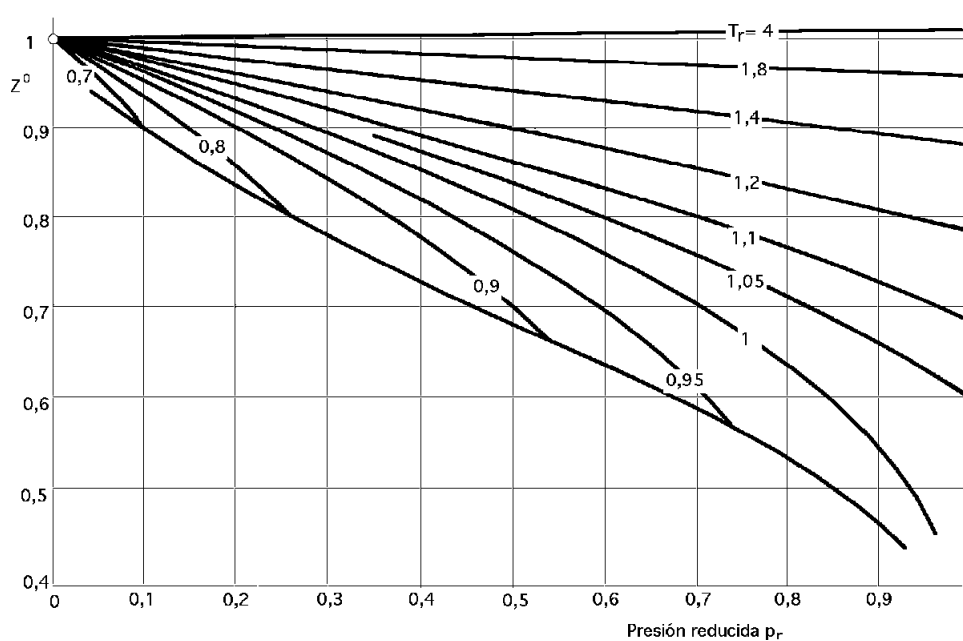


Fig III.3.- Correlación generalizada para Z^0 , $p_r < 1$

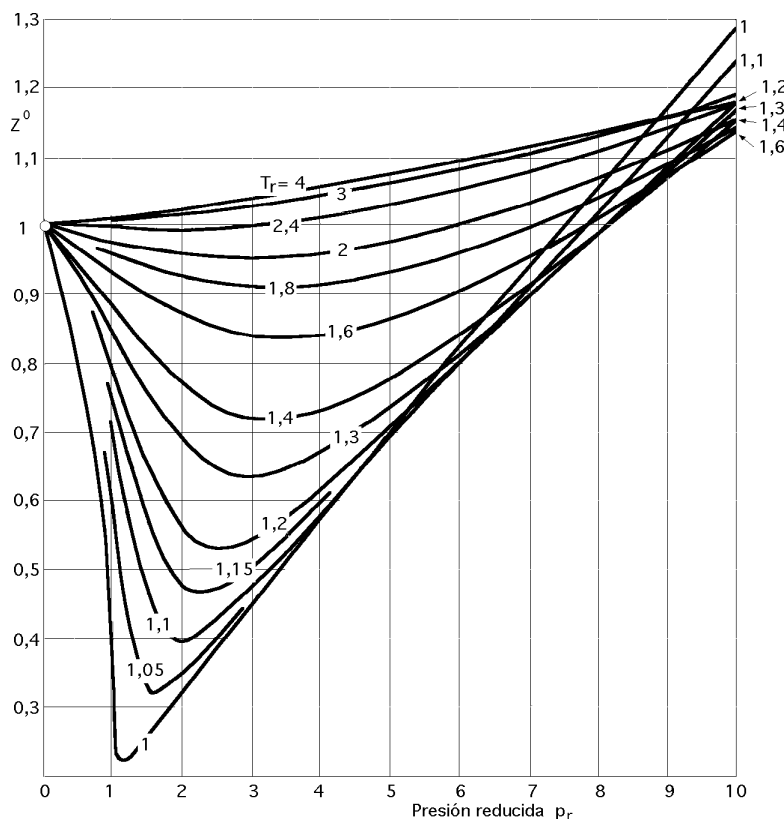


Fig III.4.- Correlación generalizada para Z^0 , $p_r > 1$

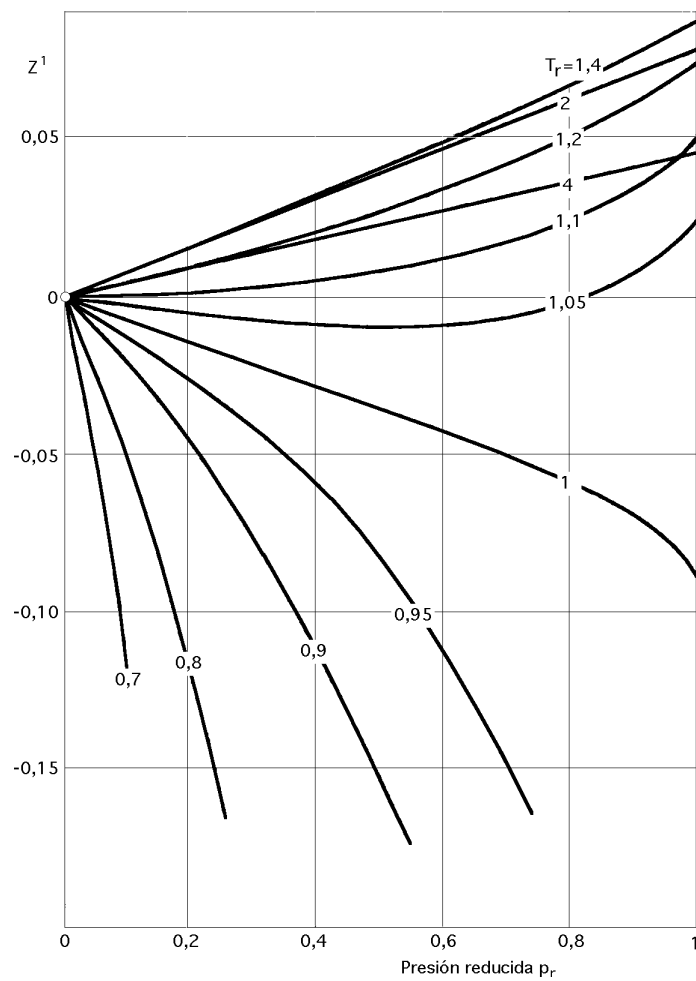


Fig III.5 Correlación generalizada para Z^1 , $p_r < 1,0$

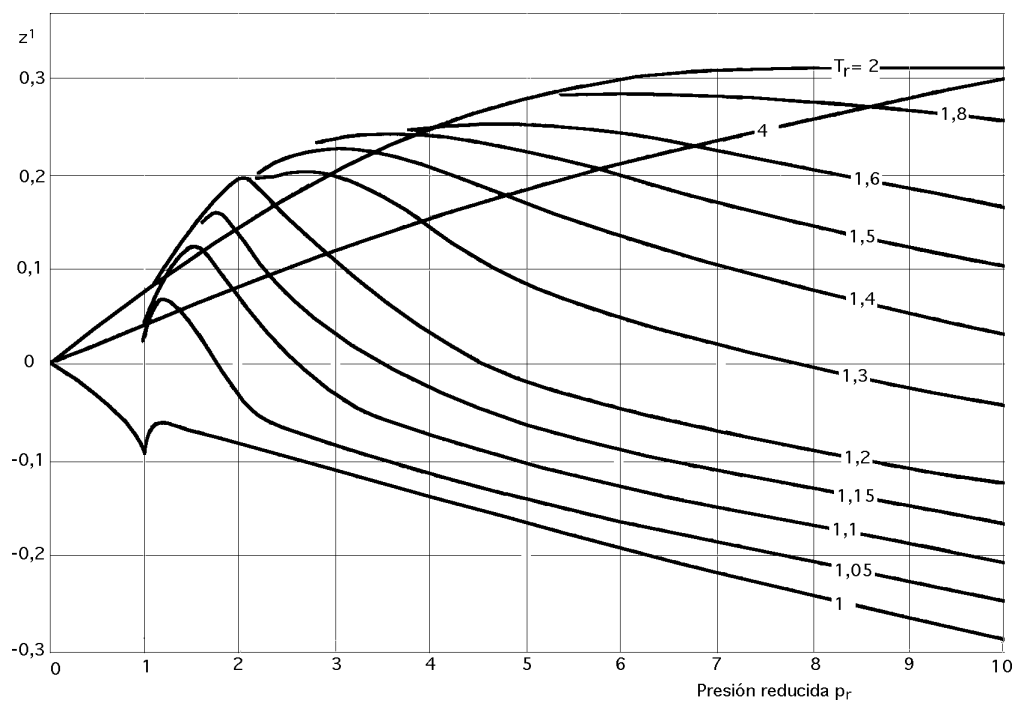


Fig III.6 Correlación generalizada para Z^1 , $p_r > 1,0$

Tabla III.1.- Valores de T_c , p_c , v_c , Z_c y w

Líquidos	T_c (°K)	p_c (bar)	$v_c \cdot 10^6$ (m ³ /mol)	Z_c	w
Metano	190,60	46,00	99,00	0,29	0,01
Etano	305,40	48,80	148,00	0,28	0,10
Propano	369,80	42,50	203,00	0,28	0,15
n-Butano	425,20	38,00	255,00	0,27	0,19
Isobutano	408,10	36,50	263,00	0,28	0,18
n-Pentano	469,60	33,70	304,00	0,26	0,25
Isopentano	460,40	33,80	306,00	0,27	0,23
Neopentano	433,80	32,00	303,00	0,27	0,20
n-Hexano	507,40	29,70	370,00	0,26	0,30
n-Heptano	540,20	27,40	432,00	0,26	0,35
n-Octano	568,80	24,80	492,00	0,26	0,39
Etileno	282,40	50,40	129,00	0,28	0,09
Propileno	365,00	46,20	181,00	0,28	0,15
l-Buteno	419,60	40,20	240,00	0,28	0,19
l-Penteno	464,70	40,50	300,00	0,31	0,24
Ácido acético	594,40	57,90	171,00	0,20	0,45
Acetona	508,10	47,00	209,00	0,23	0,30
Acetonitrilo	547,90	48,30	173,00	0,18	0,32
Acetileno	308,30	61,40	113,00	0,27	0,18
Benceno	562,10	48,90	259,00	0,27	0,21
1-3-Butadieno	425,00	43,30	221,00	0,27	0,20
Clorobenceno	632,40	45,20	308,00	0,27	0,25
Ciclohexano	553,40	40,70	308,00	0,27	0,21
Freón-12	385,00	41,20	217,00	0,28	0,18
Éter dietílico	466,70	36,40	280,00	0,26	0,28
Etanol	516,20	63,80	167,00	0,25	0,64
Oxido de etileno	469,00	71,90	140,00	0,26	0,20
Metanol	512,60	81,00	118,00	0,22	0,56
Cloruro de metilo	416,30	66,80	139,00	0,27	0,16
Tolueno	591,70	41,10	316,00	0,26	0,26
Freón-11	471,20	44,10	248,00	0,28	0,19
Freón-113	487,20	34,10	304,00	0,26	0,25
Argón	150,80	48,70	74,90	0,29	0,00
Bromo	584,00	103,00	127,00	0,27	0,13
Cloro	417,00	77,00	124,00	0,28	0,07
Helio 4	5,20	2,27	57,30	0,30	-0,39
Hidrógeno	33,20	13,00	65,00	0,30	-0,22
Criptón	209,40	55,00	91,20	0,29	0,00
Neón	44,40	27,60	41,70	0,31	0,00
Nitrógeno	126,20	33,90	89,50	0,29	0,04
Oxígeno	154,60	50,50	73,40	0,29	0,02
Xenón	289,70	58,40	118,00	0,29	0,00
Amoníaco	405,60	112,80	72,50	0,24	0,25
Dióxido de carbono	304,20	73,80	94,00	0,27	0,22
Disulfuro de carbono	552,00	79,00	170,00	0,29	0,11
Monóxido de carbono	132,90	35,00	93,10	0,29	0,05
Tetracloruro de carbono	556,40	45,60	276,00	0,27	0,19
Ácido clorhídrico	324,60	83,00	81,00	0,25	0,12
Ácido cianhídrico	456,80	53,90	139,00	0,20	0,41
Ácido sulfhídrico	373,20	89,40	98,50	0,28	0,10
Oxido nítrico (NO)	180,00	65,00	58,00	0,25	0,61
Oxido nitroso (N2O)	309,60	72,40	97,40	0,27	0,16
Dióxido de azufre	430,80	78,80	122,00	0,27	0,25
Trióxido de azufre	491,00	82,00	130,00	0,26	0,41
Agua	647,30	220,50	56,00	0,23	0,34

MÉTODO ANALÍTICO.- Una desventaja de la correlación generalizada del factor de compresibilidad es su naturaleza gráfica, y de ahí el que se puedan presentar otras expresiones, analíticas, aproximadas para estas funciones, dentro de un intervalo limitado de presiones, basadas en la forma más simple de la ecuación del virial, en la forma,

$$Z = \frac{p v}{R T} = 1 + \frac{B}{v} = 1 + \frac{B p}{R T} = 1 + \left(\frac{B p_c}{R T_c} \right) \frac{p_r}{T_r} = \left| \frac{B p_c}{R T_c} = B^0 + w B^1 \right| = 1 + B^0 \frac{p_r}{T_r} + w B^1 \frac{p_r}{T_r}$$

que identificada con, $Z = Z^0 + w Z^1$, permite obtener:

$$Z^0 = 1 + B^0 \frac{p_r}{T_r} \quad ; \quad Z^1 = B^1 \frac{p_r}{T_r}$$

siendo los valores de B^0 y B^1 , función únicamente de la temperatura reducida, de la forma,

$$B^0 = 0,083 - \frac{0,422}{T_r^{1,6}} \quad ; \quad B^1 = 0,139 - \frac{0,172}{T_r^{4,2}}$$

La forma más simple de la ecuación del virial sólo tiene validez a presiones bajas y moderadas donde Z es lineal con la presión.

La correlación generalizada de coeficientes viriales es apropiada solamente a presiones reducidas, bajas o moderadas, cuando Z^0 y Z^1 son, al menos, funciones aproximadamente lineales de la presión reducida.

La correlación generalizada de coeficientes viriales se recomienda por su simplicidad relativa y por el hecho de que las temperaturas y presiones en muchos procesos caen dentro de la región donde ésta no se desvía significativamente de la correlación del factor de compresibilidad.

III.4.- CORRELACIONES GENERALIZADAS PARA LÍQUIDOS

Aunque los volúmenes molares de los líquidos se pueden obtener por medio de las ecuaciones cúbicas de estado, los resultados no son muy exactos; existen ecuaciones generalizadas para el cálculo de volúmenes molares de líquidos saturados, como la propuesta por Rackett,

$$v^{\text{sat}} = v_c Z_c^{(1 - T_r)^{0,2857}}$$

Los únicos datos requeridos son las constantes críticas que se encuentran en la Tabla III.1; los resultados tienen una precisión entre el 1% y el 2%.

IV.- CALOR Y TRABAJO

IV.1.- NATURALEZA FÍSICA DEL CALOR

Hasta el siglo XIX una teoría consideraba al calor como una sustancia indestructible y sin peso, llamado *calórico*; la temperatura indicaba una cierta mezcla de calórico con la materia.

Otra teoría consideraba al calor como *algo* relacionado con el movimiento, bien de partículas o de un fluido difundido por toda la materia.

Actualmente se considera, desde un punto de vista cinético, que el calor viene ligado, por una parte a la vibración mecánica de la materia (fonones), y por otra a un transporte de partículas dotadas de energía (moléculas, electrones, etc.). Se transmite en sólidos por conducción, en líquidos por conducción y convección, en gases por conducción, convección y radiación y en el vacío por radiación en forma de ondas electromagnéticas.

Se sabe por la experiencia, que cuando un cuerpo caliente se pone en contacto con uno frío, el primero se enfría y el segundo se calienta, hasta que ambos igualen sus temperaturas. Se ha producido, pues, una transferencia de energía del cuerpo caliente al frío; esta energía así transferida se llama calor; el cuerpo caliente ha disminuido su energía interna, y el cuerpo frío la ha aumentado. En esta definición viene implícito el hecho de que un cuerpo no contiene calor, sino que denominamos con este término la energía, en tanto cruza los límites, es decir, el calor es un fenómeno transitorio y, por lo tanto, *el calor no es una función de estado*.

Si tenemos un cuerpo caliente como sistema A y un cuerpo frío como sistema B, ni A ni B contienen calor, pero al ponerlos en contacto térmico el calor se transfiere desde A hasta B, (régimen transitorio), hasta lograr el equilibrio de temperaturas, (régimen estacionario); al final del proceso ninguno de los sistemas contiene calor.

Se define el calor *sensible* como aquel que va asociado a cambios de temperatura, mientras que el calor *latente* se considera asociado a efectos caloríficos propios de reacciones químicas, cambios de fase, etc, en los que la temperatura permanece constante.

Unidades, 1 caloría = 4,186 Joules, y es la cantidad de calor necesaria para elevar en 1°C la temperatura de un gramo de agua desde 14,5°C hasta 15,5°C a la presión normal.

CAPACIDAD CALORÍFICA.- Vamos a considerar un sistema cuyo estado viene especificado por su temperatura T y por un conjunto de parámetros macroscópicos x , como la presión p y el volumen v . Si el sistema está inicialmente a la temperatura T y absorbe una cantidad infinitesimal de calor Q en tanto permanece constante el parámetro x , la temperatura del sistema variará en una magnitud infinitesimal dT que dependerá de la naturaleza del sistema, y también, en general, de los parámetros T y x que definen el estado macroscópico inicial del mismo.

Se define la capacidad calorífica como la cantidad de calor necesaria para modificar la temperatura del sistema desde T_1 a T_2 , es decir,

$$C_{T_1}^{T_2} = \frac{Q}{T} = \frac{Q}{T_2 - T_1}$$

y en el límite,

$$C = \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{Q}{T} \right) = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x$$

CALOR ESPECÍFICO.- La cantidad de calor dQ que debe aplicarse a un sistema homogéneo para producir una variación determinada de temperatura dT debe ser lógicamente proporcional a la masa total del sistema. Por tanto es conveniente definir lo que se conoce como calor específico, que es una magnitud que depende sólo de la naturaleza de la sustancia considerada, pero no de la cantidad presente. Para ello basta dividir la capacidad calorífica C_x de la sustancia, por el correspondiente número de gramos o moles.

La capacidad específica por unidad de masa ó *calor específico* c_x viene dado por,

$$c_x = \frac{C_x}{m} = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x$$

Si se toma como unidad de masa el mol, se tiene el calor molar c_m de la forma,

$$c_m = \frac{C_x}{n} = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x = \frac{M}{m} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_x$$

que viene dado en, Joules/mol°K, ó en, calorías/mol°K, siendo M el peso molecular.

El valor de estas magnitudes depende del tipo de proceso que el sistema haya experimentado durante la absorción de calor, siendo los más importantes los llamados a presión constante c_p , y a volumen constante c_v , que generalmente varían con la temperatura.

De acuerdo con lo anterior, la cantidad de calor absorbida por el sistema al aumentar su temperatura de T_1 a T_2 es,

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} C dT = m \int_{T_1}^{T_2} c_x dT = n \int_{T_1}^{T_2} c_m dT = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT$$

Como normalmente se trabaja en determinados intervalos térmicos se puede definir el calor específico medio \hat{c}_x en el intervalo de temperaturas T_1 y T_2 en la forma,

$$\hat{c}_x = \frac{\int_{T_1}^{T_2} c_x dT}{T_2 - T_1} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c_x dT$$

La capacidad calorífica C_x es función de la temperatura y se puede poner como,

$$C = a + b T + c T^2 + \dots$$

por lo que el valor de Q será,

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} C dT = \int_{T_1}^{T_2} (a + b T + c T^2 + \dots) dT = a (T_2 - T_1) + \frac{b}{2} (T_2^2 - T_1^2) + \frac{c}{3} (T_2^3 - T_1^3) + \dots$$

La dependencia del calor específico a presión constante con la temperatura se puede representar en la forma,

$$\frac{c_p^{\text{gas ideal}}}{R} = \frac{c_p^{\text{gi}}}{R} = A + B T + C T^2 + D T^{-2}$$

en la que, para los gases, C o D pueden ser cero; en los líquidos D es cero, y en los sólidos C vale cero, como se indica en la Tabla IV.2.

IV.2.- CALORES ESPECÍFICOS DE LOS GASES

Experimentalmente se puede comprobar que el calor específico correspondiente a las diversas transformaciones que puede experimentar un sistema varía desde el valor 0 que corresponde a una transformación adiabática, hasta el valor ∞ que corresponde a una transformación isoterma.

Los calores específicos a presión y volumen constante, son,

$$\text{A presión constante, } c_p = \left(\frac{Q}{T} \right)_p$$

$$\text{A volumen constante, } c_v = \left(\frac{Q}{T} \right)_v$$

Las propiedades c_p y c_v se conocen como calores específicos ya que bajo ciertas condiciones especiales relacionan el cambio de temperatura en un sistema con la cantidad de energía añadida por transferencia de calor. La diferencia entre los valores de c_p y c_v para un mismo gas, en el supuesto de que se desee incrementar su temperatura en dT , estriba en que para c_p , una parte del calor puesto en juego se transforma en trabajo de dilatación, mientras que para c_v se aprovecha íntegramente en aumentar su temperatura.

En general, c_v es una función de v y T , mientras que c_p depende de p y T . La Fig IV.1 muestra la variación de c_p para el vapor de agua en función de la temperatura y la presión. Se observa que c_p disminuye con la temperatura salvo en el límite de las bajas presiones en donde crece con la temperatura, característica ésta que también muestran algunos otros gases. Las fases de vapor de otras sustancias muestran un comportamiento similar.

La fuente de datos de calores específicos para los gases ideales es experimental, Tabla IV.1. Los calores específicos se pueden determinar macroscópicamente a partir de medidas muy laboriosas

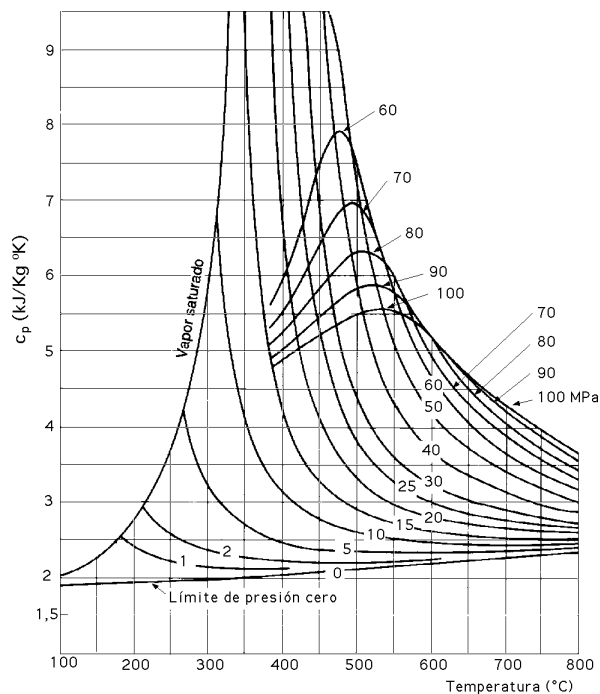


Fig IV.1.- Calor específico c_p del vapor de agua en función de la temperatura y la presión

pica contribuye de manera significativa a las aplicaciones termodinámicas. Por la Teoría Cinética de Gases, el calor específico a volumen constante para un mol de un gas perfecto, viene dado por la expresión,

$$c_v = \frac{1}{2} R$$

y el calor específico a presión constante por,

$$c_p = \frac{1}{2} R + R = c_v + R$$

La ecuación,

$$c_p - c_v = R$$

es la ecuación de Mayer, que dice que la diferencia entre los calores molares a presión y a volumen constante, para un gas ideal, vale aproximadamente 2 calorías.

Tabla IV.1.- Calores específicos para algunos gases comunes en condiciones de gas ideal en kJ/Kg°K

Temp.	AIRE			NITRÓGENO			OXIGENO		
°K	c_p	c_v		c_p	c_v		c_p	c_v	
250	1,003	0,716	1,401	1,039	0,742	1,400	0,913	0,653	1,398
300	1,005	0,710	1,400	1,039	0,743	1,400	0,918	0,658	1,395
350	1,008	0,721	1,398	1,041	0,744	1,399	0,928	0,668	1,389
400	1,013	0,726	1,395	1,044	0,747	1,397	0,941	0,681	1,382
450	1,020	0,733	1,391	1,049	0,752	1,395	0,956	0,696	1,373
500	1,029	0,742	1,387	1,056	0,759	1,391	0,972	0,712	1,365
550	1,040	0,753	1,381	1,065	0,768	1,387	0,988	0,728	1,358
600	1,051	0,764	1,376	1,075	0,778	1,382	1,003	0,743	1,350
650	1,063	0,776	1,370	1,086	0,789	1,376	1,017	0,758	1,343
700	1,075	0,788	1,364	1,098	0,801	1,371	1,031	0,771	1,337
750	1,087	0,800	1,359	1,110	0,813	1,365	1,043	0,783	1,332
800	1,099	0,812	1,354	1,121	0,825	1,360	1,054	0,794	1,327
900	1,121	0,834	1,344	1,145	0,849	1,349	1,074	0,814	1,319
1000	1,142	0,855	1,336	1,167	0,870	1,341	1,090	0,830	1,313
Temp.	DIÓXIDO DE CARBONO			MONÓXIDO DE CARBONO			HIDROGENO		
°K	c_p	c_v		c_p	c_v		c_p	c_v	
250	0,791	0,602	1,314	1,039	0,743	1,400	14,051	9,927	1,416
300	0,846	0,657	1,288	1,040	0,744	1,399	14,307	10,183	1,405
350	0,895	0,706	1,268	1,043	0,746	1,398	14,427	10,302	1,400
400	0,939	0,750	1,252	1,047	0,751	1,395	14,476	10,352	1,398
450	0,978	0,790	1,239	1,054	0,757	1,392	14,501	10,377	1,398
500	1,014	0,825	1,229	1,063	0,767	1,387	14,513	10,389	1,397
550	1,046	0,857	1,220	1,075	0,778	1,382	14,530	10,405	1,396
600	1,075	0,886	1,213	1,087	0,790	1,376	14,546	10,422	1,396
650	1,102	0,913	1,207	1,100	0,803	1,370	14,571	10,447	1,395
700	1,126	0,937	1,202	1,113	0,816	1,364	14,604	10,480	1,394
750	1,000	148,000	0,959	1,197	1,126	0,829	1,358	14,645	10,521
800	1,169	0,980	1,193	1,139	0,842	1,353	14,695	10,570	1,390
900	1,204	1,015	1,186	1,163	0,866	1,343	14,822	10,698	1,385
1000	1,234	1,045	1,181	1,185	0,888	1,335	14,983	10,859	1,380

GAS	c_p y c_v (kJ/Kg.°K)	c_p y c_v (kJ/m³.°K)
Oxígeno	$c_p = 0,9203 + 0,0001065 T$	$c_p = 1,3138 + 0,00015777 T$
	$c_v = 0,6603 + 0,0001065 T$	$c_v = 0,9429 + 0,00015777 T$
Nitrógeno	$c_p = 1,024 + 0,00008855 T$	$c_p = 1,2799 + 0,00011067 T$
	$c_v = 0,7272 + 0,00008855 T$	$c_v = 0,9089 + 0,00011067 T$
Aire	$c_p = 0,9956 + 0,00009299 T$	$c_p = 1,2866 + 0,0001201 T$
	$c_v = 0,7058 + 0,00009299 T$	$c_v = 0,9157 + 0,0001201 T$
Vapor de agua	$c_p = 1,833 + 0,0003111 T$	$c_p = 1,4733 + 0,0002498 T$
	$c_v = 1,3716 + 0,0003111 T$	$c_v = 1,1024 + 0,0002498 T$
Anhídrido carbónico	$c_p = 0,8654 + 0,0002443 T$	$c_p = 1,699 + 0,0004798 T$
	$c_v = 0,6764 + 0,0002443 T$	$c_v = 1,3281 + 0,0004798 T$

Los valores de ν , número de grados de libertad molecular, son,

- a) En gases monoatómicos, $\nu = 3$
- b) En gases biatómicos, $\nu = 5$
- c) En gases poliatómicos, $\nu = 6$

En la práctica, el valor de c_v es difícil de calcular, por lo que se recurre a determinar c_p y la relación siguiente, que se conoce como coeficiente adiabático γ ,

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

que vale, respectivamente,

- a) Gas monoatómico, $\gamma = 1,66$
- b) Gas biatómico, $\gamma = 1,40$
- c) Gas poliatómico, $\gamma = 1,33$

IV.3.- TRABAJO DE EXPANSIÓN DE UN GAS

El trabajo se define, en general, como la energía que se transfiere entre un sistema y el medio que le rodea, cuando entre ambos se ejerce una fuerza F .

El *trabajo mecánico elemental* es,

$$dT = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F dl \cos \theta = (p_e ds) dl \cos \theta = p_e dv$$

que integrado queda en la forma,

$$T = \int_{v_1}^{v_2} p_e dv = \int_{v_1}^{v_2} (p \pm dp) dv = \int_{v_1}^{v_2} (p dv \pm dv dp)$$

siendo v_1 y v_2 los volúmenes inicial y final y p la presión interior.

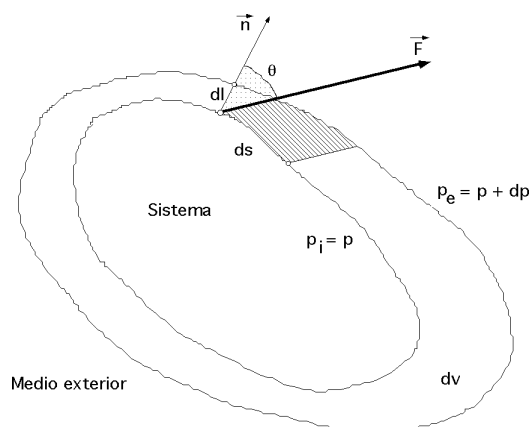


Fig IV.2.- Trabajo de expansión de un gas

Cuando la transformación es reversible, la presión exterior está en todo momento en equilibrio con la presión interior p ; por otro lado, $dp dv$, es un infinitésimo que tiende a cero.

El trabajo es externo, cuando el sistema como conjunto ejerce una fuerza sobre el medio exterior, dando lugar a un desplazamiento. El trabajo es interno, cuando se realiza entre partes distintas de un sistema, como las interacciones entre las moléculas de un gas, (rozamiento).

El trabajo no es una función de estado, por ser una forma de energía en tránsito, y no una magnitud propia del sistema. El trabajo realizado en una

transformación se determina en el diagrama (p,v) como el área comprendida entre la transformación y las ordenadas extremas.

Equivalencia entre calor y trabajo, *4,186 Joules de trabajo irreversible producen el mismo efecto que el flujo calorífico de 1 caloría; ésta constante, $J = 4,186 \text{ Joules/}^\circ\text{K}$, recibe el nombre de equivalente mecánico de la caloría; tanto el calor como el trabajo pueden medirse en las mismas unidades, y entonces, $J = 1$, simplificándose las fórmulas termodinámicas.*

IV.4.- TRABAJO DE EXPANSIÓN EN SISTEMAS GASEOSOS

El concepto de trabajo de expansión, o de compresión, permite interpretarlo como un área en el diagrama (p,v), que depende del tipo de proceso, y por eso no es una propiedad. Las relaciones entre presión y volumen en un proceso de expansión o de compresión se pueden describir analíticamente en la forma,

TRANSFORMACIONES REVERSIBLES

- **Procesos isócoros**, $v = \text{Cte}$, $dv = 0$, $T = 0$

- **Procesos isobáricos**, $p = \text{Cte}$

$$T = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv = p (v_2 - v_1)$$

- **Procesos isotérmicos**, $T = \text{Cte}$

$$\begin{aligned} T = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv &= n R T \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = n R T \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = \\ &= - n R T \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = n R T \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

Si, $V_2 > V_1$, el trabajo es de expansión (+).

Si, $V_2 < V_1$, el trabajo es de compresión (-)

Para las transformaciones adiabáticas y politrópicas, calcularemos el trabajo una vez enunciado el Primer Principio de la Termodinámica.

TRANSFORMACIONES IRREVERSIBLES

Supongamos un sistema en equilibrio a la presión p_1 y volumen V_1 ; si la presión exterior disminuye bruscamente hasta el valor p_2 , de forma que, $T_1 = T_2$, el trabajo de expansión a, $T = \text{Cte}$, es,

$$T = p_2 \quad dV = p_2 (V_2 - V_1) = p_2 n R T \left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} \right) = - n R T \frac{p}{p_1}$$

con, $p = p_2 - p_1$

Si se supone que el proceso se realiza en dos etapas, pasando primero por una presión intermedia p_i , $p_1 \rightarrow p_i \rightarrow p_2$, lo que implica un trabajo T_1 de la forma,

$$T_1 = - n R T \frac{p_1}{p_i}$$

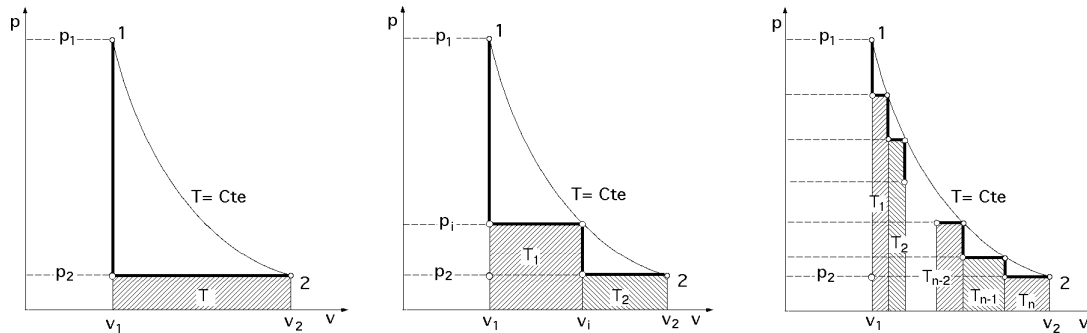


Fig IV.3.- Procesos irreversibles

y posteriormente pasar de p_i a p_2

$$T_2 = - n R T \frac{p_i}{p_2}$$

siendo el trabajo total, $T = T_1 + T_2$, que tiene un valor comprendido entre,

$$T = - n R T \frac{p_1}{p_2}$$

y el correspondiente al proceso reversible.

Si el proceso se realiza en un número infinito de etapas, haciendo que la presión exterior sea sólo un infinitésimo menor que la presión del gas en cada etapa sucesiva, el trabajo elemental realizado en cada etapa será, por ser un proceso isotérmico,

$$p V = n R T \quad ; \quad p dV + V dp = 0$$

$$dT = p dV = - V dp = - n R T \frac{dp}{p}$$

y el trabajo total,

$$T = - n R T \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = n R T \ln \frac{p_1}{p_2}$$

que está de acuerdo con la expresión del proceso reversible.

IV.4.- CALOR DE REACCIÓN ESTÁNDAR

Las *reacciones químicas*, son la manifestación de las diferencias de energía entre productos y reactivos, y se acompañan de transferencias de calor a temperatura constante (calor latente), o

de cambios de temperatura (calor sensible), o de ambos efectos a la vez. Los reactivos que intervienen en una reacción de combustión poseen más energía que los productos de la combustión; este fenómeno se puede transferir al medio exterior en forma de calor, o manifestarse como resultado de una combustión a temperatura elevada, expansionándose en una turbina de gas o en un motor de combustión, y generar un trabajo.

Existen muchas formas de reacciones químicas posibles en las que cada una se puede acompañar de un determinado efecto calorífico particular; el tabular todos los posibles efectos caloríficos de todas las posibles reacciones es prácticamente imposible, por lo que los efectos caloríficos de algunas reacciones se determinan a partir de los datos de una reacción genérica particular, reduciéndose al mínimo los datos requeridos.

El *calor de reacción* se define como la cantidad de calor que se necesita para una reacción química cualquiera y depende de la temperatura de los reactivos y de los productos de la combustión.

Si el combustible se mezcla con oxígeno a la temperatura ambiente y la combustión tiene lugar en una cámara aislada (bomba calorimétrica adiabática) refrigerada por agua, de forma que los productos de la combustión se enfrían a la temperatura de los reactivos, el balance global de la energía aplicado a un sistema abierto en régimen estacionario, se reduce a, $Q = i$, es decir, el calor Q absorbido por el agua es igual a la variación de la entalpía originada por la reacción de combustión, (calor de reacción).

El *calor estándar* de la reacción,



se define como la variación de entalpía que experimenta la reacción cuando a moles de A y b moles de B en sus estados estándar a la temperatura T reaccionan para formar l moles de L y m moles de M en sus estados estándar, a la temperatura T.

El *estado estándar* se define como un estado particular de los compuestos a la temperatura T respecto a las condiciones de referencia de presión, composición y estado físico; los estados estándar que se utilizan se refieren a compuestos puros,

Para gases, el estado físico es el del gas ideal.

Para líquidos y sólidos, el estado físico es el estado real a la presión de referencia, 1 atm, y temperatura la del sistema.

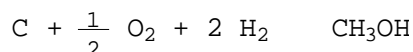
Los valores de las propiedades en los estados estándar los designamos por el símbolo ($^{\circ}$) por lo que c_{p*} será el calor específico referido al estado estándar; como para los gases este estado es el del gas ideal, el valor de $c_{p^{\circ}}$ es idéntico a $c_{p^{\text{gas ideal}}}$, y los datos de la Tabla IV.2 se aplican al estado estándar de los gases. Todas las condiciones de un estado estándar son fijas, a excepción de la temperatura, que siempre es la del sistema, por lo que las propiedades de los estados estándar son función únicamente de la temperatura.

El estado estándar elegido para los gases es ficticio, aunque para bajas presiones los gases reales no se desvían mucho del gas ideal, por lo que en la práctica un gas real a la presión de 1 atm se puede tratar como ideal.

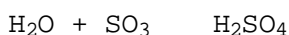
IV.5.- CALOR DE FORMACIÓN ESTÁNDAR

Los calores de reacción estándar se pueden calcular si se conocen los calores estándar de formación de los compuestos que participan en la reacción; una *reacción de formación* se define como aquella en la que se forma un único compuesto a partir de sus elementos constitutivos.

A título de ejemplo, la reacción de formación del metanol es una reacción de formación,



pero sin embargo, la reacción,



no es una reacción de formación, puesto que el ácido sulfúrico se forma a partir de compuestos y no de sus elementos; las reacciones de formación siempre generan un mol de un compuesto y, por lo tanto, el calor de formación se refiere a 1 mol de dicho compuesto.

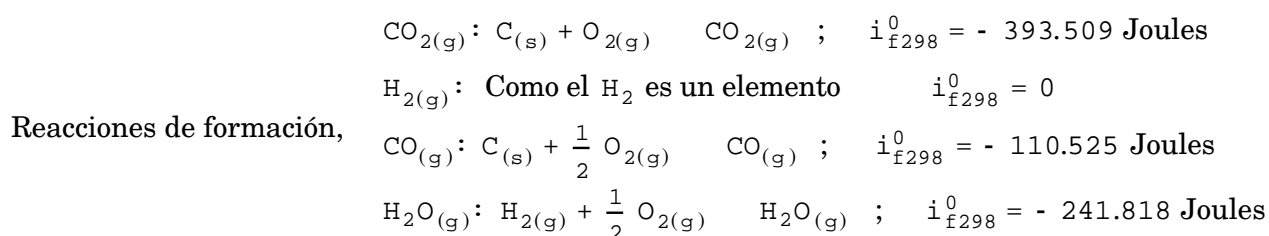
Los calores de reacción, a cualquier temperatura, se calculan a partir de datos del calor específico cuando se conoce su valor a una temperatura; la tabulación de los datos se reduce si los calores estándar de formación vienen referidos a una sola temperatura, 25°C; el calor estándar de formación de un compuesto a esa temperatura se representa por el símbolo $\Delta_f H^\circ_{298}$ en la que el superíndice (°) indica que se trata de un valor estándar, y el subíndice *f* indica que es un calor de formación; en las Tablas IV.3.4 se presenta una relación de algunos de estos valores.

Cuando una ecuación química se combina por adición, los calores estándar de reacción también se suman para proporcionar el calor estándar de la reacción resultante, lo cual es debido al hecho de que la entalpía es una función de estado y sus modificaciones son independientes del procedimiento seguido; las ecuaciones de formación y los calores estándar de formación siempre se pueden combinar para proporcionar la ecuación deseada y el calor estándar de reacción correspondiente.

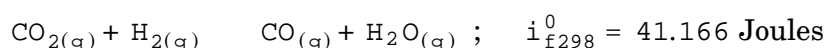
Las ecuaciones incluyen una indicación sobre el estado físico de los productos y de los reactivos, por lo que se pueden distinguir con diversas letras que indican su estado *g*, *l* o *s* para indicar si se trata de un gas, un líquido o un sólido, respectivamente; ésto parece innecesario, por cuanto una sustancia química pura a una temperatura particular y 1 atm de presión sólo existe en un estado físico concreto, pero a veces se pueden considerar estados ficticios, como por ejemplo la siguiente reacción a 25°C,



que se presenta frecuentemente en la industria y que sólo tiene lugar a temperaturas superiores a los 25°C; como los datos con que se cuenta están a 25°C, el paso inicial consiste en calcular el calor de reacción estándar a 25°C, y como la reacción real se efectúa a temperaturas elevadas y totalmente en la fase gaseosa, conviene considerar que todos los reactivos y productos a 25°C se encuentran en estado de gas ideal a 1 atm, aunque el agua no exista realmente como gas en esas condiciones.



Sumando estas ecuaciones miembro a miembro se encuentra la reacción deseada,



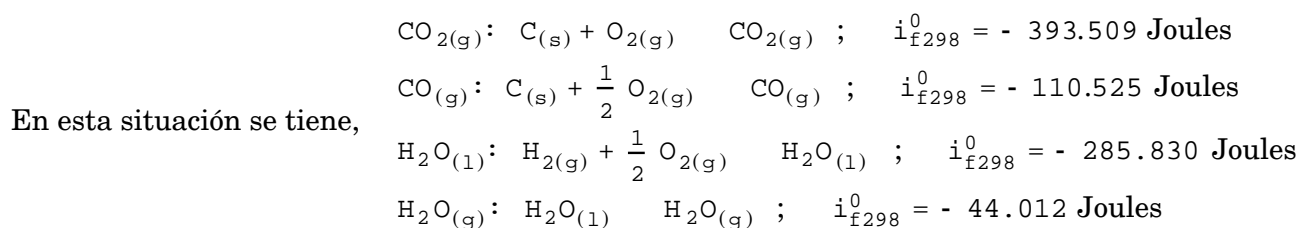
que dice que la entalpía de 1 mol de CO más la entalpía de 1 mol de H₂O es menor que la entalpía de 1 mol de CO₂ más la de 1 mol de H₂, en una cantidad igual a 41.166 Joules, si cada producto y cada reactivo se toman como gas puro a 25°C en el estado de gas ideal a 1 atm; en el ejemplo, el calor estándar de formación del H₂O se ha obtenido para el estado estándar hipotético de un gas a 25°C.

Algunas veces el calor estándar de formación se da para el estado estándar del líquido y se requiere el otro valor, o viceversa. Suponiendo que éste fuera el caso en el ejemplo anterior y que sólo se contara con el calor estándar de formación del H₂O líquida, sería necesario incluir una ecuación que tuviese en cuenta el cambio físico que transforma el agua desde su estado estándar como líquido hasta su estado estándar como gas.

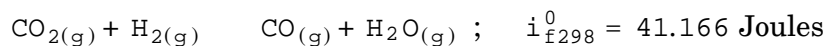
Como la variación de entalpía para este proceso es la diferencia entre los calores de formación del agua en cada uno de sus estados estándar, resulta,

$$- 241.818 - (- 285.830) = 44.012 \text{ Joules}$$

que es aproximadamente igual al calor latente de vaporización del agua a 25°C.



Sumando estas ecuaciones miembro a miembro se encuentra la reacción deseada,



que concuerda, naturalmente, con la anterior.

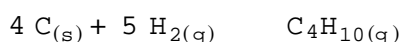
IV.6.- CALOR DE COMBUSTIÓN ESTÁNDAR

En la práctica sólo se llevan a cabo unas pocas reacciones de formación, por lo que frecuentemente los datos para estas reacciones se determinan indirectamente. Sin embargo, existe una

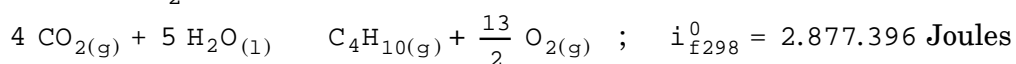
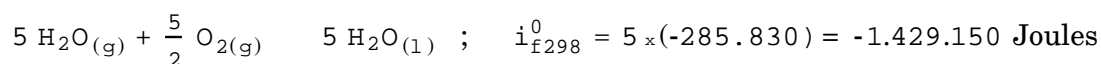
reacción que se presta muy bien para obtener de inmediato datos experimentales, y es la reacción de combustión. En un calorímetro se pueden determinar los calores estándar de formación a partir de los calores estándar de combustión.

Una *reacción de combustión* se define como aquella que tiene lugar entre un elemento o un compuesto y el oxígeno, para formar unos productos de combustión determinados; los compuestos orgánicos formados únicamente por carbono, hidrógeno y oxígeno, generan los productos de combustión dióxido de carbono y agua; el estado final de ésta puede ser vapor o líquido; los datos y resultados se pueden referir a 1 mol de sustancia quemada.

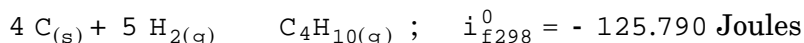
Una reacción como la formación del n-butano, que no se puede realizar en la práctica, pero que puede servir de ejemplo, es,



ecuación que resulta al combinar las siguientes reacciones de combustión,



Sumando estas ecuaciones miembro a miembro se encuentra la reacción deseada,



valor que se corresponde con el calor estándar de formación del n-butano indicado en la Tabla IV.5.

Tabla IV.2.-Calores específicos a presión constante de algunos gases en el estado de gas ideal

Constantes para la ecuación, $\frac{c_p^{gi}}{R} = A + B T + C T^2 + D T^{-2}$, $298^\circ K < T^\circ(K) < T_{m\acute{a}x}$

Componente químico		T _{máx} (°K)	A	10 ³ B	10 ⁶ C	10 ⁻⁵ D
Metano	CH ₄	1500	1,702	9,081	-2,164	
Etano	C ₂ H ₆	1500	1,131	19,225	-5,561	
Propano	C ₃ H ₈	1500	1,213	28,785	-8,824	
n-Butano	C ₄ H ₁₀	1500	1,935	36,915	-11,402	
Isobutano	C ₄ H ₁₀	1500	1,677	37,853	-11,945	
n-Pentano	C ₅ H ₁₂	1500	2,464	45,351	-14,111	
n-Hexano	C ₆ H ₁₄	1500	3,025	53,722	-16,791	
n-Heptano	C ₇ H ₁₆	1500	3,570	62,127	-19,486	
n-Octano	C ₈ H ₁₈	1500	8,163	70,567	-22,208	
Etileno	C ₂ H ₄	1500	1,424	14,394	-4,392	
Propileno	C ₃ H ₆	1500	1,637	22,706	-6,915	
1-Buteno	C ₄ H ₈	1500	1,967	31,630	-9,873	
1-Penteno	C ₅ H ₁₀	1500	2,691	39,753	-12,447	
1-Hexeno	C ₆ H ₁₂	1500	3,220	48,189	-15,157	
1-Hepteno	C ₇ H ₁₄	1500	3,768	56,588	-17,847	
1-Octeno	C ₈ H ₁₆	1500	4,324	64,960	-20,521	
Acetaldeído	C ₂ H ₄ O	1000	1,693	17,978	-6,158	
Acetileno	C ₂ H ₂	1500	6,132	1,952		-1,299
Benceno	C ₆ H ₆	1500	-0,206	39,064	-13,301	
1,3-Butadieno	C ₄ H ₆	1500	2,734	26,786	-8,882	
Ciclohexano	C ₆ H ₁₂	1500	-3,876	63,249	-20,928	
Etanol	C ₂ H ₆ O	1500	3,518	20,001	-6,002	
Etilbenceno	C ₈ H ₁₀	1500	1,124	55,380	-18,476	
Oxido de etileno	C ₂ H ₄ O	1000	-0,385	23,463	-9,296	
Formaldeído	CH ₂ O	1500	-0,264	7,022	-1,877	
Metanol	CH ₄ O	1500	2,211	12,216	-3,450	
Tolueno	C ₇ H ₈	1500	0,290	47,052	15,716	
Estireno	C ₈ H ₈	1500	2,050	50,192	-16,662	
Aire		2000	3,355	0,575		-0,016
Amoniaco	NH ₃	1800	3,578	3,020		-0,186
Bromo	Br ₂	3000	4,493	0,056		-0,154
Monóxido de carbono	CO	2500	3,376	0,557		-0,031
Dióxido de carbono	CO ₂	2000	5,457	1,045		-1,157
Disulfuro de carbono	CS ₂	1800	6,311	0,805		-0,906
Cloro	Cl ₂	3000	4,442	0,089		-0,344
Hidrógeno	H ₂	3000	3,249	0,422		-0,083
Ácido sulfhídrico	H ₂ S	2300	3,931	1,490		-0,232
Ácido clorhídrico	HCl	2000	3,156	0,623		0,151
Ácido cianhídrico	HCN	2500	4,736	1,359		-0,725
Nitrógeno	N ₂	2000	3,280	0,593		0,040
Oxido de dinitrógeno	N ₂ O	2000	5,328	1,214		-0,928
Oxido nítrico	NO	2000	3,387	0,629		0,014
Dióxido de Nitrógeno	NO ₂	2000	4,982	1,195		-0,792
Oxígeno	O ₂	2000	3,639	0,506		-0,227
Bióxido de azufre	SO ₂	2000	5,699	0,801		-1,015
Trióxido de azufre	SO ₃	2000	8,060	1,056		-2,028
Agua	H ₂ O	2000	3,470	1,450		0,121

Tabla IV.3.- Calores específicos de algunos sólidos

Constantes para la ecuación, $\frac{c_p}{R} = A + B T + D T^{-2}$, $298^\circ\text{K} < T^\circ(\text{K}) < T_{\text{máx}}$

Componente químico	$T_{\text{máx}} (^\circ\text{K})$	A	$10^3 B$	$10^{-5} D$
CaO	2000	6,104	0,443	-1,047
CaCO ₃	1200	12,572	2,637	-3,120
Ca(OH) ₂	700	9,597	5,435	
CaC ₂	720	8,254	1,429	-1,042
CaCl ₂	1055	8,646	1,530	-0,302
C (grafito)	2000	1,771	0,771	-0,867
Cu	1357	2,677	0,815	0,035
CuO	1400	5,780	0,973	-0,874
Fe(a)	1043	-0,111	6,111	1,150
Fe ₂ O ₂	960	11,812	9,697	-1,976
Fe ₃ O ₄	850	9,594	27,112	0,409
FeS	411	2,612	13,286	
I ₂	386,8	6,481	1,502	
NH ₄ Cl	458	5,939	16,105	
Na	371	1,988	4,688	
NaCl	1073	5,526	1,963	
NaOH	566	0,121	16,316	1,948
NaHCO ₃	400	5,128	18,148	
S (rómico)	368,3	4,114	-1,728	-0,783
SiO ₂ (cuarzo)	847	4,871	5,365	-1,001

Tabla IV.4.- Calores específicos de algunos líquidos

Constantes para la ecuación, $\frac{c_p}{R} = A + B T + C T^2$, $273,15^\circ\text{K} < T < 373,15^\circ\text{K}$

Componente químico	A	$10^3 B$	$10^6 C$
Amoníaco	22,626	-100,75	192,71
Anilina	15,819	29,03	15,80
Benceno	-0,747	67,96	-37,78
1,3-Butadieno	22,711	-87,96	205,79
Tetracloruro de Carbono	21,155	-48,28	101,14
Clorobenceno	11,278	32,86	-31,90
Cloroformo	19,215	-42,89	83,01
Ciclohexano	-9,048	141,38	-161,62
Etanol	33,866	-172,60	347,17
Oxido de Etileno	21,039	-86,41	172,28
Metanol	13,431	-51,28	131,13
n-Propanol	41,653	-210,32	427,20
Trióxido de azufre	-2,93	137,08	-84,73
Tolueno	15,133	6,79	16,35
Agua	8,712	1,25	-0,18

Tabla IV.5.- Calores estándar de formación de la sustancia formada a 25°C en, Joules/mol

Componente químico		Estado	i_{f298}^0	Componente químico		Estado	i_{f298}^0
Metano	CH ₄	g	-74.520	Amoniaco	NH ₃	g	-46.110
Etano	C ₂ H ₆	g	-83.820	Carburo de calcio	CaC ₂	s	-59.800
Propano	C ₃ H ₈	g	104.680	Carbonato de calcio	CaCO ₃	s	-1.206.920
n-Butano	C ₄ H ₁₀	g	-125.790	Cloruro de calcio	CaCl ₂	s	-795.800
n-Pentano	C ₅ H ₁₂	g	-146.760	Cloruro de calcio	CaCl ₂ ·6H ₂ O	s	-2.607.900
n-Hexano	C ₆ H ₁₄	g	-166.920	Hidróxido de calcio	Ca(OH) ₂	s	-986.090
n-Heptano	C ₇ H ₁₆	g	-187.780	Oxido de calcio	FeO	s	-635.090
n-Octano	C ₈ H ₁₈	g	-208.750	Dióxido de carbono	CO ₂	g	-393.509
Etileno	C ₂ H ₄	g	52.510	Monóxido de carbono	CO	g	-110.525
Propileno	C ₃ H ₆	g	19.710	Ácido clorhídrico	HCl	g	-92.307
1-Buteno	C ₄ H ₈	g	-540	Ácido cianhídrico	HCN	g	135.100
1-Penteno	C ₅ H ₁₀	g	-21.280	Ácido sulfhídrico	H ₂ S	g	-20.630
1-Hexeno	C ₆ H ₁₂	g	-41.950	Oxido de hierro	FeO	s	-272.000
1-Hepteno	C ₇ H ₁₄	g	-62.760	Sulfuro de hierro	Fe ₂ O ₃	s	-824.200
Acetaldeído	C ₂ H ₄ O	g	-166.190	Oxido de hierro (hematita)	Fe ₃ O ₄	s	-1.118.400
Ácido Acético	C ₂ H ₄ O ₂	l	-484.500	Oxido de hierro (magnetita)	FeS ₂	s	-178.200
Acetileno	C ₂ H ₂	g	227.480	Cloruro de litio	LiCl	s	-408.610
Benceno	C ₆ H ₆	g	82.930	Cloruro de litio	LiCl·H ₂ O	s	-712.580
Benceno	C ₆ H ₆	l	49.080	Cloruro de litio	LiCl·2H ₂ O	s	-1.012.650
1,3-Butadieno	C ₄ H ₆	g	109.240	Cloruro de litio	LiCl·3H ₂ O	s	-1.311.300
Ciclohexano	C ₆ H ₁₂	g	-123.140	Ácido nítrico	HNO ₃	l	-174.100
Ciclohexano	C ₆ H ₁₂	l	-156.230	Oxido de nitrógeno	NO	g	90.250
Etanediol	C ₂ H ₆ O ₂	l	-454.800		NO ₂	g	33.180
Etanol	C ₂ H ₆ O	g	-235.100		N ₂ O	g	82.050
Etanol	C ₂ H ₆ O	l	-277.690		N ₂ O ₄	g	9.160
Etilbenceno	C ₈ H ₁₀	g	29.920	Carbonato de sodio	Na ₂ CO ₃	s	-1.130.680
Oxido de etileno	C ₂ H ₄ O	g	-52.630	Carbonato de sodio	Na ₂ CO ₃ ·10H ₂ O	s	-4.081.320
Formaldeído	CH ₂ O	g	-108.570	Cloruro de sodio	NaCl	s	-411.153
Metanol	CH ₄ O	g	-200.660	Hidróxido de sodio	NaOH	s	-425.609
Metanol	CH ₄ O	l	-238.660	Dióxido de azufre	SO ₂	g	-296.830
Metilciclohexano	C ₇ H ₁₄	g	-154.770	Trióxido de azufre	SO ₃	g	-395.720
Metilciclohexano	C ₇ H ₁₄	l	-190.160	Trióxido de azufre	SO ₃	l	-441.040
Estireno	C ₈ H ₈	g	147.360	Ácido sulfúrico	H ₂ SO ₄	l	-813.989
Tolueno	C ₇ H ₈	g	50.170	Agua	H ₂ O	g	-241.818
Tolueno	C ₇ H ₈	l	12.180	Agua	H ₂ O	l	-285.830

V.- PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

Durante los años 1840-1878, J.P. Joule llevó a cabo una serie de cuidadosos experimentos sobre la naturaleza del calor y el trabajo, que fueron fundamentales para entender la primera ley de la Termodinámica y el concepto de energía. Para ello colocó cantidades medidas de agua en un contenedor aislado y la agitó mediante un agitador rotativo; la cantidad de trabajo transmitida al agua por el agitador se midió con toda precisión y se anotaron cuidadosamente los cambios de temperatura experimentados por el agua, descubriendo que se requería una cantidad fija de trabajo por unidad de masa de agua, por cada grado que aumentaba su temperatura a causa de la agitación, y que la temperatura original del agua se podía restaurar por transferencia de calor mediante el simple contacto con un objeto más frío, demostrando la existencia de una relación cuantitativa entre el trabajo y el calor y, por lo tanto, que el calor era una forma de energía.

En experimentos semejantes se aplicó energía al agua en forma de trabajo, pero se extrajo de ésta en forma de calor; la energía una vez aplicada al agua como trabajo y antes de extraerla como calor, quedó almacenada en el agua en otra forma, ni calor ni trabajo, a la que se definió como energía interna U .

La energía interna de una sustancia no incluye las energías potencial y cinética asociadas a una sustancia como resultado de las interacciones entre sus campos de fuerza y su posición espacial (energía potencial) o de su movimiento macroscópico (energía cinética), que son formas externas de energía; la energía interna se refiere a la energía de las moléculas constitutivas de la sustancia, que se encuentran en movimiento continuo y poseen *energía cinética de traslación* y (a excepción de las moléculas monoatómicas) *energía cinética de rotación y vibración interna*.

La aplicación de calor a una sustancia incrementa esta actividad molecular por lo que origina un aumento en su energía interna; el trabajo realizado sobre una sustancia puede tener el mismo efecto, como demostró Joule.

V.1.- INTRODUCCIÓN AL PRIMER PRINCIPIO

El Primer Principio de la Termodinámica no puede demostrarse teóricamente, pero sí experimentalmente, como hemos visto; el axioma fundamental que sirve para establecerle, dice,

LA ENERGÍA INTERNA ES UNA PROPIEDAD TERMOSTÁTICA DE LA MATERIA, por lo que siempre que un sistema incrementa su energía, aparece en otro sistema la correspondiente disminución de la misma, es decir, se establece una *conservación de la energía* que constituye la esencia del postulado del Primer Principio de la Termodinámica,

LA ENERGÍA NI SE CREA NI SE DESTRUYE, SOLO SE TRANSFORMA, que también se puede expresar como, *La cantidad de energía en el Universo sólo puede modificarse por un cambio equivalente en la cantidad de materia*, según la expresión,

$$E = m c^2$$

siendo c la velocidad de la luz.

Este Principio establece la imposibilidad de la existencia del móvil perpetuo de primera especie, es decir, *ninguna máquina puede producir un trabajo sin el correspondiente consumo de energía*. Para que se cumpla este Principio en todas las transformaciones, reales o ideales, perfectas o imperfectas, tiene que existir un balance de energía entre el sistema y el medio exterior,

$$E_{\text{medio exterior}} + E_{\text{sistema}} = 0$$

El Primer Principio no proporciona ninguna idea sobre si una transformación se ha realizado o no completamente; la variación de la energía E_{sistema} puede ser debida a cambios en su energía interna, en sus energías cinética y potencial globales o en partes finitas de dicho sistema.

El intercambio de energía con los alrededores $E_{\text{medio exterior}}$ puede ser debido al aumento o disminución de varias formas de energía, cuyas *variaciones* pueden estar motivadas por tres causas,

a) Transferencia de masa , b) Transferencia de calor , c) Transferencia de trabajo

Cuando la energía se transmite en forma de calor o de trabajo, generalmente no se suele medir, debido a dificultades inherentes a los aparatos de medida. Desde el punto de vista del balance de energía en el sistema cerrado, se presenta el inconveniente de que sólo se pueden evaluar satisfactoriamente aquellos procesos que se efectúan muy lentamente, por lo que el estudio del sistema cerrado se reduce muy a menudo al de un sistema en equilibrio; por el contrario, la definición de sistema abierto amplía el campo termodinámico, de forma que pueden medirse perfectamente aquellas transformaciones en las que existen flujos de materia.

V.2.- EL PRIMER PRINCIPIO Y LOS SISTEMAS CERRADOS

El balance de energía dado por el Primer Principio constituye únicamente un paso en el desarrollo de expresiones matemáticas entre las propiedades de equilibrio de la materia en reposo. Al encontrarse la materia en ese estado, no es necesario mencionar la variable independiente TIEMPO (sistema estacionario).

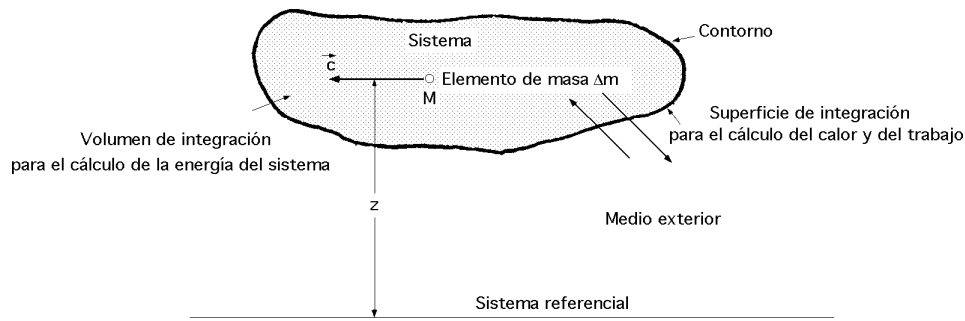


Fig V.1.- Sistema cerrado

Energía de un sistema cerrado.- En un sistema cerrado como el indicado en la Fig V.1, un elemento de masa m posee una energía interna específica u y puede tener también una energía potencial específica z y una energía cinética específica, $c^2/2g$.

La energía específica total e en un punto M del sistema, y en un instante t determinado, viene dada por,

$$e = u + \frac{c^2}{2g} + z$$

pero la energía que posee un elemento puede ser distinta de la que posean los elementos que le rodean, especialmente cuando se está realizando una transformación, por lo que en un momento determinado t , la energía total del sistema viene dada por una integral de volumen,

$$E_{\text{Total del sistema}} = \int_{\text{Vol}} e \, dm = \int_{\text{Vol}} e \, dV$$

en donde hay que hacer notar que tanto e como el producto, $e \, dV$, pueden ser función del tiempo y de la posición, mientras que $E_{\text{Total sistema}}$ es únicamente función del tiempo.

Cuando e varía con la posición de un modo desordenado, en los sistemas que no han alcanzado el equilibrio, (transformaciones dinámicas), no se puede utilizar la ecuación energética anterior para calcular E_{Sistema} pero si el sistema está en equilibrio termodinámico, (o en una posición próxima a él, al comienzo y al final de la transformación), o si se utilizan valores medios de u , c y z , se puede integrar la ecuación energética anterior, obteniéndose,

$$E_{\text{Total sistema}} = U + m \frac{c^2}{2g} + m z$$

ecuación que representa la energía del sistema en un momento determinado, mientras que E_{sistema} indica la variación exacta que experimenta la energía en el intervalo de tiempo comprendido entre t_1 y t_2 .

V.3.- BALANCE DE ENERGÍA DE UN SISTEMA ESTACIONARIO

El balance de energía entre un sistema y el medio que le rodea se expresa en la forma,

$$E_{\text{Medio exterior}} + E_{\text{Sistema}} = 0 ; \quad E_{\text{Medio exterior}} = - E_{\text{Sistema}}$$

en la que intervienen únicamente propiedades del sistema; sustituyendo el valor del incremento de energía del medio exterior por los conceptos de calor y trabajo intercambiadas con el medio exterior, $Q(t)$ y $T(t)$, obtenidas por integración en toda la superficie del sistema, entre los tiempos t_1 y t_2 , el balance exacto de energía se puede poner en la forma,

$$- E_{\text{Medio exterior}} = Q_{\text{Superficie}}^{t_1 t_2} - T_{\text{Superficie}}^{t_1 t_2} = E_{\text{Sistema}}^{t_1 t_2}$$

que es un balance de energía realizado únicamente sobre el sistema y es la ecuación general de la energía para un sistema cerrado.

Como el tiempo es la variable independiente, dividiendo la anterior por t , se tiene,

$$\frac{Q}{t} - \frac{T}{t} = \frac{E}{t}$$

y en el límite, para $t \rightarrow 0$

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dT}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

Multiplicándola por t , se obtiene,

$$\frac{dQ}{dt} t - \frac{dT}{dt} t = \frac{dE}{dt} t$$

que es, por definición, la diferencial de una variable dependiente,

$$dQ - dT = dE$$

que se puede poner también en la forma,

$$dT = dQ - (dU + d(m \frac{c^2}{2g}) + z dm)$$

en donde todo el trabajo desarrollado por el sistema cerrado no tiene por qué ser trabajo útil o disponible; si una fracción del mismo se utiliza en vencer la resistencia del medio exterior, que se supone ejerce una presión constante p_0 , resulta,

$$T_{\text{Sistema cerrado}}^{\text{Neto}} = Q - E - p_0 (V_2 - V_1)$$

y aunque existan modificaciones de volumen durante la transformación, resulta que la suma de los valores de todos los términos, $p_0 V$, se anulan.

Las transformaciones de un sistema cerrado, sin energía potencial o cinética, obedecen a la ecuación,

$$Q - T = U_{\text{Sistema cerrado}}$$

y como $U_{\text{Sistema cerrado}}$ representa cualquier forma de energía interna, es perfectamente válida independientemente de que en la transformación existan reacciones químicas o nucleares.

El concepto de sistema se refiere únicamente a la sustancia que evoluciona, considerando a la envoltura mecánica que la rodea como parte del medio exterior; sin embargo, en las experiencias de laboratorio se considera la envoltura mecánica como un recipiente que contiene al sistema y que forma parte de él.

V.4.- ECUACIONES ENERGÉTICAS DE UN SISTEMA

Teniendo en cuenta que,

$$U = U(v, T) \quad ; \quad dU = \left(\frac{U}{v}\right)_T dv + \left(\frac{U}{T}\right)_v dT \quad ; \quad dT = p dv$$

la expresión, $dQ = dU + dT$, se puede poner en la forma,

$$dQ = \left\{ \left(\frac{U}{v}\right)_T + p \right\} dv + \left(\frac{U}{T}\right)_v dT$$

dando lugar a los siguientes casos particulares,

a) Procesos a, $v = \text{Cte}$, $dv = 0$

$$dQ = \left(\frac{U}{T}\right)_v dT = c_v dT \quad ; \quad c_v = \left(\frac{U}{T}\right)_v$$

que es la expresión del calor específico a volumen constante, medible por el método calorimétrico.

b) Procesos a, $p = \text{Cte}$, $dp = 0$

$$dQ = c_p dT = \left\{ \left(\frac{U}{v}\right)_T + p \right\} dv + c_v dT \quad c_p - c_v = \left\{ \left(\frac{U}{v}\right)_T + p \right\} \left(\frac{v}{T}\right)_p$$

Aplicando una de las ecuaciones de Maxwell, de la forma,

$$\left(\frac{S}{v}\right)_T = \left(\frac{p}{T}\right)_v$$

y como, $dS = \frac{dQ}{T}$, (Segundo Principio de la Termodinámica), resulta:

$$\left(\frac{S}{v}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{dQ}{dv}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{dU + dT}{v}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{dU + p dv}{v}\right)_T$$

es decir,

$$\left(\frac{p}{T}\right)_v = \frac{1}{T} \left(\frac{U}{v}\right)_T + \frac{p}{T} \quad ; \quad \left(\frac{U}{v}\right)_T = -p + T \left(\frac{p}{T}\right)_v$$

por lo que,

$$c_p - c_v = T \left(\frac{p}{T} \right)_v \left(\frac{v}{T} \right)_p$$

que es la ecuación de Mayer generalizada. Para un gas perfecto, $c_p - c_v = R$

A su vez, teniendo en cuenta que,

$$\left(\frac{v}{T} \right)_p = \alpha$$

se obtiene en función del coeficiente de dilatación,

$$c_p - c_v = T \alpha \left(\frac{p}{T} \right)_v$$

c) Procesos a, $T = \text{Cte}$

$$dT = 0 \quad dQ = \left\{ \left(\frac{U}{v} \right)_T + p \right\} dv = T \left(\frac{p}{T} \right)_v dv$$

d) Procesos a, $Q = \text{Cte}$,

$$dQ = 0 \quad c_v = - \left\{ \left(\frac{U}{v} \right)_T + p \right\} \left(\frac{dv}{dT} \right) = - T \left(\frac{p}{T} \right)_v \left(\frac{dv}{dT} \right)$$

que es la expresión del calor específico a volumen constante en un proceso adiabático.

V.5.- COEFICIENTES CALORIMÉTRICOS DE UN SISTEMA HOMOGÉNEO

Sea un mol de un sistema homogéneo cuyas condiciones iniciales vienen fijadas por las variables p y T , punto A, Fig V.2, que experimenta una transformación reversible (AB), viniendo el estado final definido por, $p + dp$, y, $T + dT$, punto B.

Si el sistema recorre el camino (ANB) en donde N es un punto de igual presión que A y misma temperatura que B, se tiene,

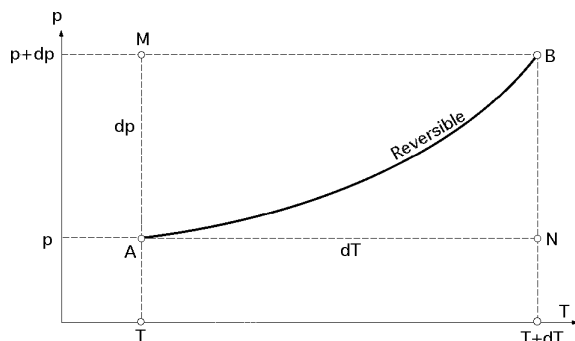


Fig V.2

$$dQ_{AN} = c_p dT \quad ; \quad dQ_{NB} = h dp \quad \quad h = \left\{ \frac{dQ}{dp} \right\}_T$$

siendo h el calor latente de compresión isoterma, por lo que dQ_{MB} representa la cantidad de calor que se ha de suministrar para que el fluido no varíe la temperatura durante la compresión.

Así se puede poner,

$$dQ_{(ANB)} = c_p dT + h dp$$

Si el sistema recorre el camino reversible (AB) es necesario tener en cuenta la variación de c_p

con la presión, y la de h con la temperatura es decir,

$$dQ_{(AB)} = (c_p + \frac{c_p}{p} dp) dT + (h + \frac{h}{T} dT) dp = c_p dT + h dp$$

ya que, $(dp dT) = 0$, luego, $dQ_{(ANB)} = dQ_{(AB)}$, por lo que para determinar el balance calorífico del fluido, en el proceso infinitesimal (AB), en función de p y T , basta aplicar la ecuación,

$$dQ_{(ANB)} = c_p dT + h dp$$

Tomando otras variables, se obtiene,

$$(v, T); dQ = c_v dT + l dv$$

$$(p, v); dQ = dv + \mu dp$$

en las que h es el calor latente de compresión isotérmica, l es el calor de dilatación isotérmico, es el calor de dilatación isobárico y μ es el calor de compresión isostérico.

Entre estos coeficientes existen una serie de relaciones, pudiéndose poner todos ellos en función de c_p y c_v como sigue,

$$p = p(v, T) ; dp = (\frac{p}{v})_T dv + (\frac{p}{T})_v dT$$

$$dQ = c_p dT + h dp = \{c_p + h (\frac{p}{T})_v\} dT + h (\frac{p}{v})_T dv$$

que identificada con, $dQ = c_v dT + l dv$, permite obtener,

$$c_v = c_p + h (\frac{p}{T})_v ; l = h (\frac{p}{v})_T$$

$$\text{Para un gas perfecto, } p = \frac{RT}{v} ; (\frac{p}{v})_T = \frac{R}{v} ; (\frac{p}{T})_v = - \frac{p}{v}$$

$$c_p - c_v = - h (\frac{p}{T})_v = - h \frac{R}{v} = R \quad h = - p v$$

$$l = - p v (- \frac{p}{v}) = p$$

La expresión, $c_p - c_v = R$, es la ecuación de Mayer para un gas perfecto.

Las expresiones para el calor quedan en la forma,

$$dQ = c_v dT + p dv = c_p dT - v dp$$

$$dQ = dv + \mu dp = \{ + \mu (\frac{p}{v})_T \} dv + \mu (\frac{p}{T})_v dT = c_v dT + l dv$$

de las que se obtiene,

$$1 = \left(\frac{p}{v} \right)_T ; \quad = 1 - \mu \left(\frac{p}{v} \right)_T = 1 + c_v \left(\frac{T}{v} \right)_p$$

$$c_v = \mu \left(\frac{p}{T} \right)_v ; \quad \mu = c_v \left(\frac{T}{p} \right)_v = c_v \frac{v}{R}$$

Para un gas en general,

$$1 = \left(\frac{p}{v} \right)_T ; \quad = 1 - \mu \left(\frac{p}{v} \right)_T = 1 - c_v \left(\frac{T}{p} \right)_v \left(\frac{p}{v} \right)_T = 1 + c_v \left(\frac{T}{v} \right)_p$$

y para un gas perfecto, $= p + c_v \frac{p}{R}$, luego:

$$dQ = \left\{ p + c_v \frac{p}{R} \right\} dv + c_v \frac{v}{R} dp = \frac{1}{\gamma - 1} \{ p dv + v dp \}$$

V.6.- TRANSFORMACIONES ADIABÁTICAS

Para un proceso adiabático se tiene,

$$dQ = c_v dT + p dv = 0$$

Para un gas perfecto se cumple,

$$c_v dT + \frac{RT}{v} dv = 0 ; \quad \frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v} \frac{dv}{v} = 0 ; \quad \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dv}{v} = 0$$

cuya integral proporciona la ecuación de las adiabáticas en el plano (v,T) de la forma,

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln v = \ln Cte ; \quad \ln T v^{\gamma-1} = \ln Cte ; \quad T v^{\gamma-1} = Cte$$

Si se parte de la ecuación,

$$dQ = \frac{1}{\gamma - 1} \{ p dv + v dp \} = 0$$

se obtiene,

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0 ; \quad \ln v + \ln p = \ln Cte ; \quad p v = Cte$$

que es la ecuación de las adiabáticas en el plano (p,v).

Los estados inicial y final vienen dados por,

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 ; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$T_1 v_1^{\gamma-1} = T_2 v_2^{\gamma-1} ; \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\gamma-1} \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

El trabajo de expansión se obtiene a partir de,

$$c_v dT + p dv = 0$$

en la forma,

$$\begin{aligned} T_{\text{exp}} &= \int_{v_1}^{v_2} p dv = - \int_{v_1}^{v_2} c_v dT = c_v (T_2 - T_1) = c_v T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \\ &= c_v T_1 \left\{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{-1}{\gamma}}\right\} = c_v T_1 \left\{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma}\right\} = c_v \frac{p_1 v_1}{R} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \\ &= \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left\{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{-1}{\gamma}}\right\} = c_v \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{R} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\gamma - 1} \end{aligned}$$

TEOREMA DE REECH.- Si partimos de la ecuación

$$dQ = c_p dT + h dp$$

se obtiene,

$$\begin{aligned} dQ &= c_p dT + h dp = \left[h = -R \left(\frac{T}{p}\right)_v \right] = c_p dT - R \left(\frac{T}{p}\right)_v dp = \\ &= c_p \left\{ \left(\frac{T}{v}\right)_p dv + \left(\frac{T}{p}\right)_v dp \right\} - R \left(\frac{T}{p}\right)_v dp = (c_p - R) \left(\frac{T}{p}\right)_v dp + c_p \left(\frac{T}{v}\right)_p dv \end{aligned}$$

Particularizando para un gas perfecto, $c_p - R = c_v$, se obtiene,

$$dQ = c_v \left(\frac{T}{p}\right)_v dp + c_p \left(\frac{T}{v}\right)_p dv = \mu dp + \nu dv$$

Para un proceso adiabático,

$$c_v \left(\frac{T}{p}\right)_v dp + c_p \left(\frac{T}{v}\right)_p dv = 0 \quad \text{ó} \quad \left(\frac{p}{v}\right)_Q = - \left(\frac{T}{v}\right)_p \left(\frac{p}{T}\right)_v = \left(\frac{p}{v}\right)_T$$

que se conoce como Teorema de Reech, de gran interés en el estudio de las expansiones de gases y vapores en máquinas térmicas.

V.7.- TRANSFORMACIONES POLITRÓPICAS

Partiendo de la expresión general diferencial del calor, $dQ = c dT$, e igualándola a la de un gas perfecto, por ejemplo, $dQ = c_v dT + p dv$, se obtiene,

$$c dT = c_v dT + p dv \quad ; \quad (c_v - c) dT + p dv = 0$$

que es la ecuación diferencial para las politrópicas.

Para un gas perfecto, $p = \frac{R T}{v}$

$$(c_v - c) dT + \frac{R T}{v} dv = 0 ; \quad \frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v - c} \frac{dv}{v} = 0$$

$$\ln T + \frac{R}{c_v - c} \ln v = \ln Cte ; \quad T v^{\frac{R}{c_v - c}} = Cte$$

que es la expresión de las politrópicas en el plano (v,T)

Si se parte de la ecuación,

$$dQ = \frac{1}{-1} \{ p dv + v dp \} ; \quad c dT = \frac{1}{-1} \{ p dv + v dp \}$$

y como,

$$p v = R T ; \quad p dv + v dp = R dT ; \quad dT = \frac{p dv + v dp}{R} ; \quad c_v = \frac{R}{-1}$$

resulta,

$$c \frac{p dv + v dp}{R} = \frac{1}{-1} \{ p dv + v dp \} ; \quad c \{ p dv + v dp \} = c_v \{ p dv + v dp \}$$

$$p dv (c - c_v) = v dp (c_v - c)$$

$$p dv (c_p - c) + v dp (c_v - c) = 0 ; \quad \frac{c_p - c}{c_v - c} p dv + v dp = 0$$

Si se define el índice de las politrópicas en la forma, $n = \frac{c_p - c}{c_v - c}$, resulta,

$$n p dv + v dp = 0 ; \quad \frac{dp}{dv} = - n \frac{p}{v} ; \quad n > 0 \quad \frac{dp}{dv} < 0$$

cuya integral es,

$$n \ln v + \ln p = \ln Cte ; \quad p v^n = Cte$$

que es la ecuación general de las politrópicas en el plano (p,v)

Despejando c de la ecuación que define n , resulta,

$$n = \frac{c_p - c}{c_v - c} \quad c = \frac{-n}{1 - n} c_v$$

Teniendo en cuenta que el calor puesto en juego en una transformación politrópica es,

$$dQ = c_v dT = \frac{-n}{1-n} c_v dT$$

Integrándola,

$$\begin{aligned} Q_{1-2} &= \frac{-n}{1-n} c_v (T_2 - T_1) = \frac{-n}{1-n} c_v \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{R} = \frac{-n}{1-n} \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1} = \\ &= \frac{-n}{1-n} c_v T_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = \frac{-n}{1-n} c_v T_2 \left\{1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right\} \end{aligned}$$

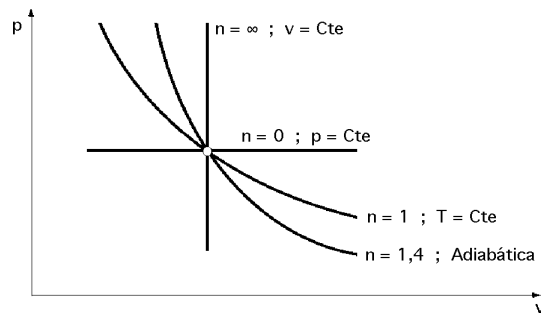


Fig V.3.- Transformaciones termodinámicas

El trabajo politrópico de circulación se define en la forma,

$$\begin{aligned} T_{\text{circ}} &= - \int v dp = - k \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p^{1/n}} = \left| K = (\text{Cte})^{\frac{1}{n}} = (p_1 v_1^n)^{\frac{1}{n}} = p_1^{1/n} v_1 \right| = \\ &= - p_1^{1/n} v_1 \left(\frac{p_2^{-\frac{1}{n} + 1}}{1 - \frac{1}{n}} \right)_{p_1}^{p_2} = - \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right\} = - \frac{n}{n-1} R T_1 \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right\} \end{aligned}$$

V.8.- TRANSFORMACIONES A VOLUMEN CONSTANTE

En estas transformaciones se cumple,

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} ; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

siendo 1 y 2 los estados inicial y final.

Por ser procesos a, $v = \text{Cte}$, el trabajo de expansión es cero, $dv = 0$, por lo que,

$$dQ = c_v dT ; \quad Q = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT$$

A partir de la ecuación

$$dQ = c_p dT - v dp$$

e igualándola a la anterior se obtiene,

$$dQ = c_p dT - v dp = c_v dT ; \quad (c_p - c_v) dT = v dp ; \quad R dT = v dp ; \quad dT = \frac{v dp}{R}$$

$$dQ = c_v dT = c_v \frac{v dp}{R} = \frac{v dp}{-1} \quad Q = \frac{1}{-1} \quad v dp = - \frac{T_{circ}}{-1}$$

Si se parte de la ecuación,

$$dQ = \frac{1}{-1} \{ p dv + v dp \}$$

al ser, $v = \text{Cte}$, se obtiene,

$$dQ = \frac{v dp}{-1} \quad Q = \frac{1}{-1} \quad v dp$$

V.9.- TRANSFORMACIONES A PRESIÓN CONSTANTE; CONCEPTO DE ENTALPÍA

En las transformaciones a presión constante se cumple,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

El trabajo de expansión viene dado por,

$$T_{exp} = p (v_2 - v_1) = R (T_2 - T_1)$$

y el calor por,

$$dQ = c_p dT = c_v dT + p dv \quad Q_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = \left| \begin{array}{l} dT = \frac{p dv}{R} \\ c_p = \frac{1}{-1} R \end{array} \right| = \frac{1}{-1} \quad p dv = \frac{1}{-1} T_{exp}$$

Aplicando el Primer Principio,

$$Q_{p=\text{Cte}} = (u_2 - u_1) + T_{1-2} = (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1) = i_2 - i_1$$

La expresión, $u + p v$, se conoce como entalpía, y la representaremos por la letra ***i***.

$$i = u + p v$$

En un proceso a presión constante,

$$Q = i_2 - i_1 ; \quad dQ = di$$

La **entalpía es una función de estado** y técnicamente se puede considerar como la función termodinámica más importante, por su amplísima utilización en equipos, máquinas y motores térmicos.

Como,

$$i = u + p v \quad di = du + p dv + v dp = (dQ - p dv) + p dv + v dp = dQ + v dp$$

que es una expresión que tiene gran interés en el cálculo del trabajo de circulación en turbinas, ya que para cualquier proceso adiabático, se cumple que,

$$dQ = 0 \quad ; \quad di = v dp = dT_{\text{circ}}$$

Para todos los procesos a, $p = \text{Cte}$, calderas, recalentadores, etc, se cumple que,

$$di = dQ + v dp = dQ = c_p dT \quad ; \quad c_p = \left(\frac{i}{T}\right)_p$$

V.10.- TRANSFORMACIONES ISOTÉRMICAS

En estas transformaciones las relaciones entre los estados inicial y final vienen dadas por,

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \quad ; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Como,

$$du = dQ - dT_{\text{exp}} = \left| \begin{array}{l} T = \text{Cte} ; du = 0 \\ u_1 = u_2 \end{array} \right| \quad dQ = dT_{\text{exp}}$$

y la energía interna del estado inicial u_1 es igual a la energía interna del estado final u_2 , cumpliéndose que,

$$T_{\text{circ}} = T_{\text{exp}} = Q$$

A su vez, como,

$$di = du + d(p v) = \left| \begin{array}{l} p v = \text{Cte} ; d(p v) = 0 \end{array} \right| = du$$

y ser, $du = 0$ y $di = 0$, resulta,

$$i_2 - i_1 = 0 \quad ; \quad i_2 = i_1$$

y la entalpía del estado inicial i_1 es igual a la entalpía del estado final i_2 , siendo independiente del camino recorrido.

V.11.- TRABAJO DE ROZAMIENTO

El trabajo de rozamiento se puede interpretar como la diferencia entre el trabajo reversible correspondiente a una adiabática, $n = 1,4$, y el trabajo correspondiente a la transformación real n , entre las mismas temperaturas extremas; en el caso de compresiones se puede suponer, $n > 1,4$, y en el caso de expansiones, $n < 1,4$. Hay que tener en cuenta que una transformación irreversible no tiene representación gráfica, ya que lo que en un diagrama se puede representar son proyecciones de las transformaciones reversibles que se encuentran en la superficie de estado, y una transfor-

mación irreversible sólo tiene sobre ésta algún punto, como pueden ser los estados inicial y final o alguno intermedio, pero no todos.

Transformación real o politrópica irreversible.- Para la politrópica (1.2) que únicamente tiene representados en el diagrama (p,v) los estados inicial y final, Fig V.4, el trabajo de circulación es la diferencia de entalpías entre los estados 2 y 1. Como el punto 0 se encuentra en la intersección de la adiabática que pasa por 2 y la isoterma que pasa por 1, tiene la misma entalpía que el estado 1 por estar ambos sobre la misma isoterma, pudiéndose poner,

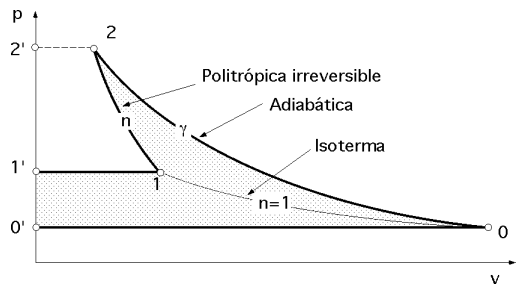


Fig V.4.- Trabajo de rozamiento

ya que (20) es una transformación reversible y se puede representar en el diagrama (p,v), por lo que el trabajo de circulación irreversible a lo largo de la transformación (1-2) es,

$$T_{\text{circ.transf.irrev.}} = i_2 - i_0$$

$$T_{\text{circ.irrev.}(1-2)} = \text{Area}(22'0'02) = T_{\text{circ.adiab.}(0-2)}$$

Politrópica reversible.- Si se considera que la transformación (1-2) se corresponde con un proceso reversible politrópico (1-2), sí tiene representación en el diagrama (p,v) y el trabajo de circulación viene dado por el área,

$$(22'1'12) = - \int_1^2 v \, dp$$

por lo que el trabajo de rozamiento politrópico, diferencia entre el trabajo politrópico reversible y el irreversible, es el área rayada.

VI.- APLICACIÓN DEL PRIMER PRINCIPIO A SISTEMAS ABIERTOS

El concepto de sistema termodinámico abierto permite analizar corrientes fluidas que no se encuentran en equilibrio en ninguna parte de su recorrido.

El procedimiento que se utiliza consiste en seleccionar un volumen de control, de forma que los límites de este flujo se sitúan en puntos de la corriente en donde se puede suponer existen condiciones de equilibrio termodinámico y se asignan valores energéticos a las coordenadas de la región elegida, de forma que se pueda medir la variación de la energía del flujo entre dos o más coordenadas; las variables independientes que se deben elegir al estudiar este tipo de sistemas son, la *posición* y el *tiempo*.

VI.1.- ENERGÍA DE UNA CORRIENTE FLUIDA

Para hallar la energía transportada por una corriente fluida, con relación a una coordenada de posición L se puede considerar un elemento de masa en movimiento, $m = m_2^* - m_1^*$, tal como se indica en la Fig VI.1; la energía que acompaña a esta masa es de tipo potencial, cinética e interna, debiendo tener también en cuenta el trabajo efectuado por la masa situada inmediatamente a continuación del elemento considerado, al empujar a m a lo largo de la distancia, $c \cdot t$.

La energía E_1 debida a m es,

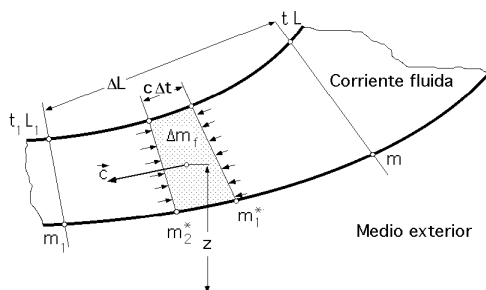


Fig VI.1.- Volumen de control en una corriente fluida

$$E_1 = \left(u + z + \frac{c^2}{2g} \right) m$$

El trabajo E_2 efectuado sobre m es,

$$E_2 = (p + \Delta p)(c + \Delta c) m = p v m$$

La cantidad de energía total E que acompaña a la masa m es,

$$E = E_1 + E_2 = \left(u + z + \frac{c^2}{2g} + p v \right) m$$

La cantidad exacta de energía total E que acompaña a la masa, $m_2^* - m_1^*$, y atraviesa la posición L , es,

$$E = \int_1^2 dE_1 + dE_2 = \int_{m(t)}^{m_1(t_1)} \left(u + p v + z + \frac{c^2}{2g} \right) dm = \int_{m(t)}^{m_1(t_1)} \left(i + z + \frac{c^2}{2g} \right) dm$$

que difiere de la energía del sistema cerrado en el término, $p v$, *trabajo de flujo*.

VI.2.- ENERGÍA ALMACENADA EN UN SISTEMA ABIERTO

Cuando se estudia un sistema abierto, el procedimiento seguido y las ecuaciones finales obtenidas son, en esencia, las mismas que en el sistema cerrado. Si se considera un elemento de masa en reposo en un instante determinado t , la energía específica e_1 en un punto cualquiera del elemento es,

$$e_1 = u + z + \frac{c^2}{2g} \quad ; \quad E_1 = \left(u + z + \frac{c^2}{2g} \right) m$$

y como la masa del volumen de control vale aproximadamente, $m = \int_{L_1}^L \rho dL$, la energía almacenada en dicho volumen comprendido entre las coordenadas de posición L y L_1 en un instante determinado t , se puede calcular mediante la integral de volumen,

$$E(t, L) = \int_{L_1}^L e dm = \int_{L_1}^L e \rho dL$$

VI.3.- BALANCE ENERGÉTICO DE UN SISTEMA AISLADO

En cualquier transformación se sabe, por el Primer Principio, que el balance energético entre el sistema y el medio exterior es de la forma,

$$- \dot{E}_{\text{Medio exterior}} = \dot{E}_{\text{Sistema}}$$

que se puede expresar mediante una ecuación que afecte únicamente al sistema, empleando los conceptos de calor, trabajo y energía de flujo. Para ello, el calor y el trabajo se pueden definir como funciones del tiempo y de la posición de la siguiente forma,

$Q(t, L)$, es el calor total intercambiado a través de la superficie del sistema abierto, entre las coordenadas L y L_1 , en un intervalo de tiempo comprendido entre, t y $t+dt$

$T(t, L)$, se define de un modo semejante.

El balance energético exacto se puede expresar, para un elemento L , mediante la ecuación,

$$Q_{(t, L+DL)} - Q_{(t, L)} - \{T_{(t, L+DL)} - T_{(t, L)}\} + \left\{ \int_t^{t_1} e_f dm_{L+DL} - \int_t^{t_1} e_f dm_L \right\} = \int_L^{L+DL} e dm_{t_1} - \int_L^{L+DL} e dm_t$$

que se puede poner en forma más sencilla, mediante la definición de las funciones E, energía de la masa en el sistema cerrado, y E_f , energía de flujo de la masa de control, en la forma,

$$L Q_{t_1} - L T_{t_1} - L E_{f, t_1} = L E_{t_1} - L E_t = L E$$

y multiplicándola por t ,

$$t L Q_{t_1} - t L T_{t_1} - t L E_{f, t_1} = t L E$$

Dividiendo los dos miembros de la ecuación anterior por L y t y tomando límites, se obtiene la ecuación general diferencial de la energía de un sistema abierto formado por una corriente fluida unidimensional,

$$\frac{Q}{t L} - \frac{T}{t L} - \frac{E_f}{t L} = \frac{E}{t L}$$

que para un sistema real es muy difícil de integrar.

Sin embargo, si se suponen fijas las condiciones a la entrada y a la salida del sistema, se facilita la integración, con lo que el tiempo queda como única variable independiente, siendo el proceso similar, en este caso, al seguido para un sistema cerrado en la forma,

$$t Q - t T + \int_{t_1}^t e_f dm_{f(L)} - \int_{t_1}^t e_f dm_{f(L+DL)} = \int_L^{L+DL} e dm_{t_1} - \int_L^{L+DL} e dm_t$$

Teniendo en cuenta las definiciones de las funciones E_f y E ,

$$t Q - t T + t E_{f1} - t E_{f2} = t E$$

$$(t Q - t E_{f1}) - (t T + t E_{f2}) = t E$$

ecuación que se puede transformar para obtener la variación de energía con el tiempo, o la ecuación diferencial del balance energético, con el tiempo como única variable independiente.

Cuando cesa el flujo, los términos E_f de flujo se anulan, y entonces se está en el caso de un sistema cerrado. El balance energético durante un periodo de tiempo permite determinar la variación que experimenta la energía almacenada en el sistema, igual a la diferencia entre el calor suministrado, más la energía de flujo que se comunica al sistema, más el trabajo efectuado, más la energía que cede el sistema al medio exterior.

Las posiciones L y $L + L$ se eligen de forma que la medición de los factores que intervienen en la corriente fluida sea muy exacta, precisión que se puede obtener si el sistema, al comienzo y al final de la transformación, se encuentra en estado de equilibrio, en donde la capacidad calorífica tiene el mismo valor en cualquier punto del mismo, por lo que para un régimen transitorio, la expre-

sión del Primer Principio queda en la forma,

$${}_tQ - {}_tT = U_2 - U_1 + \int_{t_1}^t e_f dm_{f(L+DL)} - \int_{t_1}^t e_f dm_{f(L)}$$

VI.4.- ECUACIÓN ENERGÉTICA DE UN FLUIDO EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Existen sistemas abiertos en los que un flujo de productos reaccionantes atraviesan una cámara de reacción donde tienen lugar procesos energéticos con cambios importantes de energía cinética, potencial e interna. Para obtener las condiciones energéticas, es necesario combinar consideraciones de tipo mecánico, con otras de tipo termodinámico. Como el calor puede ser, al igual que el trabajo, (+), (-) ó 0, se pueden dar los siguientes casos,

*Si el recinto es una **caldera** se suministra calor al fluido, $Q(+)$*

*Si es un **condensador** el fluido cede calor $Q(-)$*

*Si es una **tubería** recubierta de material aislante, el proceso es adiabático, $Q = 0$*

*Si es un **motor térmico** el trabajo generado es $T(+)$*

*Si es un **compresor** el trabajo aplicado es $T(-)$*

*Si es una **válvula** el trabajo puesto en juego es, $T = 0$*

Consideraciones termodinámicas.- Si se supone evolucionan m kg de fluido, la energía cedida al sistema, a través de la sección 1, es la suma del calor suministrado Q , y del trabajo T_1 que esta masa realiza contra la presión p_1 que sobre ella ejerce la misma corriente. El trabajo T_1 es el trabajo de flujo a la entrada del sistema.

Si se trabaja con volúmenes específicos, $v_1 = \frac{V_1}{m}$, el calor suministrado por unidad de masa es,

$$q_1 = \frac{Q}{m}$$

y el trabajo de flujo,

$$T_1 = p_1 \cdot \Delta x_1 = p_1 V_1$$

en donde V_1 sería el volumen barrido por un pistón imaginario que venciese la presión p_1 .

La energía entregada al fluido es,

$$E_1 = Q + T_1 = m q_1 + p_1 V_1 = m q_1 + p_1 m v_1 = m(q_1 + p_1 v_1)$$

La energía proporcionada por el fluido, para m kg, es la suma de,

a) Trabajo realizado sobre sus alrededores, $T = m w$

b) Trabajo realizado sobre la propia corriente, $p_2 V_2 =$ Trabajo de flujo a la salida, T_2

Por lo tanto,

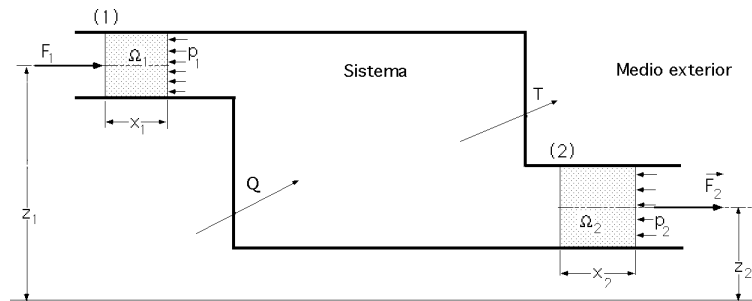


Fig VI.2.- Balance energético en una corriente fluida

$$E_2 = m (w + p_2 v_2), \text{ con } v_2 = \frac{V_2}{m}, \text{ y } w = \frac{T_2}{m}$$

Consideraciones mecánicas.- La variación de energía mecánica a tener en cuenta, tanto a la entrada como a la salida, es,

$$E_{\text{mec}} = \frac{m (c_2^2 - c_1^2)}{2 g} + m (z_2 - z_1)$$

Si se aplica el Primer Principio de la Termodinámica se obtiene,

$$E_2 - E_1 + E_{\text{mec}} + (U_2 - U_1) = 0$$

que se puede poner en la forma,

$$m (w + p_2 v_2) - m (q + p_1 v_1) + \frac{m (c_2^2 - c_1^2)}{2 g} + m (z_2 - z_1) + m (u_2 - u_1) = 0$$

$$q = w + (u_2 + p_2 v_2) - (u_1 + p_1 v_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 g} + (z_2 - z_1) = w + (i_2 - i_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 g} + (z_2 - z_1)$$

que es la ecuación energética del fluido en régimen estacionario, en la que el calor que se suministra a una corriente fluida en régimen permanente se invierte en generar un trabajo, y en aumentar la entalpía y la energía mecánica del fluido.

Para un elemento diferencial de fluido, se tiene,

$$dq = dw + di + \frac{d(c^2)}{2 g} + dz$$

que es independiente de los fenómenos que ocurran en el interior del sistema, porque todos los términos se refieren a medidas efectuadas en los límites (entrada y salida). Por esta razón se puede prescindir, para un sistema real, de la condición impuesta por las ecuaciones diferenciales de que en todas las posiciones dentro del sistema debe existir un régimen permanente.

Procesos de calentamiento y enfriamiento.- Los procesos en donde se calienta un líquido, que puede a su vez vaporizarse y recalentarse, se verifican a presión constante, verificándose que,

$$T = 0 ; E_c = 0 ; E_p = 0$$

y, por lo tanto, $q = i_2 - i_1$, y el calor absorbido se invierte íntegramente en variar la entalpía del sistema.

Los procesos en donde se enfría un líquido, que puede a su vez condensar, también se verifican a presión constante, por lo que, $q = i_2 - i_1$.

Procesos en tubos tubos aislados térmicamente, toberas y difusores.- Si un fluido circula por un tubo horizontal, adiabáticamente, y son c_0 y c_1 sus velocidades en dos secciones del mismo, se verifica,

$$q = 0 ; T = 0 ; E_c \neq 0 ; E_p = 0 ; i = \text{constante}$$

y la ecuación energética del fluido en régimen estacionario es,

$$i_0 + \frac{c_0^2}{2g} = i_1 + \frac{c_1^2}{2g} \quad i = \text{constante}$$

por la que el incremento de la energía cinética del fluido es igual a la disminución de entalpía del mismo.

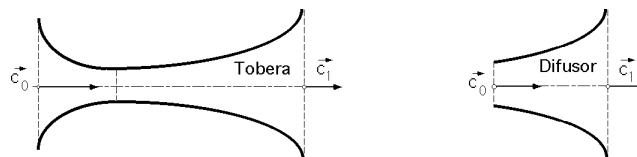


Fig VI.6.- Tobera y difusor

En una tobera se produce un incremento de la energía cinética del fluido como consecuencia del estrechamiento desde la entrada hasta la garganta (convergente); si en la garganta (sección mínima) se consigue alcanzar la velocidad del sonido, en la parte que sigue hasta la salida (divergente), se consiguen velocidades supersónicas; si en la garganta no se consiguen velocidades sónicas, en el divergente tampoco se conseguirán. Si a la entrada se tiene una velocidad mucho menor que a la salida, $c_0 \ll c_1$, la ecuación energética queda en la forma,

$$i_1 + \frac{c_1^2}{2g} = i_0 + \frac{c_0^2}{2g} \quad i = \text{constante} \quad c_1 = \sqrt{2g(i_0 - i_1)}$$

que para cuando c_1 venga dada en m/seg y la entalpía en Kcal/kg, queda en la forma,

$$c_1 = 91,48 \sqrt{i_0 - i_1}$$

En los difusores tiene lugar el proceso inverso a la tobera. El conducto es ahora divergente, y la energía cinética disminuye, incrementándose la entalpía,

$$i = \frac{c^2}{2g}$$

Turbinas y compresores.- En una turbina se obtiene un trabajo debido a la expansión de un fluido. Como la circulación del vapor (y de un gas en general), es muy rápida, puede despreciarse el intercambio de calor con el medio exterior; también se puede considerar que la diferencia de cotas entre la entrada y la salida del fluido es despreciable.

La velocidad del fluido que mueve los álabes experimenta un cambio muy importante; el trabajo realizado es positivo.

Aplicando la ecuación general, se obtiene,

$$0 = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + T = i + \frac{c^2}{2g} + T$$

por lo que el trabajo realizado por unidad de masa es,

$$T = - \left(i + \frac{c^2}{2g} \right)$$

que procede de la disminución de entalpía, $i = i_1 - i_2$, y de la pérdida de energía cinética del vapor.

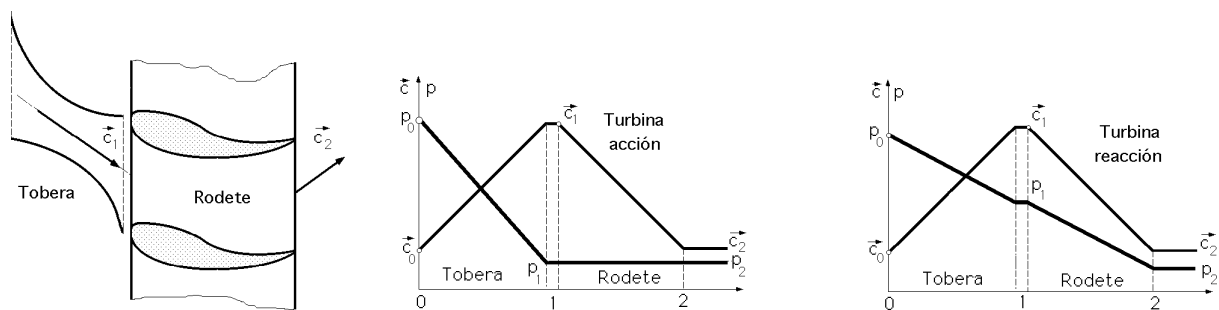


Fig VI.7.- Expansión en turbinas de acción y reacción

En los rodetes de las **turbinas de reacción** se aprovecha la fuerza expansiva del vapor.

En los rodetes de las **turbinas de acción** el trabajo procede exclusivamente de la disminución de energía cinética del vapor, siendo, $i_1 = i_2$, por lo que,

$$T = - \frac{c^2}{2g}$$

Para los compresores centrífugos sirven los cálculos realizados para las turbinas, pues éstos funcionan realizando un trabajo sobre el fluido que evoluciona, (al revés que en las turbinas) para así incrementar la presión.

El rotor que gira a expensas de una energía exterior (trabajo motor), incrementa la velocidad del fluido y su entalpía.

Si, $q = 0$, se verifica,

$$T + i + \frac{c^2}{2g} + z = 0$$

en la que, $T = -T$, por ser un trabajo de compresión y, $z = 0$, quedando finalmente,

$$T = i + \frac{c^2}{2g}$$

VI.5.- EFECTO JOULE KELVIN

Supongamos un gas real contenido en un tubo aislado térmicamente a la temperatura T_1 , que sometido a una presión p_1 se expande hasta una presión p_2 al atravesar un tabique poroso, que tiene por objeto evitar que el gas adquiera una energía cinética considerable, Fig VI.3.

Una vez alcanzado el régimen estacionario, se observa que la temperatura final T_2 alcanzada por el gas es distinta de la inicial T_1 ; a este fenómeno se le conoce como efecto Joule-Kelvin, o estrangulamiento.

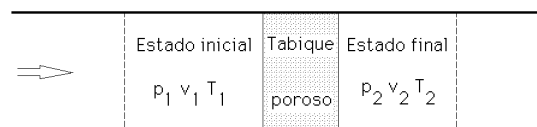


Fig VI.3.- Tabique poroso para la expansión isentálpica

Si el sistema está térmicamente aislado, $Q = 0$, y si no hay variación de la energía mecánica, $E = 0$, ni se realiza ningún trabajo exterior, $T = 0$, resulta que la ecuación energética del fluido en régimen estacionario se puede poner en la forma,

$$0 = i = i_2 - i_1 \quad i_2 = i_1$$

es decir, la entalpía del estado inicial es igual a la entalpía del estado final; esto no quiere decir que la entalpía permanezca constante en el proceso, es decir, en los estados intermedios, ya que los principios termodinámicos sólo pueden aplicarse a estados de equilibrio, y aquí el proceso es irreversible en su totalidad.

De la ecuación, $i_2 = i_1$, se deduce, $u_2 - u_1 = -p_2 v_2 + p_1 v_1 = 0$, por lo que la variación de la energía interna no es nula, $u \neq 0$.

Para un gas ideal, la expansión, $i_1 = i_2$, se expresa en la forma,

$$c_{p2} T_2 = c_{p1} T_1$$

y como, $c_{p2} = c_{p1}$, resulta, $T_2 = T_1$, que es el efecto Joule-Kelvin para el gas ideal, no habiendo variación de temperatura a ambos lados del tabique poroso.

LINEAS ISENTÁLPICAS Y CURVA DE INVERSIÓN.- Si ahora se repite la experiencia sobre un gas real con las mismas condiciones iniciales, pero variando la presión del lado opuesto al tabique

poroso, se observa que a cada presión p_2 se obtiene una T_2 distinta, pero en cada caso, las entalpías inicial y final son iguales, de modo que si representamos en un diagrama (T,p) los valores obtenidos en la experiencia, el lugar geométrico de estos puntos será una línea isentálpica que no es continua, ya que la transformación es irreversible, siendo una sucesión de puntos de igual entalpía.

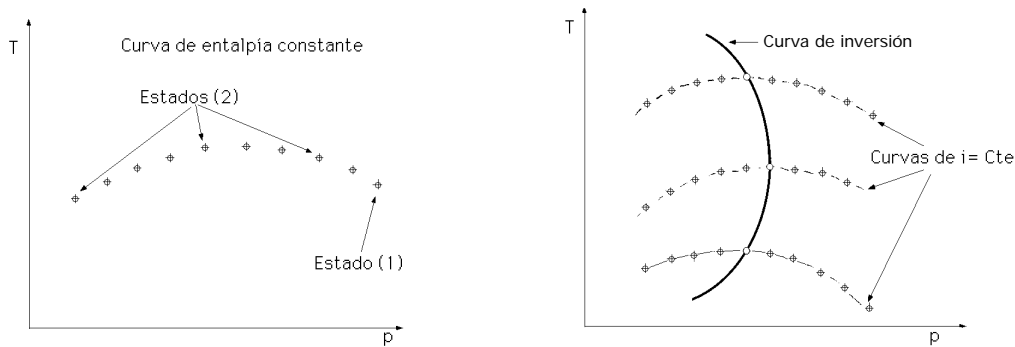


Fig VI.4.- Líneas de igual entalpía

Si el salto de presión es infinitamente pequeño dp , la variación de temperatura será también infinitamente pequeña dT ; como,

$$di = du + p dv + v dp = T ds + v dp$$

en donde s es la función entropía, de la forma, $s = s(T, p)$, por lo que,

$$ds = \left(\frac{s}{T}\right)_p dT + \left(\frac{s}{p}\right)_T dp$$

por lo que di se puede poner en la forma,

$$\begin{aligned} di &= T \left\{ \left(\frac{s}{T}\right)_p dT + \left(\frac{s}{p}\right)_T dp \right\} + v dp = T \left(\frac{s}{T}\right)_p dT + \left\{ T \left(\frac{s}{p}\right)_T + v \right\} dp = \\ &= \left| \begin{array}{l} c_p = T \left(\frac{s}{T}\right)_p = \left(\frac{Q}{T}\right)_p \\ \left(\frac{s}{p}\right)_T = - \left(\frac{v}{T}\right)_p \text{ Maxwell} \end{array} \right| = c_p dT + \left\{ - T \left(\frac{v}{T}\right)_p + v \right\} dp \end{aligned}$$

que es la expresión de la entalpía para un proceso real cualquiera.

Por tratarse, en nuestro caso, de un proceso isentálpico, $di = 0$, queda,

$$c_p dT + \left\{ v - T \left(\frac{v}{T}\right)_p \right\} dp = 0$$

por lo que,

$$\left(\frac{T}{p}\right)_i = - \frac{1}{c_p} \left\{ v - T \left(\frac{v}{T}\right)_p \right\} dp = \left| \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T}\right)_p \right| = \frac{1}{c_p} (T v - v) = \frac{v T}{c_p} \left(- \frac{1}{T} \right) = \mu$$

Al valor, $\mu = \left(\frac{T}{p}\right)_i$, se le denomina coeficiente de Joule-Kelvin.

Según resulte que μ sea mayor o menor que $\frac{1}{T}$, la temperatura disminuirá o aumentará, respectivamente, al disminuir la presión.

Para un gas perfecto, $\mu = \frac{1}{T}$, por lo que, $\mu = 0$, (Ley de Joule), que implica que la tangente a la línea isentálpica en este caso sea horizontal, por ser, $\mu = 0$; el valor de μ para un mismo gas podrá ser (+), (-), o nulo, Tabla VI.1.

Tabla VI.1.- Efecto Joule-Kelvin para el aire. Valores del coeficiente μ_i en, °C/atm

Presión (atm)	-150°C	-140°C	-130°C	-120°C	-100°C	-25°C	0°C	50°C	100°C	200°C
1	1,1	0,936	0,807	0,71	0,576	0,317	0,266	0,189	0,133	0,0625
20	1,2	0,967	0,919	0,71	0,562	0,297	0,249	0,178	0,124	0,0564
40	0,052	0,245	0,776	0,577	0,534	0,276				
80	0,034	0,067	0,141	0,299	0,386	0,232				
100	0,021	0,043	0,087	0,158	0,284	0,211	0,178	0,128	0,089	0,0347
140	0	0,017	0,038	0,069	0,142	0,164	0,145	0,105	0,072	0,0258
180	-0,022	-0,008	0,008	0,028	0,075	0,125	0,113	0,083	0,058	0,0185
220	-0,042	-0,028	-0,015	-0,002	0,031	0,093	0,081	0,063	0,045	0,0127

Las curvas isentálpicas pasan por un máximo, que se conoce como punto de inversión, puntos de, $\mu = 0$.

Al lugar geométrico de los puntos en los que $\mu = 0$, se le conoce como curva de inversión.

Cuando, $\mu > 0$, una expansión Joule-Kelvin supone enfriamiento; fuera de la curva de inversión, una expansión supone calentamiento del gas.

Para presiones superiores a la máxima de la curva de inversión no hay temperatura de inversión, y para presiones inferiores a la máxima existen dos puntos de corte, es decir, dos temperaturas de inversión. Para que el efecto Joule-Kelvin produzca enfriamiento, la temperatura T_1 (inicial) del gas tiene que ser inferior a la del punto en que la curva de inversión corta al eje de temperaturas (por arriba), es decir, inferior a la máxima temperatura de inversión.

Así, en el hidrógeno, para que se produzca mediante el efecto Joule-Kelvin enfriamiento, es

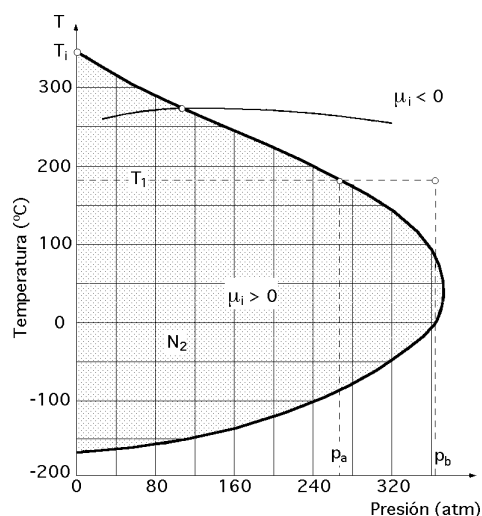


Fig VI.5.- Curva de inversión del Nitrógeno

necesario que previamente se haya enfriado éste por debajo de los 200°K, (utilizando para ello nitrógeno líquido) con lo que se le ha introducido en su curva de inversión. Análogamente, para conseguir helio líquido, es necesario enfriarlo previamente con hidrógeno líquido hasta llevarle al interior de su curva de inversión.

Una vez enfriado el gas por debajo de la máxima temperatura de inversión, la presión óptima para iniciar el proceso de estrangulamiento se corresponde con la de un punto sobre la curva de inversión.

Partiendo de esta presión, y terminando a la presión atmosférica, se produce el máximo descenso de temperatura, aunque no el suficiente para obtener la

licuación, por lo que el gas que ha sido enfriado por el proceso de estrangulamiento, se utiliza para enfriar el gas que entra, mediante un intercambiador de calor en contracorriente, y que después de experimentar el mismo proceso, queda aún más frío.

Al cabo de una serie de enfriamientos sucesivos, la temperatura del gas desciende de tal forma, que tras un nuevo proceso de estrangulamiento, éste licúa parcialmente.

Tabla VI.2.- Constantes específicas de algunos gases

	Punto ebullición normal	Temperatura crítica	Presión crítica	Temperatura inversión máxima
Gas	1 atm	°K	atm	°K
Oxígeno	90,2	154,6	49,8	764
Argón	87,3	150,8	48,1	794
Nitrógeno	77,4	128,2	33,5	607
Hidrógeno	20,4	33,2	12,8	195
Helio	4,21	5,19	2,24	23,6
Anhidrido carbónico	194,6	304,2	7,41	1275
Aire	80*	133	38	603

{* La temperatura del aire es variable,

VI.6- ECUACIÓN DE BERNOULLI

Cuando un fluido avanza por una conducción, se produce una degradación de la energía mecánica por fricción, (el trabajo de rozamiento dw_r se transforma en calor), apareciendo un incremento de la energía interna y de la entropía cuando el proceso es adiabático irreversible (ya que la energía es absorbida por el propio fluido), o bien se disipa al exterior en condiciones isotermas. Para un observador que se desplace con el fluido, la suma de la degradación de energía mecánica por fricción, más el calor aplicado al sistema por una fuente externa, es,

$$dq + dw_r = du + p dv$$

y como,

$$dq = dT + di + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = dT + du + p dv + v dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz$$

sustituyendo este valor de dq en la anterior, se obtiene,

$$du + p dv - dw_r = dT + du + p dv + v dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz$$

$$dT + dw_r + v dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0$$

que es la ecuación general de Bernoulli para un sistema de flujo en régimen estacionario.

Si no existe trabajo externo, $T = 0$; $dT = 0$, ni trabajo de fricción, $w_f = 0$; $dw_f = 0$, la ecuación anterior queda en la forma,

$$v dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0 \quad ; \quad v dp + \frac{c^2}{2g} + z = Cte$$

Si el fluido es incompresible, $v = Cte$, y como, $v = \frac{1}{\rho}$, resulta:

$$\frac{dp}{g} + \frac{c^2}{2g} + z = Cte ; \quad \frac{dp}{g} + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0$$

$$\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2g} + z = Cte ; \quad p + \frac{c^2}{2g} + \rho z = Cte \quad p + \frac{c^2}{2} + \rho g z = Cte$$

que es la ecuación de Bernoulli para fluidos incompresibles, sin rozamiento.

Formulación de Saint-Venant.- Si en la ecuación,

$$v dp + \frac{c^2}{2g} + z = Cte$$

se hace, $z = 0$ $z_1 - z_0 = 0$, resulta,

$$\int_{p_0}^{p_1} v dp + \frac{c^2}{2g} = Cte ; \quad \int_{p_0}^{p_1} v dp + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} = 0$$

En una tobera se cumple, $c_1 \gg c_0$,

$$\int_{p_0}^{p_1} v dp + \frac{c_1^2}{2g} = 0 ; \quad \frac{c_1^2}{2g} = - \int_{p_0}^{p_1} v dp = \int_{p_1}^{p_0} v dp ; \quad c_1^2 = 2g \int_{p_1}^{p_0} v dp$$

$$c_1 = \sqrt{2g \frac{1}{\rho_0} \rho_0 v_0 \left\{ 1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} \right\}}$$

Ecuación de Torricelli.- Si se hace, $z = 0$, en la ecuación,

$$p + \frac{c^2}{2} + \rho g z = Cte ; \quad p + \frac{c^2}{2} = Cte ; \quad p_1 - p_0 + \frac{(c_1^2 - c_0^2)}{2} = Cte$$

y al ser, $c_0 \ll c_1$, resulta,

$$p_1 - p_0 = - \frac{c_1^2}{2} ; \quad c_1 = \sqrt{2(p_0 - p_1)}$$

Formulación de Navier para expansión isotérmica.- Si se parte de la ecuación,

$$\frac{c_1^2}{2g} = \int_{p_1}^{p_0} v dp = \left| T_{circ.isot.} = R T \ln \frac{p_0}{p_1} \right| = R T \ln \frac{p_0}{p_1} ; \quad c_1 = \sqrt{2g R T \ln \frac{p_0}{p_1}}$$

que para un gas perfecto queda en la forma,

$$c_1 = 128,92 \sqrt{T \ln \frac{p_0}{p_1}} \quad (m/seg)$$

Formulación de Weisbach o de Grashoff.- En una expansión adiabática se tiene, $dQ = 0$

$$dU = dQ - dT = -p dv \quad ; \quad di = dU + p dv + v dp = -dT_{\text{circ}}$$

$$dT_{\text{circ}} = -di = i_0 - i_1 \quad ; \quad \frac{c_1^2}{2g} = i_0 - i_1 = c_p(T_0 - T_1)$$

$$c_1 = \sqrt{2g(i_0 - i_1)} = \sqrt{2g c_p(T_0 - T_1)}$$

Formulación de Zeuner.- Es de aplicación al cálculo de la velocidad de salida de un fluido por un tubo,

$$v dp + \frac{c^2}{2g} + z = \text{Cte} \quad ; \quad v dp + \frac{d(c^2)}{2g} + dz = 0$$

y para el caso de un gas que está en un recinto a la presión p_0 y volumen específico v_0 que escapa por un tubo de salida a la presión p_1 y volumen específico v_1 , se obtiene,

$$\int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} d(pv) = \int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} (p dv + v dp) \quad ; \quad p_1 v_1 - p_0 v_0 = \int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} p dv + \int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} v dp$$

$$v dp + \frac{c^2}{2g} + z = \text{Cte} \quad p_1 v_1 - p_0 v_0 - \int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} p dv + \frac{c^2}{2g} + z = \text{Cte}$$

despreciando, $z_1 - z_0$, y teniendo en cuenta que, $c_0 \ll c_1$, resulta,

$$p_1 v_1 - p_0 v_0 - \int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} p dv + \frac{c_1^2}{2g} = 0 \quad (\text{Zeuner})$$

Si se trata de un fluido incompresible, $\rho = \text{Cte}$, $v_0 = v_1$, $dv = 0$, que escapa por un orificio delgado practicado en la pared de la vasija que le contiene,

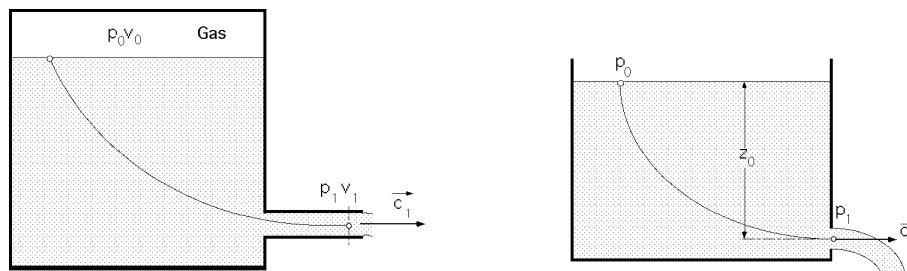


Fig VI.8.- Depósito a presión y depósito al aire

$$p_1 = p_0 = p_{\text{atm}}$$

y la ecuación,

$$p_1 v_1 - p_0 v_0 - \int_{p_0 v_0}^{p_1 v_1} p dv + \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} + (z_1 - z_0) = 0$$

se puede poner en la forma,

$$p_1 v_1 - p_0 v_0 - \int p dv = 0 \quad \frac{c_1^2 - c_0^2}{2g} + (z_1 - z_0) = 0$$

$$\text{Si, } c_0 = 0, \text{ y, } z_1 = 0 \quad \frac{c_1^2}{2g} = z_0 ; c_1 = \sqrt{2g z_0}$$

que es la ecuación de Torricelli, de aplicación, por ejemplo, a la circulación de gases por chimeneas, carburadores, etc.

VI.7.- FLUJOS NO ESTACIONARIOS

Muchos equipos industriales experimentan períodos operativos en régimen transitorio, en los que su estado se modifica con el tiempo, al igual que el de los flujos másicos de entrada y salida, el de las velocidades de transferencia de calor y trabajo, etc. En todos ellos hay que utilizar los principios de conservación de materia y de energía, y considerar la existencia de flujos másicos unidireccionales en aquellas zonas del volumen de control atravesadas en condiciones de equilibrio termodinámico; en general, la resolución de la ecuación

$${}_tQ - {}_tT = U_2 - U_1 + \int_{t_1}^t e_f dm_f|_{L+L} + \int_{t_1}^t e_f dm_f|_L$$

es difícil, excepto en ciertas transformaciones en las que se incluyan funciones del tiempo sencillas.

Un caso importante es aquel en que la energía e_f en el contorno del sistema es constante, estando toda la energía del sistema en forma de energía interna U . En este caso, la ecuación anterior se simplifica, con ayuda de la ecuación de continuidad, en la forma,

$$Q - T = U_2 - U_1 - (m_2 - m_1) e_f = Cte$$

VII.- SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

VII.1.- INTRODUCCIÓN

La Termodinámica trata las transformaciones de la energía, y sus leyes describen los límites dentro de los cuales ocurren esas transformaciones; el Primer Principio expresa que en cualquier proceso la energía se conserva, y no impone ninguna restricción respecto a la dirección del proceso. Sin embargo, la experiencia indica la existencia de una cierta restricción, y su expresión constituye el Segundo Principio. El Primer Principio define a la energía interna U como una función de estado, y niega la posibilidad de que se verifiquen procesos en los que no se cumpla el Principio de Conservación de la Energía.

Las diferencias entre las dos formas de energía, calor y trabajo, proporcionan cierta luz sobre el Segundo Principio. En un balance de energía, tanto el trabajo como el calor participan como simples términos aditivos, midiéndose con el mismo tipo de unidades, y aunque ésto es válido para el balance de energía, la experiencia muestra que hay una diferencia de calidad entre el calor y el trabajo, que se puede observar mediante el siguiente ejemplo, *Nadie ha visto que una piedra que reposa en el suelo de una habitación se enfríe espontáneamente y salte hasta una cierta altura, convirtiendo así la energía calorífica en energía potencial*; este proceso no viene prohibido por las leyes del Primer Principio de la Termodinámica de Conservación de la Energía; el proceso en sí no es *imposible*, sólo, que la probabilidad de que se produzca es nula.

El trabajo se transforma rápidamente en otras formas de energía, como energía potencial (elevación de un peso), energía cinética (aceleración de una masa), energía eléctrica (generador eléctrico), rozamiento, (proceso disipativo que transforma el trabajo en calor), etc., que se pueden realizar con un rendimiento de conversión cercano al 100%; de hecho, el trabajo se transforma por completo en calor, como lo demostraron los experimentos de Joule, pero el calor no se transforma íntegramente en trabajo.

Todos los esfuerzos para diseñar un proceso de conversión continua y completa de calor en trabajo o en energía mecánica o eléctrica, han fallado pese a las mejoras que se han hecho en los apa-

ratos empleados, por lo que el rendimiento de conversión no suele superar el 40%; estos valores tan bajos conducen a la conclusión de que el calor es una forma de energía intrínsecamente menos útil y menos valiosa que una cantidad equivalente de trabajo o de energía mecánica o eléctrica.

Una definición del Segundo Principio sería la siguiente: *Es imposible, mediante un proceso cíclico transformar completamente en trabajo, el calor absorbido por un sistema*

Se sabe que el flujo de calor entre dos cuerpos siempre tiene lugar del cuerpo más caliente al más frío y nunca al contrario; este hecho tiene tal importancia que su concepto puede servir como una manifestación aceptable del Segundo Principio de la Termodinámica, como resultado de la restricción impuesta a la dirección de los procesos reales, por lo que es posible establecer enunciados generales que describan tal restricción y que, por consiguiente, sirvan para expresar el Segundo Principio.

Otra definición del Segundo Principio sería: *Ningún proceso puede consistir únicamente en la transferencia de calor de un nivel de temperatura dado a otro superior*

Nada se opone, desde el punto de vista del Primer Principio, a que el cuerpo frío ceda energía al caliente, ya que lo único que el Primer Principio exige es que la energía absorbida por el cuerpo caliente sea igual a la cedida por el cuerpo frío; para subsanar esta anomalía, el Segundo Principio define un sentido a la transformación, siendo ésta sólo posible en el sentido de máxima probabilidad, definiendo una función termodinámica de estado con el nombre de *entropía* que nos va a proporcionar una idea cuantitativa de estas irreversibilidades.

Una tercera definición del Segundo Principio sería: *Ninguna máquina puede operar en forma tal que su único efecto (en el sistema y en los alrededores) sea la conversión completa del calor absorbido por el sistema, en trabajo*

El Segundo Principio de la Termodinámica no prohíbe la generación de trabajo a partir del calor, pero limita la fracción de calor que puede convertirse en trabajo en un proceso cíclico. La conversión parcial de calor en trabajo es la base de la generación comercial de energía. El siguiente paso en el tratamiento del Segundo Principio consiste en desarrollar una expresión cuantitativa del rendimiento para esta conversión.

VII.2.- TRANSFORMACIONES CÍCLICAS MONOTERMAS

Supongamos un sistema que intercambia calor con una sola fuente térmica (Transformación monoterma); si el sistema realiza una transformación irreversible, poniendo en juego el trabajo T y el calor Q , según el Primer Principio de la Termodinámica tiene que cumplirse que, $T = Q$, igualdad que puede satisfacerse de dos formas distintas según el signo de T y Q .

a) Si, $T < 0$, y, $Q < 0$, (el sistema recibe un trabajo y cede una cierta cantidad de calor, caso de las experiencias mecánicas con rozamiento). Este caso es posible, pues la experiencia se encarga continuamente de demostrarlo (Pérdidas por rozamiento).

b) Si, $T > 0$, y, $Q > 0$, el sistema recibe calor y produce un trabajo, que no contradice el Primer Principio, y que sería muy ventajoso.

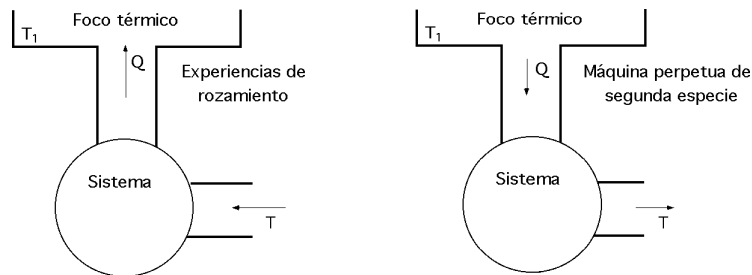


Fig VII.1.- a) Experiencias de rozamiento; b) Máquina perpetua de segunda especie

Ejemplo, Enfriando el agua del mar y convirtiendo este calor en trabajo, los buques navegarían sin consumir otro tipo de energía; el agua sería devuelta al mar y se produciría un cierto rozamiento, pero la experiencia dice que ésto jamás podrá realizarse espontáneamente, es decir, una transformación cerrada de un sistema que intercambia calor con una sola fuente térmica, no puede producir un trabajo positivo, Teorema de Carnot.

Este Teorema es totalmente experimental, y rechaza todas las tentativas para construir el *móvil perpetuo de segunda especie*, o motor perpetuo, que convertiría cíclicamente y a expensas de una sola fuente térmica, calor en trabajo.

El enunciado de Kelvin-Planck del Segundo Principio dice

No existe ninguna transformación termodinámica cuyo único resultado sea la absorción de calor de un solo foco y la producción de una cantidad equivalente de trabajo.

El enunciado de Clausius dice

Ningún proceso espontáneo es posible, cuyo único resultado sea el paso de calor de un recinto a otro de mayor temperatura.

El trabajo en un ciclo monoterma no puede ser (+). Si el ciclo monoterma se realizase reversiblemente se tendría, $T = 0$; $Q = 0$, ya que si, $T < 0$; $Q < 0$, proceso compatible con el enunciado de Kelvin-Planck, bastaría con invertir el sentido del ciclo para que se verifique, $T > 0$; $Q > 0$, que sabemos es incompatible con dicho enunciado.

VII.3.- TRANSFORMACIONES CÍCLICAS CON DOS FUENTES TÉRMICAS

Cuando el sistema que evoluciona intercambia calor con dos focos térmicos, a las temperaturas, T_1 y T_2 , $T_1 > T_2$, respectivamente, las conclusiones deducidas del apartado anterior no se cumplen, ya que el simple ejemplo de las máquinas térmicas que realizan trabajo positivo a partir del calor absorbido del hogar, justifica la existencia de dos fuentes térmicas, una la existencia del hogar a T_1 y la otra, que puede ser simplemente el medio ambiente a T_2 .

Si llamamos Q_1 y Q_2 a las cantidades de calor absorbidas respectivamente de los focos 1 y 2, según el Principio de la Equivalencia se cumple que,

$$T = Q_1 + Q_2$$

y, por lo tanto, nada se opone a que los dos focos cedan calor al sistema, o que el foco frío ceda calor y el caliente lo reciba. Los casos posibles tienen que ser siempre compatibles con la producción de un trabajo positivo, $T > 0$, y, por lo tanto, $Q_1 + Q_2 > 0$, en que la máquina funciona como motor.

a) Si, $Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$, ambos focos ceden calor al sistema y, por lo tanto, existe un tercer foco a temperatura superior a la de ambos que, por simple contacto, les cedería las cantidades de calor Q_1 y Q_2 , reduciéndolo así a un sistema monotermino y dado que el trabajo en un ciclo monotermino no puede ser positivo, según el Teorema de Carnot, esta forma de aplicar energía al sistema para producir trabajo positivo, es imposible; ésto equivaldría a considerar que el tercer foco térmico está a una temperatura, $T > T_1 > T_2$, cediendo al sistema, $Q_1 + Q_2$, calorías.

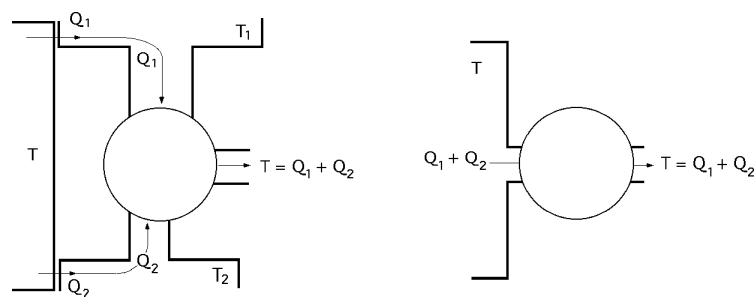


Fig VII.2.- Transformación con dos fuentes térmicas que se reduce a una monoterma

b) Si, $Q_1 < 0$, $Q_2 < 0$, siendo, $|Q_2| > |Q_1|$ y $T_1 > T_2$, se llega a la misma conclusión, Fig VII.3, pues utilizando un foco auxiliar a la temperatura T comprendida entre, T_1 y T_2 , $T_1 > T > T_2$, este foco tomaría, por contacto, la cantidad de calor Q_1 a T_1 , y cedería Q_2 a T_2 , con lo que la diferencia, $Q_2 - Q_1$, se convertiría íntegramente en trabajo, y volveríamos al ciclo monotermino.

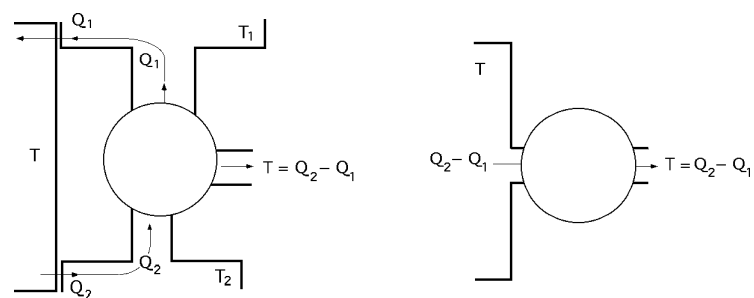


Fig VII.3.- Transformación con dos fuentes térmicas que se reduce a una monoterma

c) Si, $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$, siendo, $|Q_2| < |Q_1|$; $T_1 > T_2$, Fig VII.4, es el único caso posible, y es el que siguen las máquinas térmicas directas, pues en ellas se cumple que la diferencia entre el calor absorbido por el sistema Q_1 , y el cedido por el sistema al foco frío Q_2 , se transforma en trabajo. En este caso no se puede reducir el sistema a otro monotermino, ya que si consideramos una temperatura T de la forma, $T_1 > T > T_2$, al ser, $T_1 > T$, no se pueden ceder Q_1 calorías de un tercer foco a,

$T < T_1$, al foco que está a T_1 por cuanto está más frío que él. Por la misma razón no se pueden ceder Q_2 calorías del foco frío al tercer foco al ser, $T > T_2$.

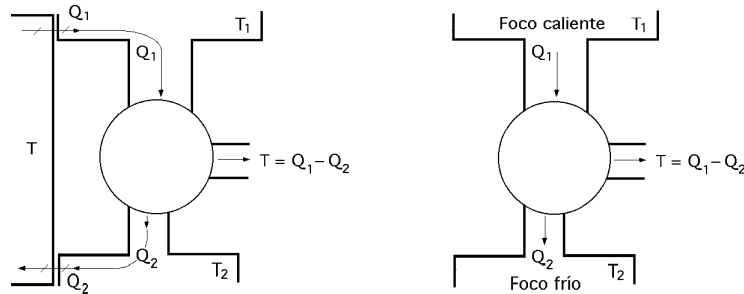


Fig VII.4.- Esquema de máquina térmica

VII.4.- CICLO DE CARNOT

En el ciclo de Carnot, el sistema que evoluciona realiza intercambios de calor con dos focos a temperaturas T_1 y T_2 , según el ciclo que se indica en la Fig VII.5, compuesto por dos isotermas y dos adiabáticas.

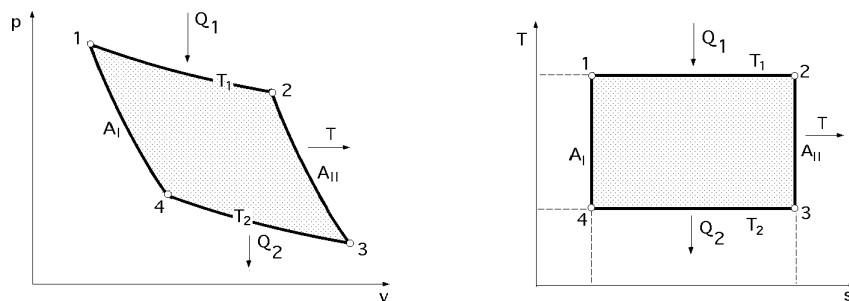


Fig VII.5.- Ciclo de Carnot en el diagrama (p,v) y en el (T,s)

Si se supone evoluciona reversiblemente un gas perfecto, se tiene,

Según (1-2) el gas se expande isotérmicamente a T_1 absorbiendo Q_1 calorías del *hogar* R, y realizando un trabajo positivo.

Según (2-3) el gas se expande adiabáticamente produciendo un trabajo T mientras su temperatura disminuye desde T_1 hasta T_2 .

Según (3-4) el gas se comprime isotérmicamente a la temperatura T_2 que es la del foco frío *refrigerante*, cediendo a éste una cantidad de calor Q_2 lo cual exige un consumo exterior de trabajo, es decir, hay que aplicar un trabajo al sistema.

Según (4-1) el gas se comprime adiabáticamente a expensas de un trabajo exterior, y su temperatura pasa de T_2 a T_1 , cerrándose el ciclo.

Esta transformación cíclica reversible se conoce como Ciclo de CARNOT, y en él se verifica lo siguiente,

El trabajo neto T viene dado por el área (12341)

El balance de calor viene dado por, $Q_1 - Q_2$

Como los estados inicial y final del ciclo son los mismos, la variación de energía interna es nula, y aplicando el Primer Principio se tiene,

$$U = Q - T = 0 \quad Q = T \quad ; \quad T = Q_1 - Q_2$$

El rendimiento térmico del ciclo viene dado por,

$$= \frac{T}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

en su forma más general, ampliable a cualquier otro ciclo.

Para un ciclo de Carnot se tiene,

$$\text{Transformación isotérmica (1-2), } Q_1 = R T_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{Transformación isotérmica (3-4), } Q_2 = R T_2 \ln \frac{v_3}{v_4}$$

quedando el rendimiento en la forma,

$$c = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{v_3}{v_4}}{T_1 \ln \frac{v_2}{v_1}}$$

$$\begin{array}{l} \text{Condiciones para los puntos 1, 2, 3 y 4,} \\ \begin{array}{l} 1-2) \quad p_1 v_1 = p_2 v_2 \\ 2-3) \quad p_2 v_2 = p_3 v_3 \\ 3-4) \quad p_3 v_3 = p_4 v_4 \\ 4-1) \quad p_4 v_4 = p_1 v_1 \end{array} \end{array}$$

Multiplicándolas entre sí, se obtiene,

$$v_2 v_4 = v_1 v_3$$

y sustituyendo en la expresión del rendimiento se encuentra,

$$c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

dependiendo exclusivamente de la temperatura absoluta de los dos focos.

Ninguna máquina operando entre dos temperaturas determinadas posee un rendimiento superior al de una máquina de Carnot que funcione entre las mismas temperaturas.

En efecto, supongamos que entre dos focos a temperaturas T_1 y T_2 con, $T_1 > T_2$, opera una máquina arbitraria X y otra de Carnot C, Fig VII.6.

Si se supone que los calores aplicados son iguales, $Q_1 = q_1$, y dado que la máquina de Carnot es reversible, se puede invertir el sentido del ciclo de Carnot, de modo que funcione como refrigerador, Fig VII.7; de esta forma, el *hogar* cedería el calor Q_1 y absorbería el q_1 , por lo que el foco térmico

caliente no interviene en el proceso, habiéndose reducido el mismo a una transformación monoterma, actuando como única fuente eficaz el foco térmico frío, *refrigerante*, a la temperatura T_2 .

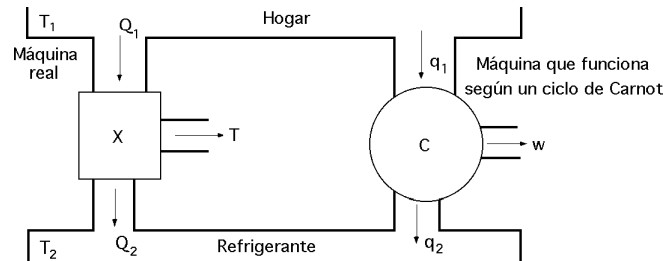


Fig VII.6.- Máquina arbitraria X y máquina de Carnot C

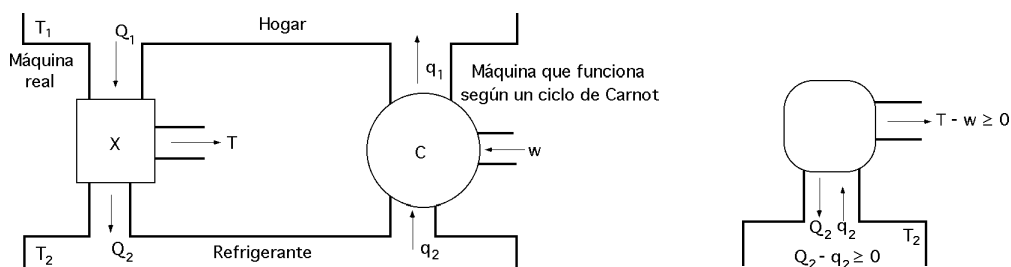


Fig VII.7

El trabajo aplicado, igual al generado, en el ciclo de Carnot es mayor que el generado en la máquina real, por lo que,

$$|w| - |T| > 0 \quad ; \quad w - T > 0 \quad ; \quad T - w < 0$$

La única posibilidad compatible con el Teorema de Carnot es que el trabajo producido sea positivo; por lo tanto, teniendo en cuenta el Principio de la Equivalencia,

$$Q = T \quad ; \quad w - T > 0 \quad ; \quad w - T = q_2 - Q_2 \quad ; \quad q_2 - Q_2 > 0$$

y como el rendimiento, teniendo en cuenta que, $Q_1 = q_1$, es de la forma,

$$r = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{q_1 - Q_2}{q_1} = 1 - \frac{Q_2}{q_1}$$

$$c = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$

y dado que, $q_2 - Q_2 > 0$, resulta,

$$\frac{q_2 - Q_2}{q_1} > 0 \quad ; \quad \frac{q_2}{q_1} - \frac{Q_2}{q_1} > 0 \quad ; \quad \frac{q_2}{q_1} > \frac{Q_2}{q_1}$$

por lo que,

$$1 - \frac{Q_2}{q_1} > 1 - \frac{q_2}{q_1} \quad r > c$$

El signo ($<$) se corresponde con una máquina irreversible.

El signo ($=$) se corresponde con una máquina reversible.

La conversión de Q en T en una máquina reversible no depende de la sustancia que evoluciona, sino de los niveles de temperatura.

VII.5.- FUNCIÓN ENTROPÍA

Si se considera un ciclo cualquiera, Fig VII.8, se pueden circunscribir a él las adiabáticas A_I y $A_{II'}$, y las isothermas $T_{1'}$ y $T_{2'}$, conformando un ciclo de Carnot. Si tomamos una porción infinitesimal de este ciclo, Fig VII.9, entre dos adiabáticas y dos isothermas, T_{1i} y T_{2i} , y nos fijamos en la parte superior, tramo CM , Fig VII.10, a lo largo del mismo el sistema realiza un trabajo, dado por, $T_{CM} = \text{área } (CMmc)$, y absorbe un calor Q_{CM}

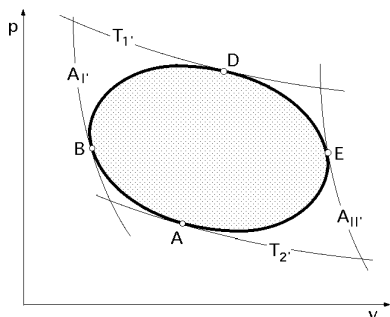


Fig VII.8.- Ciclo cualquiera

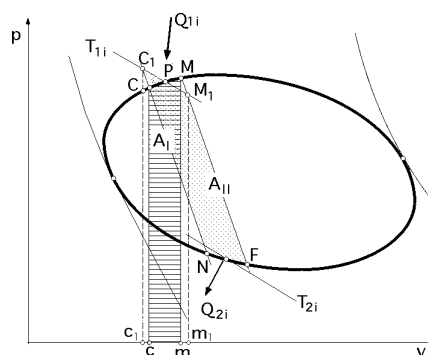


Fig VII.9.- Ciclo infinitesimal de Carnot

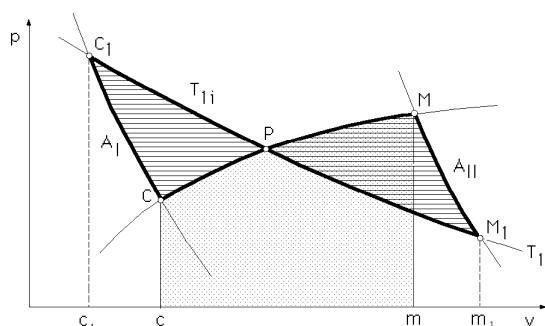


Fig VII.10.- Ampliación del ciclo infinitesimal

Se puede hacer que las adiabáticas que pasan por C y M y la isoterma T_{1i} intermedia, delimitan unas áreas tales que las que estén encima o debajo de la línea isoterma (C_1M_1) sean iguales, Fig VII.10, por lo que,

$$\text{Área } (CMmc) = \text{Área } (C_1M_1m_1c_1)$$

y por lo tanto, el trabajo elemental a lo largo del proceso (CC_1PM_1M) coincide con el (CPM).

Aplicando el Primer Principio entre C y M se obtiene,

$$U_{(CM)} = Q_{(CM)} - T_{(CM)} = Q_{(CC_1PM_1M)} - T_{(CC_1PM_1M)}$$

y como,

$$T_{(CM)} = T_{(CC_1PM_1M)} \quad Q_{(CM)} = Q_{(CC_1PM_1M)}$$

el balance calorífico a lo largo del proceso (CM) es igual al que se obtiene al seguir el camino de las dos adiabáticas y la isoterma intermedia.

TEOREMA DE CLAUSIUS.- Basándose en estas consideraciones, Clausius propuso dividir el ciclo reversible en un elevado número de ciclos de Carnot, de forma que, para un ciclo cualquiera, se tuviese,

$$Q_{1i} = \text{calor absorbido por el ciclo elemental a } T_{1i}$$

$$Q_{2i} = \text{calor absorbido por el ciclo elemental a } T_{2i}$$

$$1 - \frac{Q_{2i}}{Q_{1i}} = 1 - \frac{T_{2i}}{T_{1i}} \quad ; \quad \frac{Q_{2i}}{Q_{1i}} = \frac{T_{2i}}{T_{1i}} \quad ; \quad \frac{Q_{1i}}{T_{1i}} - \frac{Q_{2i}}{T_{2i}} = 0$$

$$\text{Para todos los ciclos de Carnot elementales,} \quad \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q_{ji}}{T_j} = 0$$

$$\text{Para un número infinito de ciclos infinitesimales de Carnot:} \quad \frac{dQ_{ji}}{T_j} = 0$$

que constituye el Teorema de Clausius para un ciclo reversible.

Para una transformación real se cumple, $irrev < rev$, por lo que,

$$1 - \frac{dQ_{2i}}{dQ_{1i}} < 1 - \frac{dQ_{2r}}{dQ_{1r}} \quad ; \quad \frac{dQ_{2i}}{dQ_{1i}} > \frac{dQ_{2r}}{dQ_{1r}}$$

$$\frac{dQ_{2i}}{dQ_{1i}} > \frac{T_2}{T_1} \quad ; \quad \frac{dQ_{2i}}{T_2} > \frac{dQ_{1i}}{T_1} \quad ; \quad \frac{dQ_{1i}}{T_1} - \frac{dQ_{2i}}{T_2} < 0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q_{ji}}{T_j} < 0$$

$$\text{Para un número infinito de ciclos se tiene,} \quad \frac{dQ_{ji}}{T_j} < 0$$

que constituye el Teorema de Clausius para un ciclo irreversible.

Hay que tener en cuenta que las temperaturas de los focos caliente y frío, mientras se realiza el proceso, son en todo momento iguales a las del fluido agente en un proceso reversible, y distintas en un proceso irreversible.

A lo largo del ciclo (BCEFB), Fig XI.11, se cumple que,

$$\frac{dQ}{T}_{(BCE)} + \frac{dQ}{T}_{(EFB)} = 0 \quad ; \quad \frac{dQ}{T}_{(BCE)} = - \frac{dQ}{T}_{(EFB)} \quad ; \quad \frac{dQ}{T}_{(BCE)} = \frac{dQ}{T}_{(BFE)}$$

llegándose a la conclusión de que para pasar de, B a E, la expresión $\frac{dQ}{T}$ es la misma.

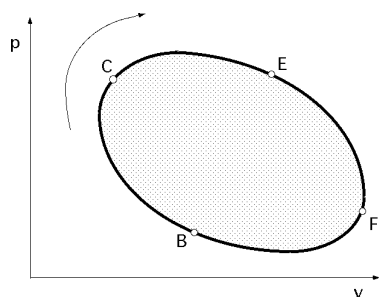


Fig VII.11

Para las evoluciones reversibles, el resultado de integrar la expresión anterior es la misma entre los puntos dados, por lo que no depende del camino seguido, existiendo una función única que al diferenciarla satisfará a la relación subintegral, y que se conoce como entropía s , es decir,

$$s = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \quad ; \quad ds = \frac{dQ}{T} \quad (\text{Segundo Principio})$$

que es una función de estado; como dQ no es una diferencial exacta, $\frac{1}{T}$ es el factor integrante de dQ .

Para hallar la variación de entropía de un sistema entre dos estados de equilibrio cualquiera, se escoge cualquier camino reversible, y se suman los cocientes entre el calor que se intercambia con el sistema en cada instante, y su temperatura respectiva.

La entropía permite comprobar si toda la energía disponible en una fuente ha sido totalmente aprovechada convirtiéndola en trabajo.

La entropía es una propiedad intrínseca de la materia y, por lo tanto, su magnitud depende sólo de la *naturaleza* del cuerpo considerado, y del *estado* en que se encuentra, siendo independiente de su posición externa y de su movimiento respecto a otros cuerpos.

VII.6.- VARIACIÓN DE LA ENTROPÍA EN PROCESOS REVERSIBLES

a) Proceso adiabático

$$dS = \frac{dQ}{T} = 0 \quad ; \quad S = \text{Cte}, \quad (\text{evolución isentrópica})$$

En un proceso térmicamente aislado, la variación de entropía es cero, por lo que la entropía del estado final coincide con la del estado inicial,

$$S_2 - S_1 = 0 \quad ; \quad S_2 = S_1$$

b) Proceso isotérmico

$$T = \text{Cte} \quad ; \quad \int_1^2 \frac{dQ}{T} = s_2 - s_1 = \frac{Q}{T}$$

que sirve para calcular la entropía de un cambio de fase.

c) Proceso isócoro

$v = \text{Cte}$. Para poder integrar hay que conocer la función, $Q = f(T)$, ó, $c_v = f(T)$.

$$s = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v dT}{T}$$

d) Proceso isobárico

$p = \text{Cte.}$ Al igual que en el caso anterior,

$$s = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p dT}{T}$$

Para un gas perfecto, y para entropías específicas s se obtienen las siguientes expresiones,

a) Si se parte de, $dQ = c_v dT + p dv$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_v dT + p dv}{T} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

o también, $s = s_0 + c_v \ln T + R \ln v$

b) Teniendo en cuenta que, $dQ = c_p dT - v dp$, se obtiene,

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{c_p dT - v dp}{T} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

o también, $s = s_0 + c_p \ln T - R \ln p$

c) Partiendo de,

$$dQ = \frac{p dv + v dp}{\gamma - 1}$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \int_1^2 \frac{1}{T} \frac{p dv + v dp}{\gamma - 1} = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} + c_v \ln \frac{p_2}{p_1} = c_v \ln \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \\ &= c_v \ln (p v) \Big|_1^2 = \frac{R}{\gamma - 1} \ln (p v) \Big|_1^2 \end{aligned}$$

Todas estas expresiones son equivalentes, y siendo los estados inicial y final los mismos, la variación de entropía es independiente del camino recorrido.

VII.7.- ENTROPÍA DE UNA MEZCLA DE GASES IDEALES

Para determinar la entropía de una mezcla de gases ideales se puede suponer un cilindro dividido en dos compartimentos exactamente iguales A y B, Fig VII.12, separados por una pared rígida semipermeable. En A se introducen los dos gases ideales 1 y 2 y en B se hace el vacío. El tabique de separación es sólo permeable al gas 1.

En el cilindro pueden desplazarse los pistones M y N, acoplados entre sí, por lo que su distancia siempre permanece constante. El pistón M es sólo permeable al gas 2, y N es impermeable a ambos gases.

El proceso se realiza en las siguientes fases,

a) Se desplazan los pistones muy lentamente, $T = \text{Cte}$, y sin ningún rozamiento.

b) Los dos gases se han separado.

Para calcular la variación de entropía se sabe que,

$$ds = \frac{dQ}{T} = \frac{dU + dT}{T}$$

y como, $T = \text{Cte}$, $dU = 0$, por ser un gas ideal y, $dT = 0$, ya que en todo instante hay equilibrio entre las presiones parciales ejercidas por los gases a ambos lados de las membranas semipermeables y, por lo tanto, la fuerza resultante debida a las presiones, que actúa sobre los pistones acoplados es nula. En efecto, el gas 2 ocupa el volumen de los compartimentos A_1 y A_2 , bajo una presión p_2 uniforme, y como este volumen es constantemente igual a V , dicha presión en todo instante es igual a la presión parcial de gas en la mezcla.

A su vez, el gas 1 ocupa el volumen, $A_2 + B_1 = V$, bajo la presión constante p_1 .

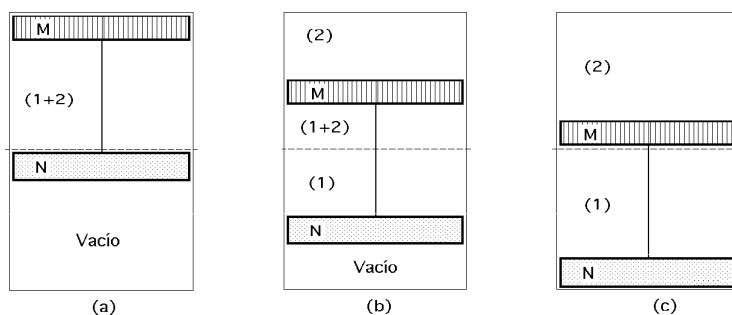


Fig VII.12

El resultado de las fuerzas que actúan hacia abajo, y las que actúan hacia arriba es constantemente nulo, y por lo tanto no hay que consumir ningún trabajo para desplazar el sistema móvil, por lo que la separación de la mezcla se realiza sin ningún trabajo; por lo tanto,

$$Q = 0 \quad ; \quad s = 0$$

es decir, la entropía total de la mezcla es igual a la suma de las entropías parciales que cada uno de los gases poseería si ocupase sólo el mismo volumen de la mezcla, (Teorema de Gibbs).

Si a continuación los pistones se desplazan en sentido contrario, se obtiene en iguales condiciones la mezcla de ambos gases con variación nula de entropía. Sin embargo, esto es sólo válido para cuando cada componente ocupa el mismo volumen antes y después de la mezcla. Si la mezcla de 1 y 2 se realiza simplemente eliminando el tabique poroso de separación, el volumen de cada uno de los constituyentes no permanece constante, y se produce un incremento de entropía. En efecto, en el caso general que el gas 1 ocupase el volumen V_1 y el gas 2 el volumen V_2 , al realizar la mezcla de gases, cada gas ocuparía el volumen, $V_1 + V_2$; la variación de entropía, se calcula suponiendo los dos procesos reversibles siguientes,

a) Cada gas se expande por separado, reversible e isotérmicamente, hasta el volumen final $V_1 + V_2$, con una variación finita de entropía.

b) Los gases se mezclan reversiblemente a volumen constante, por lo que la variación de entropía es, $s = 0$, y como,

$$s = n R T \ln \frac{V_f}{V_i}$$

se tiene,

$$s = s_1 + s_2 = n_1 R T \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1} + n_2 R T \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2}$$

es decir, la entropía crece en el caso de difusión de los dos gases, pero este incremento es debido sólo a que ocupan un volumen mayor y no al hecho real de la mezcla.

$$\text{Si, } n_1 = n_2 \text{ y } V_1 = V_2 \quad s = 2 R \ln 2$$

y se observa que este resultado es independiente de la naturaleza del gas 1 y del gas 2.

VII.8.- DIAGRAMA ENTRÓPICO

El diagrama entrópico es una representación gráfica que tiene por eje de ordenadas la temperatura T y por eje de abscisas, la entropía s ; en consecuencia, en él se pueden representar funciones de la forma, $s = f(T)$.

En un proceso reversible elemental, el calor absorbido por el sistema, $dQ = T ds$, viene medido por el área sombreada en la Fig VII.13; si se trata de un proceso reversible finito, el área bajo la curva (AB) es,

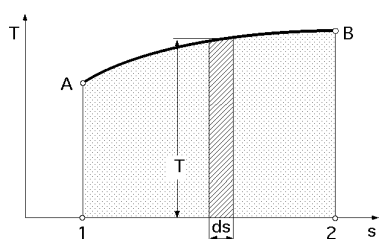


Fig VII.13.- Diagrama entrópico

$$\int_A^B T ds = \int_1^2 dQ_{\text{rev}} = Q_{\text{rev}}$$

Si se trata de un ciclo, y dado que, $U = U_2 - U_1 = 0$, el trabajo y el calor son equivalentes, es decir,

$$T = p dv = T ds = Q$$

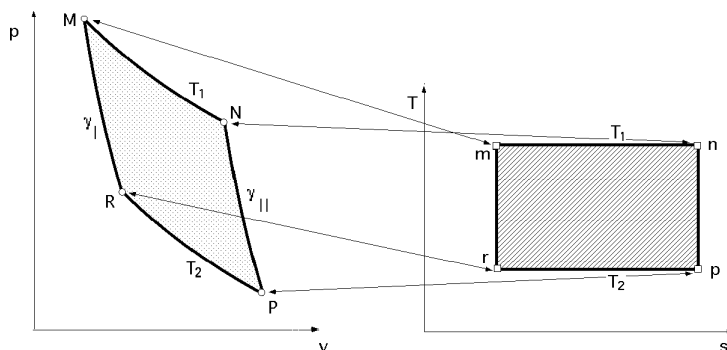


Fig VII.14.- Correspondencia de ciclos

y, por lo tanto, las áreas incluidas en las curvas cerradas correspondientes a los diagramas (p, v) y (T, s) , Fig VII.14, serán iguales.

Representación entrópica de algunas transformaciones.- En un diagrama (T, s) una transformación isoterma viene representada por una recta horizontal, una transformación adiabática

viene representada por una recta vertical, una transformación isobara tiene por ecuación,

$$s_p = c_p \ln \frac{T}{273}$$

y una transformación isócara por,

$$s_v = c_v \ln \frac{T}{273}$$

habiendo considerado el origen de entropías, $s = 0$, para, $T_0 = 273^\circ\text{K}$.

Como, $c_p > c_v$, resulta, $s_p > s_v$, para una misma temperatura T y, por lo tanto, la representación gráfica de las curvas de, $p = \text{Cte}$; $v = \text{Cte}$, es de la forma indicada en la Fig VII.15.

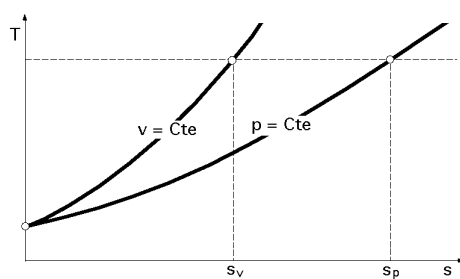


Fig VII.15

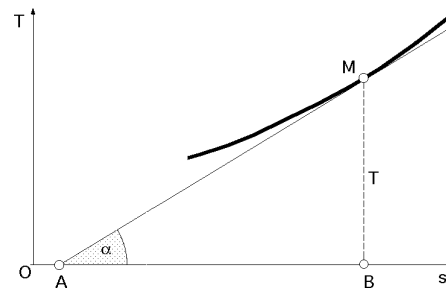


Fig VII.16

La subtangente a cualquier transformación en el diagrama (T,s) representa el calor específico en el punto considerado, Fig VII.16; en efecto,

$$T = (AB) \operatorname{tg} \alpha = (AB) \frac{dT}{ds} \quad (AB) = T \frac{ds}{dT} = \frac{dQ}{dT} = \frac{c dT}{dT} = c$$

siendo c el calor específico (del fluido que evoluciona) en el punto M , que toma los siguientes valores según el tipo de transformación,

$$\begin{aligned} T &= \text{Cte}, & c &= \\ s &= \text{Cte}, & c &= 0 \\ p &= \text{Cte}, & c &= c_p \\ v &= \text{Cte}, & c &= c_v \\ n &= \text{Cte}, & c &= (AB) \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta el concepto de superficie en un diagrama entrópico, una transformación a, $p = \text{Cte}$, representa, Fig VII.17,

$$Q = \text{área } (R' R N N') (+)$$

y como,

$$i = U + p v + v p = Q + v p$$

por ser, $p = \text{Cte}$, resulta que, $i = Q$, por lo que el área rayada es igual a la variación de entalpía del sistema, $i (+)$.

Basándonos en lo anterior, para una transformación (MN) Fig VII.18, se tiene,

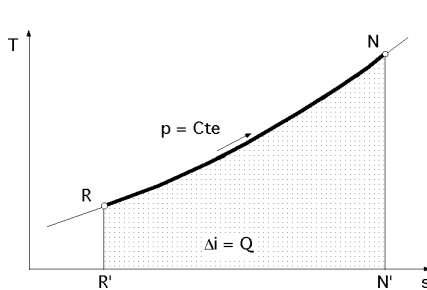


Fig VII.17

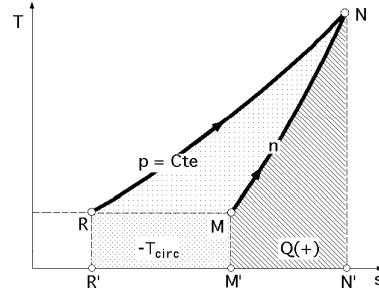


Fig VII.18

$$\text{Área (M'MNN')} = Q (+)$$

$$\text{Área (RNN'R')} = i_N - i_R = i_N - i_M = i = Q + v p$$

$$\text{Área (R'RNMM'R)} = i - Q = v p = - T_{\text{circ}}$$

Una transformación a volumen constante en un diagrama (T-s) es la representada en la Fig VII.19,

$$Q = U + T = U + p v = \left| v = 0 \right| = U$$

El área (MM'N'NM) es el calor Q , y además, por ser el proceso a, $v = \text{Cte}$, es también la variación de energía interna U .

Para una transformación cualquiera (MN), Fig VII.20, se tiene,

$$Q = U + T = \text{área (M'MNN')}$$

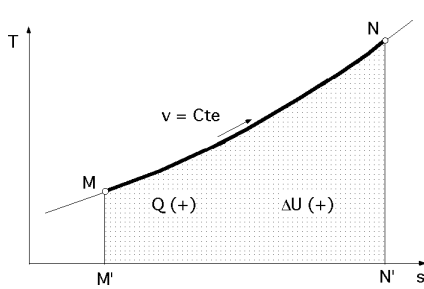


Fig VII.19

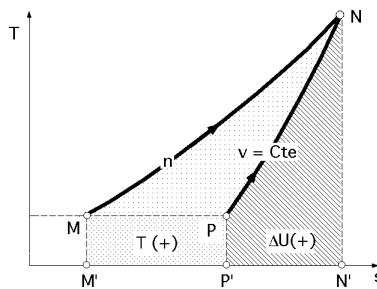


Fig VII.20

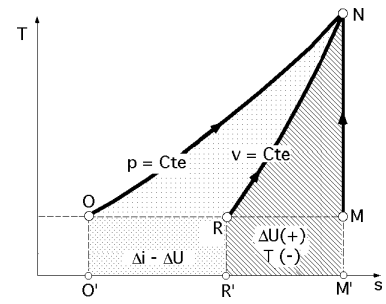


Fig VII.21

Como el área, (PP'N'NP) = U , resulta que el área rayada es el trabajo de expansión,

$$T_{\text{exp}} = Q - U = T$$

Para una transformación adiabática (MN), Fig VII.21,

$$U + T = 0$$

Según la transformación (RN) a, $v = \text{Cte}$, el área (RR'M'NR) es igual a la variación de energía interna U , y por ser el proceso (MN) adiabático,

$$U + T = 0 \quad ; \quad U = -T$$

Según la transformación (ON) a $p = \text{Cte}$, el área (OO'M'NO) es igual a la variación de entalpía i luego el área (OO'R'NO) es la diferencia, $i - U$.

Ciclo de Carnot en el diagrama entrópico.- El ciclo de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_2 en un diagrama (T,s), es un rectángulo, Fig VII.22. La variación de entropía es,

$$s_2 - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$s_4 - s_3 = R \ln \frac{v_4}{v_3} = R \ln \frac{p_3}{p_4}$$

El calor aplicado,

$$Q_1 = T_1 (s_2 - s_1) = \text{área (1ab21)}$$

El calor cedido,

$$Q_2 = T_2 (s_4 - s_3) = T_2 (s_1 - s_2) = \text{área (4ab34)}$$

El calor Q puesto en juego es,

$$Q = Q_1 - Q_2 = (T_1 - T_2) (s_2 - s_1) = (T_1 - T_2) R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

que es igual al trabajo desarrollado por el ciclo,

$$T = (T_1 - T_2) R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

El rendimiento térmico del ciclo es,

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{\text{área (1234)}}{\text{área (1ab21)}} = \frac{(T_1 - T_2) (s_2 - s_1)}{T_1 (s_2 - s_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

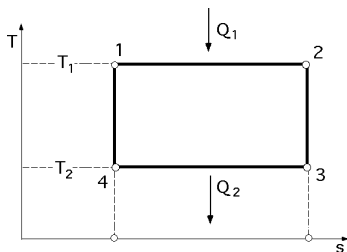


Fig VII.22.- Ciclo de Carnot

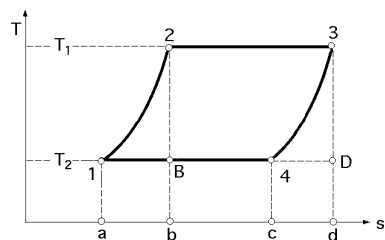


Fig VII.23.- Transformaciones conjugadas

Existen ciclos de igual rendimiento al de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_2 ; sólo se imponen las condiciones de que las transformaciones (12) y (34) correspondientes al ciclo dado, Fig VII.23, sean líneas conjugadas y que el calor cedido por el ciclo durante la evolución (34), revierta al mismo en la evolución (12); de esta forma, el único calor entregado por el foco térmico a T_1 lo sería

a lo largo de la transformación (23), mientras que el cedido al foco frío a T_2 lo sería a lo largo de (41).

En estas condiciones, el rendimiento térmico es,

$$\tau = \frac{\text{área (12341)}}{\text{área (23db2)}} = \frac{\text{área (B23DB)}}{\text{área (23db2)}}$$

VII.9.- APROVECHAMIENTO DE UN SALTO TÉRMICO

Ciclo de Carnot con irreversibilidad térmica externa.- Cuanto mayor sea la diferencia de temperaturas entre los focos caliente y frío de cualquier evolución, tanto mayor será el rendimiento global de la instalación. Sean T_1 y T_2 las temperaturas de los focos térmicos, Fig VII.24, y Q_1 y Q_2 los calores correspondientes.

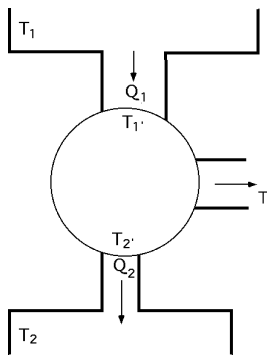


Fig VII.24.- Diferencia de temperaturas entre los focos térmicos y el sistema

Para un proceso reversible, la expresión del trabajo es,

$$\frac{T}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad ; \quad T = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = Q_1 \quad c = \quad i$$

Para un proceso irreversible, la expresión del trabajo es,

$$T_{\text{irrev}} = Q_1 \left(1 - \frac{T_2'}{T_1'} \right)$$

y como, $1 - \frac{T_2'}{T_1'}$, se vería muy disminuido debido a que, $T_1' < T_1$, y, $T_2 > T_2'$ resulta,

$$T_{\text{irrev}} < Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

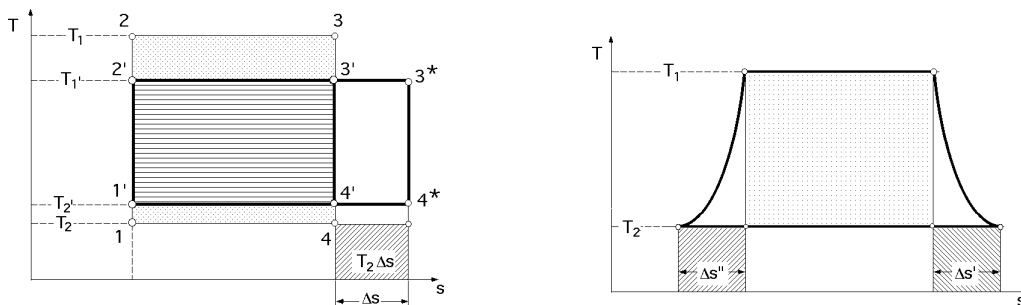


Fig VII.25.- Ciclo de Carnot con, (a) irreversibilidad externa; (b) irreversibilidad interna

Esta irreversibilidad térmica, que aparece como consecuencia de la diferencia de temperaturas entre las fuentes térmicas y el fluido que evoluciona, se conoce como irreversibilidad térmica externa, Fig VII.25.a.

Las temperaturas son, T_1 la del foco caliente, T_2 la del foco frío, T_1' la máxima del fluido motor, y T_2' la mínima del fluido motor.

El crecimiento de entropía se determina hallando el nuevo ciclo de Carnot, de igual área, entre las temperaturas del fluido motor.

VII.10.- ENERGÍA UTILIZABLE EN LAS TRANSFORMACIONES CÍCLICAS

Si las temperaturas de los focos térmicos T_1 y T_2 son constantes, y teniendo en cuenta el Primer Principio, el trabajo útil en un proceso irreversible es,

$$T_{\text{útil}} = Q_1 - Q_2 \quad ; \quad Q_2 = Q_1 - T_{\text{útil}}$$

y la variación de entropía del Universo s que aparece como consecuencia de la irreversibilidad del ciclo,

$$s = \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_1 - T_{\text{útil}}}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1}$$

El trabajo útil irreversible es,

$$T_{\text{útil}} = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) - T_2 \quad s = Q_1 \quad c - T_2 \quad s = \quad i - T_2 \quad s = \quad G$$

en la que,

$T_{\text{útil}}$ es el trabajo útil máximo, que se conoce también como energía utilizable G .

$Q_1 \quad c$ es el trabajo máximo, correspondiente al ciclo de Carnot, entre las temperaturas extremas

$T_2 \quad s$ se conoce como termentropía o energía no utilizable, y es una energía que queda vinculada al sistema

T_2 es la temperatura del medio en el cual se encuentra inmerso el sistema; también puede ser la temperatura del foco más frío de que se disponga, es decir, es la mínima de todas las temperaturas que intervengan en el proceso.

Si se considera un ciclo en el que el medio ambiente está a una temperatura T_2 constante, (fuente fría), en tanto que el aporte de calor se efectúa a T_1 , variable, el trabajo útil es,

$$T_{\text{útil}} = Q_1 - Q_2$$

El crecimiento de la entropía s del Universo a lo largo del ciclo permite calcular el calor Q_2 puesto en juego en un ciclo irreversible,

$$s = \frac{Q_2}{T_2} - \frac{dQ_1}{T_1} \quad ; \quad Q_2 = T_2 \quad \frac{dQ_1}{T_1} + T_2 \quad s$$

$$T_{\text{útil}} = Q_1 - Q_2 = Q_1 - \left(T_2 \quad \frac{dQ_1}{T_1} + T_2 \quad s\right)$$

Para un proceso reversible entre la mismas temperaturas extremas, se tiene,

$$Q_2 = T_2 \quad \frac{dQ_1}{T_1} \quad ; \quad \frac{Q_2}{T_2} - \frac{dQ_1}{T_1} = 0$$

El trabajo máximo reversible, es igual al trabajo del ciclo de Carnot $= Q_1 - T_2 \quad \frac{dQ_1}{T_1}$

En un proceso irreversible, *el trabajo útil* es,

$$T_{\text{útil}} = Q_1 - Q_2 = Q_1 - \left(T_2 \frac{dQ_1}{T_1} + T_2 ds \right) = T_{\text{Carnot}} - T_2 ds = T_{\text{máx.rev}} - T_2 ds$$

En un ciclo inverso irreversible, el trabajo necesario será igual al trabajo del ciclo reversible más la termentropía (anergía), $T_2 ds$.

VII.11.- CICLOS CON IRREVERSIBILIDAD INTERNA

En un ciclo de Carnot con irreversibilidad interna, las evoluciones isentrópicas están reemplazadas por evoluciones reales que implican crecimiento de entropía, debido al rozamiento, Fig VII.25.b; un ciclo real comporta irreversibilidades externas e internas, y estará caracterizado únicamente por el aporte y evacuación de calor en las condiciones que exija el problema.

Los ciclos reales están caracterizados por irreversibilidades de tipo externo, (los intercambios térmicos se producen a temperatura variable), y por irreversibilidades de tipo interno, (las evoluciones isentrópicas se reemplazan por evoluciones adiabáticas irreversibles), con el consiguiente aumento de entropía del sistema debido a los fenómenos de rozamiento, según los cuales, el trabajo de rozamiento se transformará en calor que será absorbido por el sistema que evoluciona.

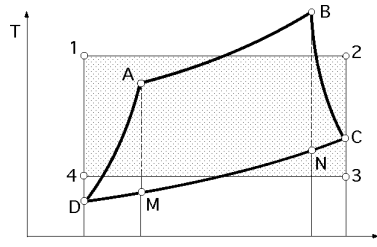


Fig VII.26.- Ciclo de Joule irreversible (ABCD)

El estudio de los ciclos termodinámicos irreversibles se puede hacer, para cada una de las transformaciones irreversibles, empleando la función energía utilizable con trasvasamiento, en la siguiente forma,

Energía disponible o utilizable,

$$dT_{\text{útil}} = dT - T_2 ds = dQ - dT - T_2 ds$$

siendo dS la suma de las entropías generadas en las distintas irreversibilidades.

Cuando la *evolución irreversible no comporte más que un aporte, o una cesión, de calor se tiene una irreversibilidad térmica*, de la forma,

$$dS = \frac{dQ}{T} > 0 \quad \text{ó} \quad dS = \frac{dQ}{T} < 0$$

Para una *evolución adiabática con irreversibilidades mecánicas (rozamiento)*, se tiene,

$$ds = \frac{T_{\text{roz}}}{T} > 0$$

Teniendo en cuenta las irreversibilidades térmicas y mecánicas, *el trabajo útil generado en el ciclo* es,

$$dT_{\text{útil}} = dQ - dT - T_2 \frac{dT_{\text{roz}}}{T} - T_2 \frac{dQ}{T}$$

y la integración de esta expresión, extendida a todo el ciclo de una máquina que realiza un trabajo, permite obtener,

$$dT_{\text{útil}} = \int_1 dQ - \int_2 dQ - T - T_2 \frac{dT_{\text{roz}}}{T} - T_2 \int_1 \frac{dQ}{T} + T_2 \int_2 \frac{dQ}{T}$$

en la que los subíndices 1 y 2 indican aporte y evacuación de calor, respectivamente.

La integral $\int_1 \frac{dQ}{T}$ representa la cantidad de calor comunicada al fluido .

Como, $dT_{\text{útil}} = dT - T_2 \frac{dT_{\text{roz}}}{T}$, toma el mismo valor en cada ciclo, su integral es nula, por lo que,

$$Q_1 = T + T_2 \left(\frac{dT_{\text{roz}}}{T} + \int_2 \frac{dQ}{T} + \left(1 - \frac{T_2}{T} \right) dQ \right)$$

que permite estudiar los ciclos teniendo en cuenta la degradación de energía correspondiente a las distintas irreversibilidades, a partir del calor Q_1 aplicado al sistema.

VIII.- EQUILIBRIO DE LAS TRANSFORMACIONES REALES

VIII.1.- SISTEMAS TÉRMICAMENTE AISLADOS

En un sistema térmicamente aislado se cumple, $dQ = 0$. El Primer Principio de la Termodinámica proporciona la ecuación,

$$dQ = dU + dT \quad ; \quad dU = - dT$$

y el Segundo Principio de la Termodinámica,

$$ds_{\text{irrev}} > \left(\frac{dQ}{T}\right)_{\text{rev}} \quad T ds_{\text{irrev}} > dQ_{\text{rev}} \quad ; \quad T ds_{\text{irrev}} > 0 \quad ; \quad s_2 - s_1 > 0$$

que dice que en un proceso adiabático irreversible, la entropía del estado final es mayor que la entropía del estado inicial.

VIII.2. SISTEMAS A TEMPERATURA Y VOLUMEN CONSTANTES

Analizaremos en primer lugar el caso en que la temperatura sea constante; como en el caso anterior se puede poner,

$$dQ = dU + dT$$

$$(ds)_{\text{irrev}} > \left(\frac{dQ}{T}\right)_{\text{rev}} \quad ; \quad dQ < T (ds)_{\text{irrev}}$$

$$\text{Proceso reversible, } T ds_{\text{rev}} = dU + dT$$

$$\text{Proceso irreversible, } T ds_{\text{irrev}} > dU + dT$$

deduciéndose para el proceso irreversible que,

$$dT < T ds - dU \quad ; \quad dT < - d(U - TS)$$

a) El trabajo es siempre menor que la variación de la función, $U - TS$. Para una transformación reversible, el trabajo transformado sería igual a dicha variación.

b) De toda la energía interna U , sólo se aprovecha, $U - TS$, quedando ligada al sistema la correspondiente a, TS .

c) A la única energía transformada, $U - TS$, se la llama **energía libre del sistema**, se representa con la letra F , se la conoce como **potencial de Helmholtz**, y es de la forma,

$$F = U - TS$$

siendo el producto, TS , la **anergia**.

$$\text{Así se tiene, } dT < -dF \quad ; \quad T_1^2 < (F_2 - F_1) \quad ; \quad T_1^2 < F_1 - F_2$$

Si además de ser, $T = \text{Cte}$, es también, $V = \text{Cte}$,

$$dT = p dV = 0 \quad ; \quad 0 < F_1 - F_2 \quad ; \quad F_2 - F_1 < 0$$

por lo que *en todo sistema a T y V constantes, cualquier transformación real se presenta siempre con disminución de energía libre, permaneciendo el sistema en equilibrio siempre que su F sea mínima.*

Como,

$$F = U - TS \quad ; \quad dF = dU - T dS - S dT = -p dV - S dT = -dT_{\text{exp}} - S dT$$

$$\text{Si, } T = \text{Cte, resulta, } F_1 - F_2 = \int p dV$$

por lo que un sistema termodinámico que realice un trabajo a temperatura constante, aprovechará una cierta cantidad de energía libre F ; despejando el valor de p se obtiene,

$$p = - \left(\frac{F}{V} \right)_T$$

En un proceso a volumen constante se tiene, $S = - \left(\frac{F}{T} \right)_V$, por lo que F se puede poner en la forma,

$$F = U + T \left(\frac{F}{T} \right)_V$$

que se conoce como **Primera relación de Thomson**.

En las transformaciones isotérmicas, el trabajo efectuado depende de la disminución de la función F (que representaremos por $-F$) y no de la energía interna U , por cuanto, $dU = 0$, como en las transformaciones adiabáticas; despejando U y dividiéndola por T_2 resulta,

$$U = F - T \left(\frac{F}{T} \right)_V \quad ; \quad \frac{U}{T^2} = \frac{F}{T^2} - \frac{1}{T} \left(\frac{F}{T} \right)_V = - \frac{1}{T} \left(\frac{F}{T} \right)_V$$

VIII.3.- SISTEMAS A PRESIÓN Y TEMPERATURA CONSTANTES.

Este caso es muy importante, por cuanto al ser, $p = \text{cte}$, se presenta siempre en aquellos sistemas que están en un recinto en comunicación con la atmósfera, o con cualquier otro medio exterior a, $p = \text{cte}$.

Como en los casos anteriores se puede poner,

$$dQ = dU + dT$$

$$dS > \frac{dQ}{T} \quad ; \quad dQ < T dS \quad ; \quad dU + dT < T dS \quad ; \quad dU + dT - T dS < 0$$

es decir,

$$dU + p dV - T dS < 0$$

Como, $p = \text{cte}$, y $T = \text{cte}$, se puede poner,

$$d(U + p V - T S) < 0$$

en la que, $G = U + p V - T S$, es la función G de Gibbs.

En consecuencia, $dG < 0$, $G_2 - G_1 < 0$, por lo que en cualquier transformación irreversible G siempre disminuye.

Al valor de G se le conoce también como *entalpía libre*, por cuanto,

$$G = U + p V - T S = I - T S = F + p V$$

a) Un proceso a, $p = \text{cte}$, considerando un estado inicial 1 y un estado final 2, se puede poner en la forma,

$$(G_2 - G_1)_{p=\text{cte}} = (F_2 - F_1)_{p=\text{cte}} + p (V_2 - V_1) \quad (G_1 - G_2)_{p=\text{cte}} = (F_1 - F_2)_{p=\text{cte}} - p (V_2 - V_1)$$

$$G_p = F_p - p V$$

en la que el símbolo $-$ significa disminución y el símbolo $+$ incremento.

b) En un proceso isotérmico irreversible, $F = U - T S$, mide el trabajo que se obtiene en el cambio dado, en el que se pueden incluir otras formas de trabajo distintos del de expansión, como trabajo eléctrico, o trabajo debido a la tensión superficial, etc.

Por lo tanto, la ecuación anterior se puede poner en la forma,

$$G_p = T_{\text{máx}} - p V = I - T S$$

siendo, $p V$, el trabajo necesario para vencer la presión exterior.

A la expresión G se la conoce también como trabajo útil, trabajo neto ó trabajo técnico. La disminución de la función de Gibbs mide la diferencia entre el trabajo máximo (reversible) y el tra-

bajo de expansión (irreversible).

El trabajo máximo reversible no es el trabajo máximo disponible, ya que el trabajo máximo reversible se realizaría a lo largo de una adiabática entre las temperaturas extremas y el trabajo máximo disponible a lo largo de una politrópica entre las mismas temperaturas extremas.

Teniendo en cuenta que,

$$G = U - TS + pV = I - TS \quad \text{Diferenciando} \quad dG = dU - TdS - SdT + pdV - Vdp = SdT + Vdp$$

Para, $T = \text{cte}$; $dG = Vdp = \text{Trabajo de circulación}$

Para, $\left| \begin{array}{l} T = \text{cte} \\ p = \text{cte} \end{array} \right.$, resulta, $dG = 0$; $G = \text{cte}$, de gran interés en los cambios de estado por cuanto

éstos se verifican a p y T constantes, por lo que la función de Gibbs permanece constante en un cambio de estado.

$$\text{Como, } G = I - TS, \quad y \quad S = - \left(\frac{G}{T} \right)_p \quad G = I + T \left(\frac{G}{T} \right)_p$$

que se conoce como *Segunda relación de Thomson*.

VIII.4.- TRABAJO TÉCNICO

Un sistema sólo puede producir un trabajo cuando no esté en equilibrio con su ambiente (medio exterior); se puede considerar que las condiciones en las que se encuentra el sistema y las del medio

exterior tienden a equilibrarse, y por lo tanto, y a causa de ello, se obtiene un trabajo externo. El sistema realiza un trabajo sólo a expensas de su energía interna. Si se supone que el sistema realiza una transformación real entre el estado inicial 1 definido por, p_1, V_1, T_1 , y el estado final definido por el punto 0, p_0, V_0, T_0 , que puede ser el medio ambiente, se puede reemplazar la transformación real por dos transformaciones reversibles, una adiabática (1-2), y otra isotérmica (2-0). El sistema rinde el máximo trabajo reversible entre 1 y 0, cuando evolucione primero según (1-2) y a continuación, según (2-0).

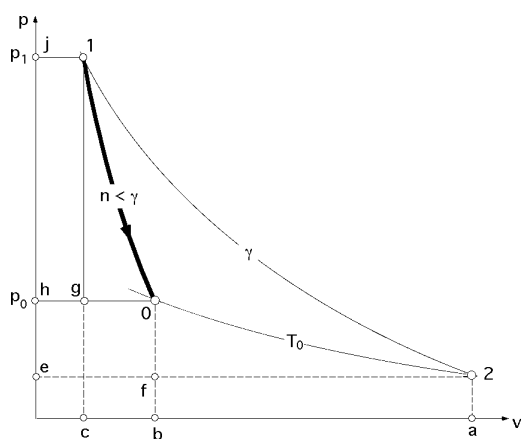


Fig VIII.1

a) El área situada debajo de la adiabática (1-2), Fig VIII.1, viene dada por,

$$T_{12} = \text{área (12ac1)}$$

Como,

$$Q_{12} = U_{12} + T_{12} = 0 \quad T_{12} = -U_{12} = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 = \text{área (12ac1)} = U_1 - U_0$$

que es el trabajo máximo reversible

b) El *área situada debajo de la isoterma* (2-0) viene dada por,

$$T_{20} = \text{área (2ab0)}$$

y como en un diagrama (T,s) se tiene,

$$Q_{20} = T_0 (S_2 - S_1) = T_0 (S_1 - S_0) \quad T_{20} = T_0 (S_1 - S_0)$$

c) *El trabajo no utilizable*, que es el trabajo necesario para vencer la presión exterior durante la expansión del sistema, es de la forma,

$$T_{\text{no utilizable}} = p_0 (V_0 - V_1) = \text{área (OgcbO)}$$

d) *El trabajo máximo disponible* viene dado por,

$$\begin{aligned} T_{\text{máx. disponible}} &= T_{12} - T_{20} - T_{\text{no utilizable}} = \text{área (120g1)} = T_{\text{máx rev}} - T_{\text{isotermo}} - T_{\text{no utilizable}} = \\ &= (U_1 - U_0) - T_0 (S_1 - S_0) - p_0 (V_0 - V_1) = (F_1 - F_0) - p_0 (V_0 - V_1) \end{aligned}$$

siendo, $F_1 - F_0 = \text{área (120bc1)}$.

Si a la ecuación,

$$T_{\text{máx. disponible}} = (F_1 - F_0) - p_0 (V_0 - V_1)$$

la sumamos y restamos, $p_1 V_1$, resulta,

$$\begin{aligned} T_{\text{máx. disponible}} &= (U_1 + p_1 V_1) - (U_0 + p_0 V_0) - T_0 (S_1 - S_0) + p_0 V_1 - p_1 V_1 = \\ &= I_1 - I_0 - T_0 (S_1 - S_0) + p_0 V_1 - p_1 V_1 = G_1 - G_0 - V_1 (p_1 - p_0) \end{aligned}$$

$$I_1 - I_2 = \text{área (12ej1)}$$

$$\text{siendo, } T_0 (S_1 - S_0) = \text{área (02abO)}$$

$$V_1 (p_1 - p_0) = \text{área (1jhg1)}$$

es decir, el trabajo máximo disponible según (1-0) es, Fig VIII.2,

$$T_{\text{máx. disponible(10)}} = T_{\text{técnico(10)}} - T_{\text{circ. no utilizable}}$$

Como sólo puede ser la propia energía del sistema la que se transforme en trabajo, quedan excluidos aquellos procesos en los que, $n > \gamma$, por cuanto éstos exigirían aportación de calor exterior al sistema.

Para los procesos en que el coeficiente politrópico n sea, $n < \gamma$, el trabajo es más pequeño que $T_{(\text{máx.teórico})}$, y la línea representativa se acercará más a la vertical, siendo, por lo tanto, menor el área rayada, cediendo el sistema, durante el proceso, calor al medio exterior; el trabajo máximo se obtiene para una adiabática en la que, $n = \gamma$.

Cuando la transformación (1-0) vaya a la derecha de la adiabática (1-2), se tiene que, $n < \gamma$, y se trata de una expansión. Cuando la transformación (1-0) vaya a la izquierda de la adiabática (1-2) se tiene que, $n > \gamma$, y se trata de una compresión.

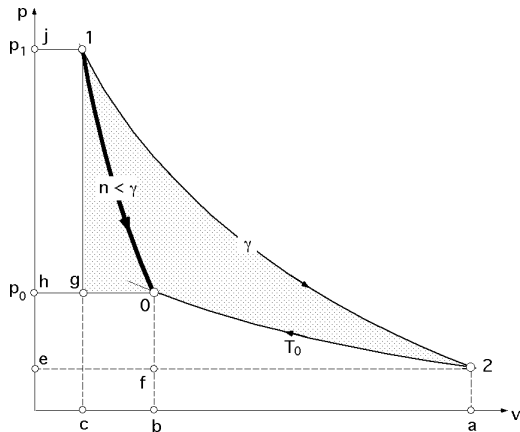


Fig VIII.2.- Trabajo máximo disponible

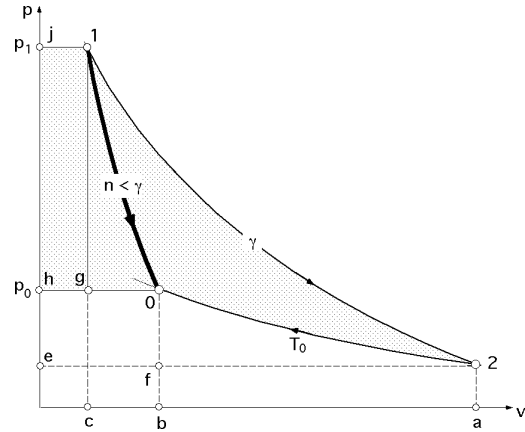


Fig VIII.3.- Trabajo técnico G

El trabajo técnico viene dado por el área (120hj1), Fig VIII.3; en efecto,

$$\begin{aligned}
 T_{\text{técnico}(10)} &= T_{\text{máx. disponible}(10)} + V_1 (p_1 - p_0) = \\
 &= I_1 - I_0 - T_0 (S_1 - S_0) - V_1 (p_1 - p_0) + V_1 (p_1 - p_0) = \\
 &= I_1 - I_0 - T_0 (S_1 - S_0) = T_{\text{circ. irrev}} - \text{Anergía} = \\
 &= \text{área (j12ej)} - \text{área (h02eh)} = T_{\text{circ. adiabático}(12)} - T_{\text{circ. isotérmico}(20)} = \\
 &= T_{\text{circ. irrev}(10)} - T_{\text{circ. isotérmico}(20)}
 \end{aligned}$$

La representación gráfica del trabajo técnico en un diagrama (i,s) se determina a partir de la Fig VIII.4, teniendo en cuenta que en un diagrama entálpico se tiene que, $I = U + p V$, por lo que,

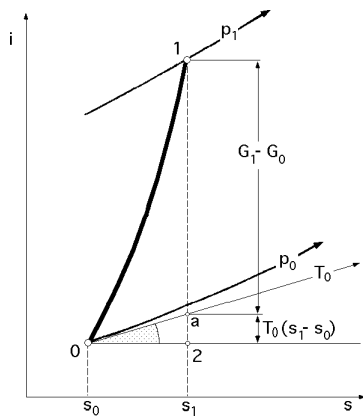


Fig VIII.4

$$dI = dU + p dV + V dp = dQ + V dp = T dS + V dp$$

$$\text{Si, } p = \text{Cte, } T = \left(\frac{I}{S}\right)_p ; \quad \text{tg} = T_0 = \left(\frac{I}{S}\right)_p$$

La tangente en un diagrama (i,s) a la línea de, $p = \text{Cte}$, en el punto 0 tiene de pendiente T_0 que es constante, pudiendo ser, por ejemplo, la temperatura del medio ambiente. En dicho diagrama se tiene que el trabajo técnico viene dado por el segmento (a1); en efecto,

$$\text{segmento (a2)} = T_0 (S_1 - S_0)$$

$$\text{segmento (a1)} = (I_1 - I_0) - T_0 (S_1 - S_0) = T_{\text{técnico}(10)} = G_1 - G_0$$

VIII.5.- ECUACIONES DE MAXWELL

Las ecuaciones de Maxwell se obtienen teniendo en cuenta el Teorema de Schwartz, aplicado a las funciones termodinámicas U, F, I, G.

Función termodinámica U

$$dU = dQ - dT = T dS - p dV, \text{ variables } (V, S)$$

$$T = \left(\frac{U}{S}\right)_V ; \quad p = - \left(\frac{U}{V}\right)_S$$

$$\text{Schwartz: } \left(\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V}\right)_{V,S} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S}\right)_{S,V} ; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = - \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V$$

que se conoce como *Primera ecuación de Maxwell*.

Función termodinámica F

$$F = U - T S ; \quad dF = dU - S dT - T dS = - S dT - p dV, \text{ variables } (V, T)$$

$$p = - \left(\frac{F}{V}\right)_T ; \quad S = - \left(\frac{F}{T}\right)_V$$

$$\text{Schwartz: } \left(\frac{\partial^2 F}{\partial V \partial T}\right)_{T,V} = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial V}\right)_{V,T} ; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$$

que es la *Segunda ecuación de Maxwell*

Función termodinámica I

$$I = U + p V ; \quad dI = dU + p dV + V dp = T dS + V dp, \text{ variables } (p, S)$$

$$T = \left(\frac{I}{S}\right)_p ; \quad V = \left(\frac{I}{p}\right)_S$$

$$\text{Schwartz: } \left(\frac{\partial^2 I}{\partial S \partial p}\right)_{p,S} = \left(\frac{\partial^2 I}{\partial p \partial S}\right)_{S,p} ; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$$

que es la *Tercera ecuación de Maxwell*

Función termodinámica G

$$G = I - T S ; \quad dG = V dp - S dT, \text{ variables } (p, T)$$

$$V = \left(\frac{G}{p}\right)_T ; \quad S = - \left(\frac{G}{T}\right)_p$$

$$\text{Schwartz: } \left(\frac{\partial^2 G}{\partial p \partial T}\right)_{T,p} = \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T \partial p}\right)_{p,T} ; \quad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = - \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$$

que se conoce como *Cuarta ecuación de Maxwell*.

VIII.6.- POTENCIAL QUÍMICO

Los resultados obtenidos anteriormente están referidos a sistemas cerrados. Para aquellos sistemas abiertos (evaporación de un líquido, reacción química, etc.) en los que la composición y la masa pueden variar, es muy útil el concepto de potencial químico que se define del siguiente modo,

La energía de un sistema que está constituido por un componente, no sólo varía cuando se le suministra trabajo o calor, sino también cuando se varía reversiblemente la masa del sistema, manteniendo constante la entropía y el volumen, de forma que,

$$dU = T dS - p dV + \mu dn$$

en la que n es el número de moles, y

$$\mu = \left(\frac{U}{n}\right)_{S,V}$$

es el potencial químico, que es la energía necesaria para añadir reversible y adiabáticamente, a volumen constante, un mol de sustancia al sistema.

Otras expresiones del potencial químico para las demás funciones termodinámicas son,

$$dI = T dS - V dp + \mu dn$$

$$dF = -S dT - p dV + \mu dn$$

$$dG = -S dT + V dp + \mu dn$$

por lo que el potencial químico se puede expresar en otras formas, como,

$$\mu = \left(\frac{U}{n}\right)_{S,V} = \left(\frac{I}{n}\right)_{S,p} = \left(\frac{F}{n}\right)_{T,V} = \left(\frac{G}{n}\right)_{T,p}$$

Para un sistema constituido por n moles se tiene,

$$U = n u \quad ; \quad I = n i \quad ; \quad F = n f \quad ; \quad G = n g \quad ; \quad V = n v \quad ; \quad S = n s$$

La función de Gibbs puede escribirse en la forma,

$$G = U + pV - TS = n u + n p v - n T s = n (u + p v - T s) = n g$$

y derivándola respecto a n , con T y p constantes, queda,

$$\mu = \left(\frac{G}{n}\right)_{T,p} = u + p v - T s = g$$

que dice que *el potencial químico μ es igual a la función específica molar de Gibbs g .*

Para sistemas multicomponentes existe un potencial químico asociado a cada uno de ellos; las ecuaciones anteriores toman la forma,

$$dU = T dS - p dV + \mu_1 dn_1 + \mu_2 dn_2 + \mu_3 dn_3 + \dots$$

cumpléndose también que, $\mu_i = g_i$, siendo g_i la función específica molar parcial de Gibbs, que sabemos exige la constancia de T y p , por lo que no se puede extender este razonamiento a las demás funciones específicas i, u y f .

Por lo tanto,

$$dG = -S dT + V dp + \sum \mu_i dn_i$$

y como en el sistema multicomponente se puede admitir que G es una función aditiva,

$$G = \sum n_i g_i = \sum n_i \mu_i ; dG = \sum n_i d\mu_i + \sum \mu_i dn_i$$

resulta,

$$\sum n_i d\mu_i = S dT + V dp$$

que es la ecuación de Gibbs-Duhem de aplicación en los equilibrios, líquido-vapor, destilación, etc.

Cuando T y p sean constantes toma la forma, $\sum n_i d\mu_i = 0$

Si se divide por el número total de moles n resulta,

$$\sum x_i d\mu_i = 0$$

en la que x_i es la fracción molar del componente i .

La **afinidad** a de una reacción química se define como la variación que experimenta en dicha reacción la magnitud que rige el equilibrio.

Si se trata de una transformación a, T, v , constantes, la afinidad a_v es igual a la disminución de la función de Helmholtz,

$$a_v = F_1 - F_2$$

y en el caso de una transformación a, T, p , constantes, la afinidad a_p es igual a la disminución del potencial de Gibbs,

$$a_p = G_1 - G_2$$

Teniendo en cuenta las relaciones de Thomson,

$$F = U + T \left(\frac{F}{T} \right)_v ; G = I + T \left(\frac{G}{T} \right)_p$$

y que,

$$U_1 - U_2 = Q_v , \text{ calor de reacción a volumen constante}$$

$$I_1 - I_2 = Q_p , \text{ calor de reacción a presión constante}$$

resulta,

$$a_v = F_1 - F_2 = Q_v + T \left(\frac{a_v}{T} \right)$$

$$a_p = G_1 - G_2 = Q_p + T \left(\frac{a_p}{T} \right)$$

que se conocen como ecuaciones de Gibbs-Helmholtz.

VIII.7.- ECUACIÓN DE CLAUSIUS-CLAPEYRON

Cuando una sustancia pura en estado sólido se licua o vaporiza, a presión constante, sabemos no hay cambio de temperatura, pero sí una transferencia de calor de los alrededores a la sustancia, que es el calor latente de fusión o el calor latente de vaporización, respectivamente. En forma similar, para ciertas sustancias existen calores de transición que acompañan al cambio alotrópico de un estado sólido a otro.

La característica de todos estos procesos es la coexistencia de dos fases; de acuerdo con la regla de fases, un sistema consistente en dos fases de un solo componente químico es univariante y su estado intensivo queda determinado al especificarse una sola propiedad intensiva. Por lo tanto, el calor latente que acompaña a un cambio de fase es función tan sólo de la temperatura

Si se consideran dos fases 1 y 2 de un mismo sistema en equilibrio, a igual temperatura y presión, y son g_1 y g_2 las funciones específicas de Gibbs de cada fase, se verifica que,

$$g_1 = g_2$$

Si se modifica ligeramente la temperatura T , para que se mantenga el equilibrio es necesario modificar al mismo tiempo la presión p . Para cada fase se cumplirá que,

$$dg_1 = -s_1 dT + v_1 dp$$

$$dg_2 = -s_2 dT + v_2 dp$$

en las que v_1 y v_2 son los volúmenes específicos de las fases 1 y 2.

Los respectivos potenciales de Gibbs, al introducir una perturbación son,

$$g_1 + dg_1 = g_2 + dg_2$$

y al ser,

$$g_1 = g_2 \quad dg_1 = dg_2$$

por lo que,

$$-s_1 dT + v_1 dp = -s_2 dT + v_2 dp \quad ; \quad dT(s_2 - s_1) = dp(v_2 - v_1)$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{s_2 - s_1}{v_2 - v_1} = \frac{\frac{r}{T}}{v_2 - v_1} = \frac{1}{T} \frac{r}{v_2 - v_1} = \frac{1}{T} \frac{i_2 - i_1}{v_2 - v_1}$$

que es la ecuación de Clausius-Clapeyron (variación de la presión con la temperatura), para los cambios de fase de primer orden o cambios de estado, siendo r el calor latente del cambio de fase.

Esta ecuación se podía haber obtenido también de otra forma teniendo en cuenta que,

$$dQ = c_v dT + l dv = \left| \begin{array}{l} T = \text{cte} \\ l = T \left(\frac{p}{T} \right)_v \end{array} \right| = T \left(\frac{p}{T} \right)_v dv$$

$$dQ = r = T \left(\frac{p}{T} \right)_{v_1}^{v_2} dv = T \left(\frac{p}{T} \right)_v (v_2 - v_1) \quad \left(\frac{p}{T} \right)_v = \frac{1}{T} \frac{r}{v_2 - v_1}$$

CAMBIOS DE FASE DE PRIMER ORDEN.- Al aplicar la ecuación de Clausius-Clapeyron a los cambios de estado, se obtienen las siguientes conclusiones,

a) En los *procesos de vaporización y sublimación* se cumple, $v_2 > v_1$, y como r es siempre (+), el sistema absorberá calor y, por lo tanto, la pendiente de la curva, $p = f(T)$, es siempre (+), por lo que será creciente.

b) En los *procesos de fusión* se cumple, $v_2 < v_1$, y por lo tanto,

$$\frac{dp}{dT}$$

es decir, la curva, $p = f(T)$, es casi vertical, y con una pendiente ligeramente positiva, para el caso del hierro, $v_2 > v_1$, Fig VIII.5, que es el caso ordinario, ó con pendiente negativa, para el caso del agua y el bismuto, $v_2 < v_1$, Fig VIII.6.

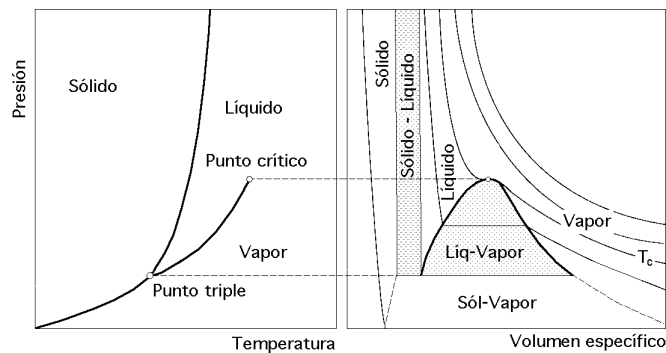


Fig VIII.5.- Proceso de fusión con pendiente positiva (Fe)

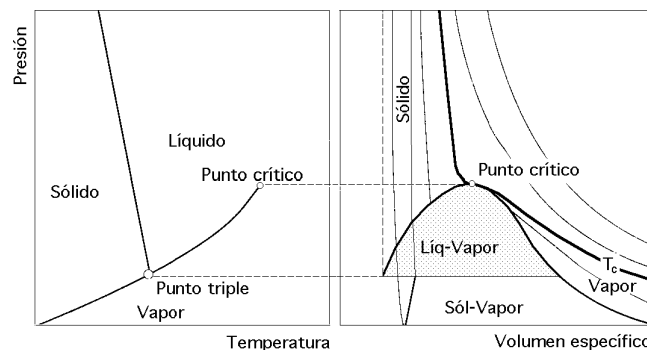


Fig VIII.6.- Proceso de fusión con pendiente negativa (H₂O)

c) En los *procesos de vaporización*, si la temperatura del cambio de estado es considerablemente inferior a la temperatura crítica, (zona de presiones de 1 a 2 atm), el volumen específico del líquido es despreciable frente al volumen específico del gas, y el vapor se puede asimilar, aproximadamente, a un gas perfecto.

Considerando volúmenes específicos, para un gas perfecto se puede poner,

$$p v_2 = R T \quad ; \quad v = \frac{R T}{p}$$

Aplicando la ecuación de Clausius-Clapeyron,

$$r = T \left(\frac{p}{T} \right)_v (v_2 - v_1) = \left| v_2 \gg v_1 \right| = T \left(\frac{p}{T} \right)_v v_2 = \frac{R T^2}{p} \frac{dp}{dT} = R T^2 \frac{d(\ln p)}{dT}$$

$$\frac{d(\ln p)}{dT} = \frac{r}{R T^2} \quad ; \quad \ln p = - \frac{r}{R T} + Cte \quad \ln \frac{p}{p_0} = \frac{r}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

es decir, en un diagrama $(\ln p, \frac{1}{T})$ la pendiente de $\ln p$ en función de $\frac{1}{T}$ es justamente, $-\frac{r}{R}$, lo que permite calcular calores de vaporización en función de datos de presión de vapor.

El valor de r es aproximadamente la energía requerida para disociar 1 mol del líquido a vaporizar (o del sólido a sublimar), en moléculas individuales ampliamente separadas debiendo ser esta energía mucho mayor que la energía térmica, $R T$, por mol, es decir, $r \gg R T$, y por lo tanto, la presión de vapor dada por,

$$\ln p = - \frac{r}{R T} + Cte$$

es una función creciente rápidamente con la temperatura.

Cuando se aplica la ecuación de Clausius-Clapeyron a la vaporización de un líquido puro, la pendiente de la curva en función de la temperatura es $\frac{dp_{sat}}{dT}$; v es la diferencia entre los volúmenes molares del vapor y del líquido saturados y r es el calor latente de vaporización que se puede calcular mediante datos de la presión de vapor y datos volumétricos.

Los calores latentes se pueden medir con calorímetros, para lo que se cuenta con valores experimentales, a diversas temperaturas, para muchas sustancias; sin embargo, con frecuencia no existen esos datos para las temperaturas de interés, además de que en muchos casos tampoco se conocen los datos necesarios para aplicar la ecuación anterior; en estas condiciones, se cuenta con métodos aproximados para estimar los efectos caloríficos que acompañan a un cambio de fase.

Los métodos desarrollados tienen dos finalidades,

- Predecir el calor de vaporización respecto al punto de ebullición normal*
- Estimar el calor de vaporización a cualquier temperatura a partir del valor conocido a una temperatura.*

Una ecuación propuesta por Riedel, constituye un método útil para predecir el calor de vaporización en el punto de ebullición normal,

$$\frac{\frac{r}{T}}{R} = \frac{1,092 (\ln p_c - 1,013)}{0,93 - T_r}$$

donde,

T es la temperatura en el punto de ebullición normal

r es el calor latente molar de vaporización a *T*

p_c es la presión crítica (bar)

T_r es la temperatura reducida a *T*.

Como $\frac{r}{T}$ tiene dimensiones idénticas a *R*, las unidades para esta relación están regidas por la elección de las unidades de *R*.

La ecuación de Riedel es sorprendentemente exacta para ser una expresión empírica; los errores raramente exceden al 5%; por ejemplo, cuando se aplica al agua a 100°C,

$$T_r = \frac{100 + 273}{374 + 273} = 0,577$$

obteniéndose,

$$r = \frac{1,092 \times (\ln 220,5 - 1,013)}{0,93 - 0,577} \times 8,314 \frac{\text{Joules}}{\text{mol}^\circ\text{K}} \times 373,14^\circ\text{K} = 41940 \frac{\text{Joules}}{\text{mol}} = 2328 \frac{\text{Joules}}{\text{gramo}}$$

en tanto que el valor experimental es de 2257, Joules/gramo, por lo que el error es del 3,2%.

La estimación de los calores latentes de vaporización de líquidos puros a cualquier temperatura, a partir de un valor conocido a una sola temperatura, se basa en un valor experimental o en un valor estimado por la ecuación de Riedel.

Un método propuesto por Watson, que ha encontrado amplia aceptación, es de la forma,

$$\frac{r}{r_1} = \left(\frac{1 - T_r}{1 - T_{r1}} \right)^{0,38}$$

en la que *r* es el calor latente a determinar a la temperatura reducida *T_r*.

CAMBIOS DE FASE DE SEGUNDO ORDEN; ECUACIONES DE EHRENFEST.- En los cambios de fase de Segundo Orden, (cambios alotrópicos), no se puede aplicar la ecuación de Clausius-Clapeyron, ya que aunque se cumple que, *g*₁ = *g*₂, degenera en una expresión indeterminada, por cuanto,

$$s_2 = s_1 \quad ; \quad v_2 = v_1 \quad \frac{p}{T} = \frac{0}{0}$$

por lo que la ecuación, $\left(\frac{p}{T} \right)_v = \frac{1}{T} \frac{r}{v_2 - v_1}$, no se puede aplicar.

Sin embargo, se pueden determinar dos ecuaciones de la forma $\frac{dp}{dT}$ como sigue:

a) Consideraremos, $s_2 = s_1$, por lo que de acuerdo con lo expuesto, $ds_2 = ds_1$ y, por lo tanto, si T es la temperatura de transición, multiplicando la anterior por T , se obtiene,

$$T ds_2 = T ds_1 \quad dQ_2 = dQ_1$$

A su vez, como,

$$dQ = c_p dT + h dp = \left| h = -T \left(\frac{v}{T} \right)_p \right| = c_p dT - T \left(\frac{v}{T} \right)_p dp$$

y teniendo en cuenta el coeficiente de dilatación, $\alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T} \right)_p$, se obtiene:

$$c_{p1} dT - T_1 v dp = c_{p2} dT - T_2 v dp \quad (c_{p1} - c_{p2}) dT = T v (\alpha_1 - \alpha_2) dp$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{c_{p1} - c_{p2}}{T v (\alpha_1 - \alpha_2)}$$

que se conoce como **Primera ecuación de Ehrenfest**.

b) Si, $v_1 = v_2$; $dv_1 = dv_2$

$$v = v(p, T)$$

$$dv = \left(\frac{v}{p} \right)_T dp + \left(\frac{v}{T} \right)_p dT = \left| \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T} \right)_p \\ k = -\frac{1}{v} \left(\frac{v}{p} \right)_T \end{array} \right| = -k v dp + \alpha v dT = v (-k dp + \alpha dT)$$

luego,

$$-k_1 dp + \alpha_1 dT = -k_2 dp + \alpha_2 dT \quad dp(k_2 - k_1) = dT(\alpha_2 - \alpha_1) ; \quad \frac{dp}{dT} = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{k_2 - k_1}$$

que se conoce como Segunda ecuación de Ehrenfest; aquí siempre se tiene que $\frac{dp}{dT} > 0$, por lo que la temperatura T de la transición crece al aumentar la presión.

VIII.8.- APLICACIONES CONJUNTAS DE LOS DOS PRIMEROS PRINCIPIOS TERMODINÁMICOS

Si se parte de las ecuaciones,

$$dU = dQ - dT \quad (\text{Primer Principio})$$

$$dQ = T ds \quad (\text{Segundo Principio})$$

$$dU = T ds - dT = T ds - p dv \quad (\text{Ecuación de Gibbs})$$

Si se hace una aplicación conjunta de los dos Primeros Principios termodinámicos de forma que,

a) Q y T se expresen en función de las variables independientes

b) dU y ds se deduzcan a partir de la formulación matemática del Primer y Segundo Principios

y se matiza que ambas diferenciales sean exactas, por lo que se pueden obtener resultados mediante su aplicación a algunos sistemas.

APLICACIÓN A SISTEMAS HOMOGÉNEOS

Variables, v , T

$$a) dQ = c_v dT + l dv ; \quad dT = p dv$$

$$b) dU = dQ - dT = c_v dT + (l - p) dv$$

$$ds = \frac{dQ}{T} = \frac{c_v dT}{T} + \frac{1}{T} dv$$

c) Por ser dU y ds diferenciales exactas,

$$\left(\frac{c_v}{v}\right)_T = -\frac{1}{T} (l - p)_v = \left(\frac{1}{T}\right)_v - \left(\frac{p}{T}\right)_v$$

en la que el primer miembro vale,

$$-\frac{1}{v} \left(\frac{c_v}{T}\right)_T = -\frac{1}{T} \left(\frac{1}{T}\right)_v$$

$$\frac{1}{T} \left(\frac{c_v}{v}\right)_T = \frac{\left(\frac{1}{T}\right)_v T - 1}{T^2} = \frac{1}{T} \left(\frac{1}{T}\right)_v - \frac{1}{T^2} ; \quad \left(\frac{c_v}{v}\right)_T = \left(\frac{1}{T}\right)_v - \frac{1}{T}$$

e identificándola con,

$$\left(\frac{c_v}{v}\right)_T = \left(\frac{1}{T}\right)_v - \left(\frac{p}{T}\right)_v$$

permite obtener,

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{p}{T}\right)_v ; \quad T \left(\frac{p}{T}\right)_v = 1 = (c_p - c_v) \left(\frac{T}{v}\right)_p ; \quad c_p - c_v = T \left(\frac{p}{T}\right)_v \left(\frac{v}{T}\right)_p \quad (\text{Mayer})$$

Asimismo teniendo en cuenta las ecuaciones,

$$= \frac{1}{v} \left(\frac{v}{T}\right)_p ; \quad = \frac{1}{p} \left(\frac{p}{T}\right)_v \quad p = \frac{1}{k}$$

$$c_p - c_v = T \left(\frac{p}{T}\right)_v \left(\frac{v}{T}\right)_p = T^2 \frac{1}{k} \left(\frac{p}{T}\right)_v \left(\frac{v}{T}\right)_p$$

se puede hallar la diferencia, $c_p - c_v$, para cualquier sustancia, conociendo su coeficiente de dilatación α , y de compresibilidad k , aunque su ecuación de estado sea desconocida.

Variables, p , T

$$a) dQ = c_p dT + h dp, \quad (\text{con } h = \text{calor latente de compresión isotérmica})$$

$$dT = p dv = p \left\{ \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT \right\}$$

$$b) dU = dQ - dT = c_p dT + h dp - p \left\{ \left(\frac{v}{p}\right)_T dp + \left(\frac{v}{T}\right)_p dT \right\} =$$

$$= \{c_p - p \left(\frac{v}{T}\right)_p\} dT + \{h - p \left(\frac{v}{p}\right)_T\} dp$$

$$ds = \frac{dQ}{T} = c_p \frac{dT}{T} + \frac{h}{p} dp$$

c) Como, $\frac{1}{p} \{c_p - p \left(\frac{v}{T}\right)_p\}_T = \frac{1}{T} \{h - p \left(\frac{v}{p}\right)_T\}_p$

$$\left(\frac{c_p}{p}\right)_T - \left(\frac{v}{T}\right)_p - p \left(\frac{^2v}{p T}\right)_{p,T} = \left(\frac{h}{T}\right)_p - \left(\frac{p}{T}\right)_p \left(\frac{v}{p}\right)_T - p \left(\frac{^2v}{T p}\right)_{T,p}$$

y como, $\left(\frac{p}{T}\right)_p = 0$, resulta:

$$\left(\frac{c_p}{p}\right)_T - \left(\frac{v}{T}\right)_p = \left(\frac{h}{T}\right)_p \quad \left(\frac{c_p}{p}\right)_T - \left(\frac{h}{T}\right)_p = \left(\frac{v}{T}\right)_p$$

$$\frac{1}{p} \left(\frac{c_p}{T}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{h}{T}\right)_p \quad ; \quad \frac{\left(\frac{c_p}{p}\right)_T T - c_p \left(\frac{T}{p}\right)_T}{T^2} = \frac{\left(\frac{h}{T}\right)_p T - h}{T^2}$$

$$\left(\frac{c_p}{p}\right)_T T = \left(\frac{h}{T}\right)_p T - h \quad \left(\frac{c_p}{p}\right)_T - \left(\frac{h}{T}\right)_p = - \frac{h}{T}$$

$$\left(\frac{c_p}{p}\right)_T - \left(\frac{h}{T}\right)_p = \left(\frac{v}{T}\right)_p = - \frac{h}{T} \quad h = - T \left(\frac{v}{T}\right)_p$$

por lo que, $c_p - c_v = - h \left(\frac{p}{T}\right)_v = T \left(\frac{v}{T}\right)_p \left(\frac{p}{T}\right)_v$

Si se utiliza otro tipo de formulación, con variables, T,v

$$U = U(T, v) \quad ; \quad dU = \left(\frac{U}{T}\right)_v dT + \left(\frac{U}{v}\right)_T dv$$

$$s = s(T, v) \quad ; \quad ds = \left(\frac{s}{T}\right)_v dT + \left(\frac{s}{v}\right)_T dv$$

$$ds = \frac{dQ}{T} = \frac{dT + dU}{T} = \frac{p dv + \left(\frac{U}{T}\right)_v dT + \left(\frac{U}{v}\right)_T dv}{T} = \frac{\{p + \left(\frac{U}{v}\right)_T\} dv + \left(\frac{U}{T}\right)_v dT}{T}$$

que comparada con,

$$ds = \left(\frac{s}{T}\right)_v dT + \left(\frac{s}{v}\right)_T dv$$

proporciona,

$$\left(\frac{s}{T}\right)_v = \frac{1}{T} \left(\frac{U}{T}\right)_v \quad ; \quad \left(\frac{^2s}{T v}\right)_{v,T} = \frac{1}{T} \left(\frac{^2U}{T v}\right)_{v,T}$$

$$\left(\frac{s}{v}\right)_T = \frac{p + \left(\frac{U}{v}\right)_T}{T} \quad ; \quad \left(\frac{^2s}{v T}\right)_{T,v} = - \frac{p + \left(\frac{U}{v}\right)_T}{T^2} + \frac{\left(\frac{p}{T}\right)_v + \left(\frac{^2U}{v T}\right)_{T,v}}{T}$$

Igualándolas, se obtiene,

$$\frac{1}{T} \left\{ p + \left(\frac{U}{V} \right)_T \right\} = \left(\frac{p}{T} \right)_V = \quad p = \frac{p}{k} \quad \left(\frac{U}{V} \right)_T = p T - p = p (T - 1) = \frac{T}{k} - p$$

Recordando que,

$$c_p - c_v = \left\{ p + \left(\frac{U}{V} \right)_T \right\} \left(\frac{V}{T} \right)_p = \left(p + \frac{T}{k} - p \right) \left(\frac{V}{T} \right)_p = \frac{T}{k} \left(\frac{V}{T} \right)_p$$

y teniendo en cuenta el coeficiente de dilatación, $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{V}{T} \right)_p$, resulta:

$$c_p - c_v = \frac{T}{k} \quad \alpha = \frac{2T}{kV}$$

que ya ha sido obtenida anteriormente.

Además, como:

$$c_v = \left(\frac{U}{T} \right)_v = T \left(\frac{S}{T} \right)_v \quad \left(\frac{S}{T} \right)_v = \frac{1}{T} \left(\frac{U}{T} \right)_v$$

resulta,

$$\left(\frac{S}{T} \right)_v = \frac{c_v}{T} = \frac{c_p - T \frac{2V}{k}}{T} = \frac{c_p}{T} - \frac{2V}{k}$$

$$\left(\frac{S}{V} \right)_T = \frac{1}{T} \left\{ p + \left(\frac{U}{V} \right)_T \right\} = \frac{1}{T} \left(p + \frac{T}{k} - p \right) = \frac{1}{k} = p = \left(\frac{p}{T} \right)_v$$

Hallando sus derivadas segundas parciales cruzadas se llega a,

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} \right)_{v,T} = \frac{1}{T} \left(\frac{c_v}{V} \right)_T \quad ; \quad \left(\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} \right)_{T,v} = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v \quad \frac{1}{T} \left(\frac{c_v}{V} \right)_T = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v$$

Si se utiliza otra formulación, con variables, p,T, se tiene,

$$U = U(p,T) \quad ; \quad dU = \left(\frac{U}{p} \right)_T dp + \left(\frac{U}{T} \right)_p dT$$

$$S = S(p,T) \quad ; \quad dS = \left(\frac{S}{p} \right)_T dp + \left(\frac{S}{T} \right)_p dT$$

$$ds = \frac{dQ}{T} = \frac{dT + dU}{T} = \frac{p dv + \left(\frac{U}{p} \right)_T dp + \left(\frac{U}{T} \right)_p dT}{T} = \frac{R dT - v dp + \left(\frac{U}{p} \right)_T dp + \left(\frac{U}{T} \right)_p dT}{T} =$$

$$= \frac{\left\{ \left(\frac{U}{p} \right)_T - v \right\} dp + \left\{ \left(\frac{U}{T} \right)_p + R \right\} dT}{T}$$

Identificando las anteriores ecuaciones en ds se tiene,

$$\left(\frac{S}{p} \right)_T = \frac{\left(\frac{U}{p} \right)_T - v}{T} \quad ; \quad \left(\frac{S}{T} \right)_p = \frac{\left(\frac{U}{T} \right)_p + R}{T}$$

Sus derivadas segundas cruzadas son,

$$\left(\frac{2s}{p \cdot T}\right)_{T,p} = \frac{\left\{\left(\frac{2U}{p \cdot T}\right)_{T,p} - \left(\frac{v}{T}\right)_p\right\} T - \left\{\left(\frac{U}{p}\right)_T - v\right\}}{T^2} = \frac{1}{T} \left\{\left(\frac{2U}{p \cdot T}\right)_{T,p} - \left(\frac{v}{T}\right)_p\right\} - \frac{1}{T^2} \left\{\left(\frac{U}{p}\right)_T - v\right\}$$

$$\left(\frac{2s}{T \cdot p}\right)_{p,T} = \frac{T \left(\frac{2U}{T \cdot p}\right)_{p,T} - \left\{\left(\frac{U}{T}\right)_p + R\right\} \left(\frac{T}{p}\right)_v}{T^2} = \frac{1}{T} \left(\frac{2U}{T \cdot p}\right)_{p,T} - \frac{1}{T^2} \left\{\left(\frac{U}{T}\right)_p + R\right\} \left(\frac{T}{p}\right)_v$$

Igualándolas resulta,

$$\frac{1}{T} \left\{\left(\frac{2U}{p \cdot T}\right)_{T,p} - \left(\frac{v}{T}\right)_p\right\} - \frac{1}{T^2} \left\{\left(\frac{U}{p}\right)_T - v\right\} = \frac{1}{T} \left(\frac{2U}{T \cdot p}\right)_{p,T} - \frac{1}{T^2} \left\{\left(\frac{U}{T}\right)_p + R\right\} \left(\frac{T}{p}\right)_v$$

$$\frac{1}{T} \left(\frac{v}{T}\right)_p - \frac{1}{T^2} \left\{\left(\frac{U}{p}\right)_T - v\right\} = \frac{1}{T^2} \left\{\left(\frac{U}{T}\right)_p + R\right\} \left(\frac{T}{p}\right)_v$$

$$T \left(\frac{v}{T}\right)_p + \left(\frac{U}{p}\right)_T - v = \left\{\left(\frac{U}{T}\right)_p + R\right\} \left(\frac{T}{p}\right)_v$$

y teniendo en cuenta que,

$$\left(\frac{v}{T}\right)_p = v ; \quad \left(\frac{U}{p}\right)_T = v + T \left(\frac{s}{p}\right)_T ; \quad \left(\frac{U}{T}\right)_p = T \left(\frac{s}{T}\right)_p - R ; \quad \left(\frac{T}{p}\right)_v = \frac{1}{p}$$

resulta,

$$v + \left(\frac{s}{p}\right)_T = \frac{1}{p} \left(\frac{s}{T}\right)_p$$

$$\text{El valor de, } \left(\frac{U}{v}\right)_T = T \left(\frac{s}{v}\right)_T - p = \left| \begin{array}{c} \text{Maxwell} \\ \left(\frac{s}{v}\right)_T = \left(\frac{p}{T}\right)_v \end{array} \right| = T \left(\frac{p}{T}\right)_v - p$$

que es la variación de la energía interna con el volumen en un proceso isotérmico, y que, aplicándola a un gas perfecto, vale 0.

IX.- RENDIMIENTO Y EXERGÍA

El rendimiento es, en general, la relación existente entre el beneficio obtenido y lo que se ha puesto en juego para obtenerlo.

En toda máquina térmica se cumple,

$$T = Q_1 - Q_2$$

siendo Q_1 el calor aplicado

El rendimiento térmico teórico η_t de cualquier máquina térmica, es de la forma,

$$\eta_t = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_{teór}}{Q_1} \quad ; \quad T_{teór} = \eta_t Q_1$$

y para un ciclo de Carnot,

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Como el ciclo de toda máquina térmica es irreversible, resulta,

$$\eta_{i(irreversible)} < \eta_r (reversible) < \eta_c (Carnot)$$

Al valor η_i se le llama rendimiento térmico práctico o rendimiento indicado.

IX.1.- COEFICIENTE DE CALIDAD, RENDIMIENTO MECÁNICO Y GLOBAL

El coeficiente de calidad η_g se define en la forma,

$$\eta_i = \eta_t \eta_g$$

El *trabajo indicado* T_i es el que se puede conseguir en el cilindro de un motor a partir de las Q_1 calorías, (o en los álabes de una turbina), de la forma,

$$T_i = Q_1 \eta_i = Q_1 \eta_t \eta_g = T_t \eta_g$$

Estos conceptos son generales para cualquier ciclo; en primer lugar se calcula el rendimiento teórico considerando que es reversible y luego mediante el *diagrama del indicador* el correspondiente al irreversible, con lo que se puede calcular el coeficiente de calidad.

En el eje de salida de la máquina se dispone de un *trabajo útil* T_u ó trabajo al freno, que es menor que el trabajo indicado, debido a las pérdidas por rozamiento. Si no se consideran las pérdidas mecánicas, el trabajo útil es igual al trabajo indicado.

El *rendimiento mecánico* (rendimiento orgánico) m , se define en la forma,

$$m = \frac{T_{\text{útil}}}{T_{\text{indicado}}} ; T_{\text{útil}} = m T_{\text{indicado}} = m \{Q_1 - t_g\} = Q_1 - t_g m = Q_1 - w$$

en la que w es el *rendimiento global ó económico de la máquina*, es decir,

$$w = m - t_g$$

IX.2.- DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE CALIDAD MEDIANTE EL DIAGRAMA ENTRÓPICO

Las sucesivas pérdidas que se producen en un ciclo real, tomando como referencia de partida el ciclo de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_2 , son,

a) En el ciclo de Carnot sólo se aprovecha parte del calor entregado por el foco caliente. Al calor que se elimina a la refrigeración se le denomina *pérdidas de escape*.

$$\text{Rendimiento teórico, } t = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\text{área (b c d e b)}}{\text{área (a c d f a)}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

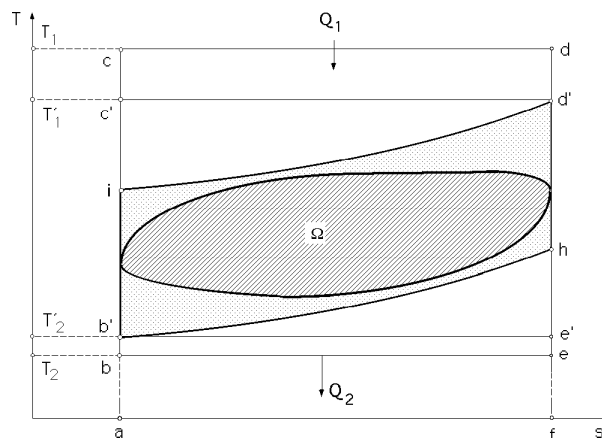


Fig IX.1.- Pérdidas internas y externas, ciclo teórico y ciclo indicado

b) La diferencia de temperaturas entre las correspondientes a los focos térmicos a T_1 y T_2 , y las del sistema que evoluciona, T_1' y T_2' (extremas del fluido), se conoce como *irreversibilidad térmica interna*, que da lugar a las *pérdidas por salto térmico*; en consecuencia, se puede definir un rendimiento t' en la forma,

$$t' = \frac{\text{área (b' c' d' e' b')}}{\text{área (a c d f a)}}$$

Un primer coeficiente de calidad g' se define en la forma,

$$g' = \frac{t'}{t} = \frac{\frac{\text{área (b' c' d' e' b')}}{\text{área (a c d f a)}}}{\frac{\text{área (b c d f a)}}{\text{área (a c d f a)}}} = \frac{\text{área (b' c' d' e' b')}}{\text{área (b c d f a)}}$$

y el rendimiento como,

$$t' = t \cdot g'$$

habiendo supuesto que en b existe una pérdida por salto térmico, pero el fluido sigue actuando según un ciclo de Carnot.

c) Si a continuación se supone el mismo salto térmico, pero actuando el fluido según un ciclo reversible teórico que no sea de Carnot, el rendimiento t_r dependerá de las evoluciones seguidas por el ciclo, llamando a las pérdidas que aparezcan *pérdidas asignadas al ciclo*.

La expresión del rendimiento térmico es,

$$t_r = \frac{\text{área (b' i d' h b')}}{\text{área (a c d f a)}}$$

definiendo un nuevo coeficiente de calidad en la forma,

$$g'' = \frac{t_r}{t'} = \frac{\frac{\text{área (b' i d' h b')}}{\text{área (a c d f a)}}}{\frac{\text{área (b' c' d' e' b')}}{\text{área (a c d f a)}}} = \frac{\text{área (b' i d' h b')}}{\text{área (b' c' d' e' b')}} \cdot \frac{\text{área (a c d f a)}}{\text{área (a c d f a)}}$$

d) Si se puede obtener el diagrama indicado, aparecen nuevas pérdidas, que llamaremos *pérdidas debidas al ciclo real*, como se muestra en la Fig IX.1.

El rendimiento es,

$$t_i = \frac{\text{área (a c d f a)}}{\text{área (a c d f a)}}$$

en la que el área es el trabajo indicado.

El coeficiente de calidad y el rendimiento de este ciclo se definen en la forma,

$$g''' = \frac{t_i}{t_r} = \frac{\frac{\text{área (a c d f a)}}{\text{área (b' i d' h)}}}{\frac{\text{área (b' i d' h)}}{\text{área (a c d f a)}}} = \frac{\text{área (a c d f a)}}{\text{área (b' i d' h)}} \quad t_i = g''' \cdot t_r$$

e) El trabajo que se aprovecha en el eje de salida de la máquina es el trabajo útil T_u que es

menor que el proporcionado por el ciclo real (área del diagrama del indicador) T_i , debido a las **pérdidas mecánicas**.

Se puede representar por un área ficticia T_i' , definiéndose los siguientes rendimientos,

Rendimiento global, $\eta_{ti} = \frac{T_i'}{\text{área (a c d f a)}}$

Rendimiento mecánico, $\eta_{mec} = \frac{T_i'}{T_i} = \frac{\text{área (a c d f a)}}{\text{área (a c d f a)}} = \frac{T_i'}{T_i}$

por lo que,

$$\eta_w = \eta_{mec} \eta_{ti} = \eta_{mec} \eta_{g'''} \eta_{tr} = \eta_{mec} \eta_{g''} \eta_{g'''} \eta_{t'} = \eta_{mec} \eta_{g'''} \eta_{g''} \eta_{t'}$$

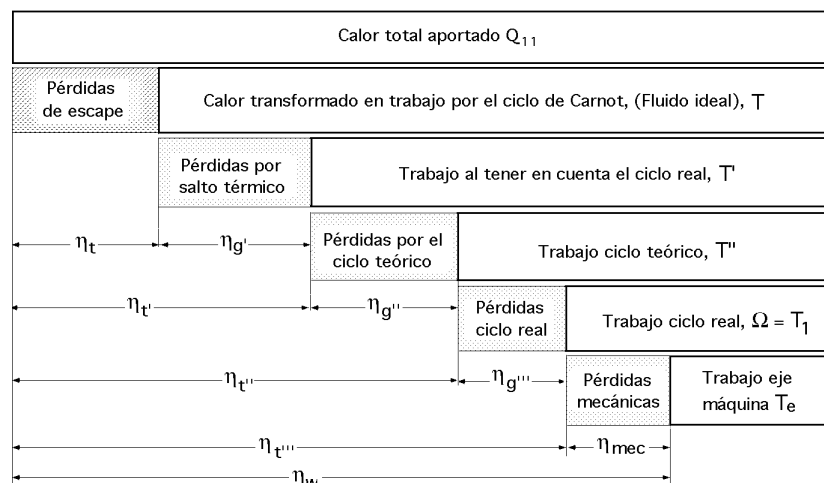


Fig IX.2.- Esquema de pérdidas y rendimientos

El coeficiente de calidad del ciclo es, $g = g''' g'' g' = \frac{\text{área (a b c d f a)}}{\text{área (a b c d f a)}}$

y el coeficiente de calidad teórico, $g_{(teór)} = g''' g'' = \frac{\text{área (b'c'd'e')}}{\text{área (b'c'd'e')}} = 1$

IX.3.- POTENCIA INDICADA, POTENCIA ÚTIL, CONSUMO DE COMBUSTIBLE Y COSTE DE LA ENERGÍA PRODUCIDA

Potencia indicada.- La potencia indicada es la que se obtiene en el cilindro de trabajo a causa de las Q_1 calorías suministradas por el foco térmico caliente. La potencia útil, o simplemente potencia N , es la que realmente se aprovecha en el eje de salida de la máquina, y es de la forma,

$$N = N_{indicada} \eta_{mec} ; T = Q_1$$

Si no se tienen en cuenta las pérdidas mecánicas, el trabajo útil en el eje de la máquina sería igual al trabajo indicado, $T = T_{ind}$.

Potencia útil.- Para calcular el número de calorías Q_1 a entregar, para que en el eje de la

máquina se tenga un trabajo útil de 1, CV/hora, partimos de,

$$1 \left(\frac{\text{CV}}{\text{hora}} \right) = 75 \frac{\text{Kgm}}{\text{seg}} \times 3600 \frac{\text{seg}}{\text{hora}} = 270.000 \frac{\text{Kgm}}{\text{hora}} = 632,3 \frac{\text{Kcal}}{\text{hora}}$$

obteniéndose,

$$Q_1 = \frac{270.000 \frac{\text{Kgm}}{\text{hora}}}{632,3 \frac{\text{Kcal}}{\text{hora}}}$$

Consumo de combustible.- Si P_i es la potencia calorífica inferior del combustible en, Kcal/kg, el número de kg de combustible necesarios G_e para obtener en el eje de la máquina 1 CV/hora, es,

$$P_i \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{kg}} \right) G_e \left(\frac{\text{kg}}{\text{hora}} \right) = Q_1 \quad G_e = \frac{Q_1}{P_i} = \frac{632,3}{N} \frac{\text{kg}}{\text{hora}}$$

El número de kg de combustible necesarios para obtener 1 CV/hora indicado, se obtiene a partir de la consideración de que el Trabajo útil vale 270.000 kgm/hora, por lo que el Trabajo indicado correspondiente será,

$$T_{\text{ind}} = \frac{T}{\text{mec}} = \frac{Q_1}{\text{mec}} = \frac{270.000}{\text{mec}} \frac{\text{Kgm}}{\text{hora}}, \text{ consumiéndose } G_i \text{ kg de combustible}$$

$$G_i = G_e \frac{\text{mec}}{\text{mec}} = \frac{Q_1}{P_i} \frac{\text{mec}}{\text{mec}} = \frac{632,3}{P_i} \frac{\text{kg}}{\text{hora}}$$

que es el numero de kg de combustible necesarios para obtener 1 CV/hora indicado.

IX.4.- CONCEPTO DE EXERGÍA

El Primer Principio de la Termodinámica dice que la energía se conserva en cualquier proceso y que no se puede crear ni destruir; la energía que acompaña a un combustible, a los flujos de materia, etc, se puede localizar y determinar en los productos resultantes, pero el Principio de Conservación de la Energía no aclara otros aspectos relativos a la utilización de los recursos energéticos.

Si se supone que un combustible se quema, el estado final viene determinado por una mezcla de gases de la combustión, cenizas, aire residual y calor; la energía asociada al sistema permanece constante, pero la mezcla inicial de combustible y aire es mucho más útil y tiene más calidad que la mezcla final de gases calientes, es decir, el combustible siempre se podría utilizar en cualquier dispositivo para generar un trabajo, mientras que los posibles usos de los productos de la combustión serían más restringidos, por lo que la energía útil del sistema al principio del proceso es mucho mayor que la energía útil que tienen los gases al final de la combustión, que se destruye a causa de la naturaleza irreversible del proceso, es decir, la energía útil no se conserva, al contrario que la energía.

Los fundamentos del concepto de exergía se ponen de manifiesto al definir el Segundo Principio de la Termodinámica y las Leyes del Equilibrio de las transformaciones reales, al existir la posibili-

dad de poder generar un trabajo cuando dos sistemas en distintos estados térmicos, se ponen en contacto.

Si uno de ellos es un sistema ideal (medio ambiente) y el otro es un sistema cerrado, la exergía es el trabajo teórico máximo que se puede obtener de su mutua interacción hasta alcanzar el estado de equilibrio, dependiendo el valor numérico de la misma de los estados del sistema cerrado considerado y del medio ambiente.

La exergía se puede destruir a causa de las irreversibilidades y también se puede transferir hacia o desde un sistema; el uso eficiente de los recursos energéticos va asociado a la destrucción y pérdida de exergía en los sistemas, siendo el objetivo del análisis exergético el localizar, cuantificar e identificar éstas causas.

La exergía es, por lo tanto, el trabajo teórico máximo que se puede obtener cuando el sistema cerrado evoluciona desde un estado inicial dado hasta su estado muerto, interaccionando sólo con el medio ambiente. También se puede definir la exergía como el trabajo teórico mínimo necesario a aportar para conseguir que el sistema cerrado pase desde su estado muerto hasta otro estado prefijado, no pudiendo ser negativa.

La exergía es una medida de la diferencia entre el estado de un sistema cerrado y el estado del medio ambiente

IX.5.- CONCEPTO DE MEDIO AMBIENTE

Todo sistema evoluciona cuando interactúa con su entorno, por lo que es importante distinguir entre los conceptos de medio ambiente y de entorno o alrededores del sistema.

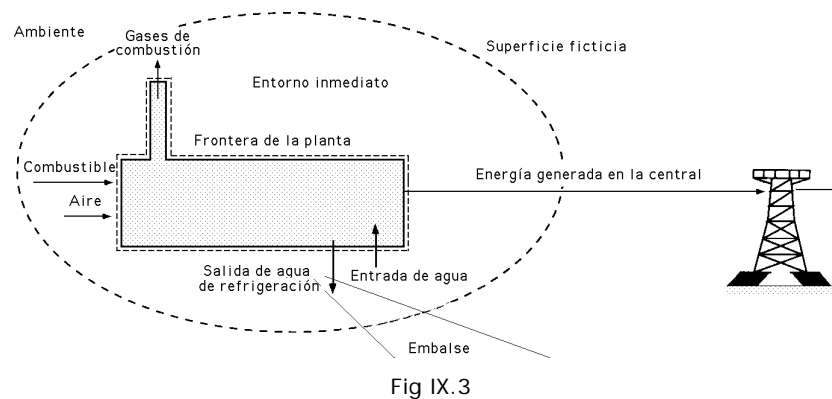


Fig IX.3

Se define *el entorno* como todo aquello que no estando incluido en el sistema es inmediato a él, permaneciendo en contacto con su superficie de intercambio térmico, mientras que el concepto de *medio ambiente* (universo) se puede aplicar a aquella región en la que sus propiedades intensivas son uniformes y no cambian significativamente como resultado del proceso que se efectúe, pudiéndose considerar a efectos térmicos como un cuerpo negro.

Las irreversibilidades se pueden considerar localizadas en el interior del sistema, irreversibilidades internas, o en su entorno inmediato, irreversibilidades externas.

El medio ambiente (universo) se supone libre de irreversibilidades, y se define como un sistema simple, compresible, de grandes dimensiones, que se mantiene siempre a una presión p_0 y tempe-

ratura T_0 uniformes, valores que pueden coincidir, o no, con las condiciones ambientales típicas.

Sus propiedades intensivas no se modifican, pero las extensivas, energía interna U_a , entropía S_a y volumen V_a , pueden variar como resultado de la interacción con otros sistemas, estando relacionadas por la ecuación,

$$U_a = T_0 S_a - p_0 V_a$$

Las energías cinética y potencial se evalúan con relación al medio ambiente, pudiéndose considerar que éste siempre se encuentra en reposo con respecto a cualquier otro sistema de referencia, por lo que cualquier modificación en su energía sólo puede ser debido a una variación de su energía interna.

IX.6.- CONCEPTO DE ESTADO MUERTO

Si el estado de una cantidad constante de materia que constituye el sistema cerrado, es diferente al del medio ambiente, existe la posibilidad de generar un trabajo. Sin embargo, a medida que el sistema va evolucionando hacia el equilibrio con el medio ambiente, dicha posibilidad disminuye desapareciendo por completo cuando se alcanza el equilibrio termodinámico; a este estado particular del sistema se le denomina *estado muerto*, y el sistema cerrado se encuentra en reposo con relación al medio ambiente a su temperatura T_0 y presión p_0 .

En el estado muerto, tanto el sistema cerrado como el medio ambiente poseen una cierta energía, pero el valor de su exergía es cero, ya que no es posible que se produzca un cambio espontáneo en el sistema cerrado o en el ambiente ya que no pueden existir interacciones entre ellos.

IX.7.- CALCULO DE LA EXERGÍA

La exergía de un sistema cerrado en un estado dado viene dada por la expresión,

$$\text{Exergía} = (E - U_0) + p_0 (V - V_0) - T_0 (S - S_0)$$

en la que,

$E = U + E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}}$, es la energía del sistema cerrado

V y S , son el volumen y la entropía del sistema cerrado

U_0 , V_0 y S_0 , son los valores de estas propiedades para el sistema cerrado cuando éste se encuentre en su estado muerto

La exergía es el máximo trabajo teórico que se puede realizar cuando el sistema cerrado evoluciona hasta alcanzar el equilibrio con el ambiente, (estado muerto). Como hay que determinar la cantidad de trabajo máximo que puede desarrollar el conjunto (sistema cerrado y medio ambiente), su frontera se localiza de forma que las únicas transferencias de energía que ocurran a través de ella sean en forma de trabajo, lo que asegura que el trabajo desarrollado no queda afectado por una transferencia externa de calor; aunque los volúmenes del sistema cerrado y del medio ambiente pueden cam-

biar, la frontera del conjunto (sistema cerrado y medio ambiente) se determina de modo que su volumen permanece constante.

El balance de energía E_c para el conjunto (sistema cerrado y medio ambiente) es,

$$E_c = Q_c - T_c = 0 - T_c$$

en la que T_c es el trabajo generado y E_c es el cambio de energía que experimenta, igual a la suma de las variaciones de energía del sistema cerrado y del medio ambiente.

En la energía del sistema cerrado en su estado inicial E se incluyen su energía interna y su energía cinética y potencial, que se deben evaluar con relación al medio ambiente, de forma que la energía del sistema cerrado en su estado muerto sea igual a su energía interna U_0 por lo que E_c se puede expresar en la forma,

$$E_c = (U_0 - E) + U_a = (U_0 - E) + (T_0 S_a - p_0 V_a) = -T_c$$

El volumen total del conjunto (sistema cerrado y medio ambiente) permanece constante, siendo igual a la variación de volumen que experimenta el medio ambiente y de signo contrario a la variación de volumen experimentada por el sistema cerrado,

$$V_a = V_0 - V$$

por lo que la expresión del trabajo desarrollado por el conjunto (sistema cerrado y medio ambiente) T_c al pasar el sistema cerrado desde su estado inicial a su estado muerto, interaccionando únicamente con el medio ambiente, es,

$$T_c = (E - U_0) - (T_0 S_a - p_0 V_a) = (E - U_0) + p_0 (V - V_0) - T_0 S_a$$

El trabajo teórico máximo se puede calcular a partir de la generación de entropía S_c debida a las irreversibilidades internas que tienen lugar en el sistema cerrado en su evolución al equilibrio con el medio ambiente, y es igual a la variación de entropía del conjunto (sistema cerrado y medio ambiente), suma de las variaciones de entropía del sistema cerrado S y del medio ambiente S_0 , de la forma,

$$S_c = (S_0 - S) + S_a$$

$$T_c = (E - U_0) + p_0 (V - V_0) - T_0 (S - S_0) - T_0 S_c$$

en la que el valor,

$$(E - U_0) + p_0 (V - V_0) - T_0 (S - S_0)$$

viene determinado por los estados inicial y final (estado muerto del sistema cerrado), y es independiente de la forma del proceso que los liga; sin embargo, $T_0 S_c$, sí depende de la naturaleza del proceso a través del cual el sistema cerrado evoluciona hacia su estado muerto, siendo positivo cuando se presentan irreversibilidades, y cero en el caso límite en que no existan irreversibilidades,

no pudiendo ser negativo.

El trabajo teórico máximo (exergía) que puede generar el conjunto (sistema cerrado y medio ambiente) se obtiene haciendo, $T_0 - S_c = 0$, es decir,

$$T_{c \text{ máximo}} = (E - U_0) + p_0 (V - V_0) - T_0 (S - S_0)$$

Si el sistema cerrado se encuentra en un estado distinto al del estado muerto, el sistema puede evolucionar espontáneamente hacia el estado muerto, no requiriéndose ningún trabajo para llevar a cabo este proceso, por lo que para cualquier estado del sistema cerrado siempre es posible su evolución espontánea hacia el estado muerto, sin consumir trabajo, por lo que el trabajo máximo (exergía) no puede ser negativo.

La exergía no se conserva, sino que se destruye a causa de las irreversibilidades; un caso límite sería aquel en que la exergía se destruye en su totalidad, como ocurre si el sistema cerrado evoluciona según un proceso espontáneo hasta su estado muerto sin poner los medios adecuados para obtener un trabajo en el proceso; una vez definidas las condiciones del medio ambiente, el valor de dicha medida se puede considerar únicamente como el valor de una propiedad del sistema cerrado.

La exergía específica por unidad de masa, viene dada por,

$$\text{exerg} = (e - u_0) + p_0 (v - v_0) - T_0 (s - s_0)$$

en la que **e**, **v** y **s** son la energía específica, el volumen específico y la entropía específica, respectivamente, para un estado dado, y **u₀**, **v₀** y **s₀** son esas mismas propiedades específicas evaluadas para el estado muerto.

Como, $e = u + \frac{c^2}{2g} + z$, resulta:

$$\begin{aligned} \text{exerg} &= (u + \frac{c^2}{2g} + z - u_0) + p_0 (v - v_0) - T_0 (s - s_0) = \\ &= (u - u_0) + p_0 (v - v_0) - T_0 (s - s_0) + (\frac{c^2}{2g} + z) \end{aligned}$$

La variación de exergía entre dos estados de un sistema cerrado viene dada por,

$$\text{Exerg}_2 - \text{Exerg}_1 = (E_2 - E_1) + p_0 (V_2 - V_1) - T_0 (S_2 - S_1)$$

donde los valores de **p₀** y **T₀** son los correspondientes al estado del medio ambiente.

Cuando un sistema está en su estado muerto, se encuentra en equilibrio térmico y mecánico con el medio ambiente y el valor de su exergía es cero.

IX.8.- BALANCE DE EXERGÍA PARA SISTEMAS CERRADOS

Un sistema cerrado en un estado dado puede evolucionar y alcanzar nuevos estados mediante interacciones de calor y de trabajo con otros sistemas; como el valor de la exergía asociada al

estado final es diferente del valor correspondiente al estado inicial, las transferencias de exergía a través de la frontera del sistema van a ser consecuencia de éstos intercambios de calor y trabajo. La variación de exergía en un sistema durante un proceso no es igual a la exergía neta transferida, ya que la exergía se puede destruir a causa de las irreversibilidades presentes en el sistema durante el proceso.

En un sistema cerrado, un balance de exergía se obtiene combinando los balances de energía y entropía, en la forma,

$$E_2 - E_1 = \int_1^2 dQ - T \quad ; \quad S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T} \right)_{\text{Frontera}} + S$$

donde T y Q representan los intercambios de trabajo y calor entre el sistema a estudiar y su entorno; el medio ambiente no tiene por qué intervenir necesariamente en estas interacciones. En el balance de entropía, T_F es la temperatura en la porción de frontera del sistema donde se intercambia dQ , siendo S la entropía generada por las irreversibilidades internas.

Para obtener el balance de exergía, se multiplica el balance de entropía por la temperatura T_0 y se resta la expresión resultante del balance de energía, obteniéndose,

$$E_2 - E_1 - T_0 (S_2 - S_1) = \int_1^2 dQ - \int_1^2 \left(\frac{dQ}{T} \right)_{\text{Frontera}} T - T_0 S$$

$$\text{Exerg}_2 - \text{Exerg}_1 - p_0 (V_2 - V_1) = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_F} \right) dQ - T - T_0 S$$

$$\text{Exerg}_2 - \text{Exerg}_1 = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_F} \right) dQ - \{ T - p_0 (V_2 - V_1) \} - T_0 S$$

en la que,

$$\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_F} \right) dQ - \{ T - p_0 (V_2 - V_1) \}$$

es la transferencia de exergía y $T_0 S$ es la destrucción de exergía.

- En el primer miembro de la ecuación anterior, para unos estados inicial y final determinados dados los valores de p_0 y T_0 la variación de exergía se calcula en la forma,

$$\text{Exerg}_2 - \text{Exerg}_1 = (E_2 - E_1) + p_0 (V_2 - V_1) - T_0 (S_2 - S_1)$$

- En el segundo miembro de la misma ecuación los sumandos dependen de la naturaleza del proceso y no se pueden determinar conociendo únicamente los estados inicial y final y los valores de p_0 y T_0 .

El primer sumando, $\int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_F} \right) dQ$, representa la transferencia de exergía que acompaña al calor y está asociado a la transferencia de calor hacia o desde el sistema durante el proceso.

El segundo sumando, $T - p_0 (V_2 - V_1)$, está asociado al trabajo, y se interpreta como la transferencia de exergía que acompaña al trabajo.

El tercer sumando, $I = T_0 S$, representa la destrucción de exergía debida a las irreversibilidades internas del sistema. La variación de exergía de un sistema cerrado se puede descomponer en términos de transferencia y destrucción de exergía a causa de las irreversibilidades internas del sistema.

Cuando se hace un balance de exergía hay que tener en cuenta las condiciones impuestas por el Segundo Principio a la irreversibilidad I , por lo que ésta será positiva cuando se presenten irreversibilidades en el interior del sistema durante el proceso, y cero en el caso límite en que no hay irreversibilidad, es decir,

$I > 0$, para procesos irreversibles internos

$I = 0$, para procesos reversibles internos

El valor de la irreversibilidad no puede ser negativo; sin embargo, la variación de exergía de un sistema puede ser positiva, negativa o nula.

Para un sistema cerrado, un balance de exergía a través de una fracción de frontera cuya temperatura es T_j , es,

$$\frac{dE_{\text{exerg}}}{dt} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \left(T - p_0 - \frac{dV}{dt}\right) - A$$

$\frac{dE_{\text{exerg}}}{dt}$, es la velocidad de la variación de la exergía contenida en el sistema

$\left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j$, es la velocidad de transferencia de exergía que acompaña al flujo de calor \dot{Q}_j

en la que, T , es la velocidad de transferencia de energía que acompaña al trabajo

$\left(T - p_0 \frac{dV}{dt}\right)$, es la velocidad de transferencia de exergía asociada

$\frac{dV}{dt}$, es la velocidad con que varía el volumen del sistema

A , es la velocidad de destrucción de exergía en el sistema, por las irreversibilidades internas

Para un sistema aislado en el que, por definición, no existen interacciones de calor y trabajo con el entorno, por lo que no hay transferencia de exergía entre el sistema y su entorno, el balance de exergía se reduce a,

$$Exerg_{\text{aislado}} = - I_{\text{aislado}}$$

y como I_{aislado} tiene que ser positiva para cualquier proceso real, los únicos procesos que puede experimentar un sistema aislado de acuerdo con el Segundo Principio son aquellos en los que la exergía del sistema aislado disminuya.

La mayoría de los sistemas térmicos reciben exergía que proviene directa o indirectamente del consumo de combustibles fósiles o de otros recursos energéticos; la destrucción y pérdida de exergía representa un derroche de dichos recursos energéticos, por lo que los balances exergéticos tienen gran importancia en el desarrollo de las estrategias conducentes a un uso más racional de la energía.

IX.9.- TRANSFERENCIA DE EXERGÍA

Sea un sistema cerrado que desarrolla un proceso en el que tiene lugar una transferencia de calor Q a través de una porción de la frontera del sistema donde su temperatura, $T_f > T_0$, es constante; la transferencia de exergía que acompaña al calor es,

$$\left(1 - \frac{T_0}{T_f}\right) Q$$

que es el trabajo que podría desarrollar un ciclo de potencia reversible, que recibiese Q calorías a la temperatura T_f y cediese calor al ambiente a T_0 , por lo que se puede interpretar que la magnitud de la transferencia de exergía que acompaña al calor sería equivalente al trabajo que se podría producir suministrando dicho calor a un ciclo de potencia reversible que operase entre las temperaturas, T_f y T_0 .

Esta interpretación también se puede aplicar cuando, $T_f < T_0$, siendo la magnitud de la transferencia de exergía que acompaña al calor equivalente al trabajo que se puede desarrollar por un ciclo de potencia reversible que recibiese calor del ambiente a T_0 , y descargara Q a la temperatura T_f .

Hasta ahora sólo se ha considerado la magnitud de la transferencia de exergía que acompaña al calor, independientemente del sentido de la misma. La forma de la ecuación anterior indica que si, $T_f > T_0$, el calor intercambiado y la transferencia de exergía asociada deben tener el mismo sentido, siendo ambas cantidades positivas o negativas. Sin embargo, cuando, $T_f < T_0$, el signo de la transferencia de exergía será opuesto al del calor intercambiado, de modo que éste y la transferencia de exergía tendrán sentidos opuestos.

En la Fig IX.3 se muestra un sistema constituido por un gas que experimenta un proceso de calentamiento a volumen constante, siendo las temperaturas inicial y final del gas menores que T_0 . Durante el proceso el estado del sistema se acerca al estado muerto y la exergía del sistema debe disminuir según se va calentando. Si el gas se enfría desde el estado 2 hasta el estado 1, la exergía del sistema aumenta ya que su estado se aleja del estado muerto, por lo que cuando en la porción de frontera donde se produce el intercambio de calor, la temperatura es menor que la temperatura del ambiente, el flujo de calor y la transferencia de exergía que lo acompaña tienen direcciones opuestas; ésto es significativo cuando se estudian las prestaciones de los frigoríficos y bombas de calor, equipos en los que ocurren intercambios de calor a temperaturas inferiores a la del medio ambiente.

Si se considera la transferencia de exergía en un sistema cerrado que realiza un trabajo T mientras desarrolla un proceso adiabático en el que aumenta el volumen del sistema, $V_2 > V_1$, aunque éste no tiene

por qué interactuar necesariamente con el ambiente, la magnitud de la transferencia de exergía se evalúa como el máximo trabajo que se puede obtener cuando interactúan sistema y ambiente; no todo el trabajo T realizado por el sistema durante el proceso resulta utilizable ya que una parte del mismo se emplea en vencer la presión exterior contra el ambiente que se encuentra a p_0 .

En esta situación el sistema realiza un trabajo sobre su entorno igual a,

$$p_0 (V_2 - V_1)$$

El máximo trabajo que se puede obtener del conjunto (sistema cerrado y medio ambiente) es,

$$T_c = T - p_0 (V_2 - V_1)$$

Si no existe una modificación del volumen del sistema durante el proceso, la transferencia de exergía que acompaña al trabajo sería de la misma magnitud que éste, T .

IX.10.- EXERGÍA DE FLUJO

Cuando se considera un flujo unidimensional, el trabajo a la entrada y a la salida del volumen de control en la unidad de tiempo es el *trabajo de flujo* de valor,

$$\dot{m} (p v)$$

siendo \dot{m} el flujo másico por unidad de tiempo, p la presión, y v el volumen específico a la entrada o a la salida.

La expresión de la transferencia de exergía por unidad de tiempo que acompaña al trabajo de flujo es de la forma,

$$\dot{m} (p v - p_0 v)$$

Durante el intervalo de tiempo Δt una fracción de la masa contenida inicialmente en el volumen de control sale para ocupar una pequeña región del espacio adyacente al volumen de control.

Asumiendo que el incremento de volumen del sistema cerrado en el intervalo de tiempo Δt es igual al volumen de la región s y que el único trabajo intercambiado es el asociado a la variación de volumen, la transferencia de exergía que acompaña al trabajo es

$$T - p_0 \Delta V$$

donde ΔV es la variación del volumen del sistema, igual al volumen de la región s , $\Delta V = m_s v_s$, siendo m_s la masa contenida en la región s y v_s su volumen específico, que se puede suponer uniforme en dicha región, por lo que la transferencia de exergía que acompaña al trabajo es,

$$T - m_s (p_0 v_s)$$

que se puede transformar en una expresión equivalente en términos de velocidad dividiendo todos sus términos por el intervalo de tiempo Δt .

La transferencia de exergía que acompaña al trabajo, por unidad de tiempo, se determina hallando el límite cuando Δt tiende a cero, en la forma,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{T}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m_s}{\Delta t} (p_0 v_s)$$

En el límite, las fronteras del sistema cerrado y del volumen de control coinciden, por lo que el único trabajo intercambiado por el volumen de control es el trabajo de flujo, es decir,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{T}{\Delta t} = m_s (p_s v_s)$$

siendo m_s el flujo másico por unidad de tiempo que abandona el volumen de control.

En el límite, cuando, $\Delta t \rightarrow 0$, resulta,

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m_s}{\Delta t} (p_0 v_s) = m_s (p_0 v_s)$$

por lo que la *transferencia de exergía por unidad de tiempo que acompaña al trabajo de flujo*, es,

$$m_s (p_s v_s - p_0 v_s)$$

correspondiente a la entrada y salida del volumen de control.

Cuando la masa fluye a través de la frontera del volumen de control, existe una transferencia de *energía* asociada igual a la *transferencia de energía por unidad de tiempo que acompaña al flujo de masa*,

$$m e = m \left(u + \frac{c^2}{2g} + z \right)$$

siendo e la energía específica evaluada a la entrada o a la salida.

Cuando la masa fluye a través de la frontera del volumen de control, existe una transferencia de *exergía* asociada igual a la *transferencia de exergía por unidad de tiempo que acompaña al flujo de masa*,

$$m(\text{exerg}) = m \{ (e - u_0) + p_0 (v - v_0) - T_0 (s - s_0) \}$$

donde (exerg) es la exergía específica a la entrada o a la salida.

Las transferencias de exergía asociadas al flujo de masa que acompaña al trabajo de flujo vienen dadas por,

$$m (p v - p_0 v)$$

y ocurren en las zonas de la frontera donde la masa entra o abandona el volumen de control, por lo que se puede definir una expresión que proporcione la suma de ambos efectos, como la *transferencia de exergía por unidad de tiempo que acompaña al flujo de masa y al trabajo de flujo*,

$$(exerg) + (p v - p_0 v_0) = \{ (e - u_0) + p_0 (v - v_0) - T_0 (s - s_0) \} + (p v - p_0 v) = \frac{b}{m}$$

en la que los términos del segundo miembro representan la transferencia de exergía por unidad de masa, que acompaña al flujo de masa y al trabajo de flujo, respectivamente, y se la denomina exergía de flujo específica.

Como, $e = u + \frac{c^2}{2g} + z$, resulta

$$b = (u + \frac{c^2}{2g} + z - u_0) + (p v - p_0 v_0) - T_0 (s - s_0) = (i - i_0) - T_0 (s - s_0) + \frac{c^2}{2g} + z$$

que es la exergía de flujo necesaria para formular el **balance de exergía** para un volumen de control.

En el desarrollo del **balance de energía** para un volumen de control, la exergía de flujo juega un papel similar al de la entalpía, teniendo ambas propiedades una interpretación similar, ya que cada una de ellas es la suma de dos términos, el primero asociado al flujo de masa (energía interna específica para la entalpía y exergía específica para la exergía de flujo) y el segundo al trabajo de flujo a la entrada o a la salida.

IX.11.- BALANCE DE EXERGÍA EN UN VOLUMEN DE CONTROL

La expresión general del balance de exergía en un volumen de control, a través de una frontera a la temperatura T_j es,

Variación de la exergía por unidad de tiempo =

= Transferencia de exergía por unidad de tiempo + Exergía destruida por unidad de tiempo

$$\left(\frac{dExerg}{dt} \right)_{vol. cont.} = \left(1 - \frac{T_0}{T_j} \right) \dot{q}_j - (T_{vc} - p_0) \frac{dV_{vc}}{dt} + (mb)_{ent} - (mb)_{sal} - Exerg_{destruida}$$

en la que,

$\left(\frac{dExerg}{dt} \right)_{vol. cont.}$, es la variación de exergía acumulada en el volumen de control

$\left(1 - \frac{T_0}{T_j} \right) \dot{q}_j$, es la velocidad de transferencia de exergía que acompaña al flujo de calor \dot{q}_j

en la que, \dot{q}_j es la velocidad de transferencia de calor por unidad de tiempo a la temperatura T_j

$T_{vc} - p_0 \frac{dV_{vc}}{dt}$, es la transferencia de exergía asociada

T_{vc} es la velocidad de intercambio de energía debida al trabajo excluyendo el trabajo de flujo

$\frac{dV_{vc}}{dt}$, es la variación de volumen por unidad de tiempo del volumen de control

$(mb)_{ent}$, $(mb)_{sal}$, representan la transferencia de exergía por unidad de tiempo, que acompaña al flujo de masa y al trabajo de flujo a la entrada y a la salida, respectivamente

La destrucción de exergía por unidad de tiempo es debido a las irreversibilidades internas del volumen de control.

En régimen estacionario, el balance de exergía para este caso particular es,

$$\left(\frac{d\text{Exerg}}{dt}\right)_{\text{vol. cont.}} = \frac{dV_{\text{vc}}}{dt} = 0$$

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - T_{\text{vc}} + \dot{m}_{\text{ent}} (b_{\text{ent}}) - \dot{m}_{\text{sal}} (b_{\text{sal}}) - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

que dice que, la velocidad con que se transfiere la exergía hacia el volumen de control tiene que ser mayor que la velocidad con que se transfiere la exergía desde el mismo, siendo la diferencia igual a la velocidad con que se destruye la exergía dentro del volumen de control a causa de las irreversibilidades.

Si solo existen una entrada 1 y una salida 2, se tiene,

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - T_{\text{vc}} + \dot{m} (b_1 - b_2) - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

con,

$$b_1 - b_2 = (i_1 - i_2) - T_0 (s_1 - s_2) + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + (z_1 - z_2)$$

EFICIENCIA EXERGÉTICA EN TURBINAS.- Para una turbina, que funciona en régimen adiabático, el balance de exergía en régimen estacionario se obtiene considerando que,

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j = 0$$

por lo que,

$$T_{\text{vc}} + \dot{m} (b_1 - b_2) - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

siendo, $(b_1 - b_2)$, la disminución de exergía de flujo entre la entrada y la salida.

La exergía de flujo disminuye porque la turbina genera un trabajo, $T_{\text{v.c.}} = T_{\text{Turbina}}$, y existe una destrucción de exergía.

La efectividad de la turbina viene dada por,

$$\eta = \frac{\frac{T_{\text{Turbina}}}{\dot{m}}}{b_1 - b_2}$$

EFICIENCIA EXERGÉTICA EN BOMBAS Y COMPRESORES.- Para una bomba o un compresor, en régimen estacionario, sin intercambio de calor con los alrededores, el balance de exergía es,

$$-T_{\text{vc}} + \dot{m} (b_1 - b_2) - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

$$\frac{T_{\text{Compresor}}}{\dot{m}} = b_1 - b_2 - \frac{\text{Exerg}_{\text{destruida}}}{\dot{m}}$$

La exergía consumida por la máquina $\frac{T_{\text{Compresor}}}{m}$ se utiliza en parte para incrementar la exergía de flujo entre la entrada y la salida, y el resto se destruye a causa de las irreversibilidades internas.

La efectividad de la bomba o del compresor viene dada por,
$$= \frac{b_1 - b_2}{\frac{T_{\text{Compresor}}}{m}}$$

EFICIENCIA EXERGÉTICA EN INTERCAMBIADORES DE CALOR DE SUPERFICIE.- Si la masa de fluido de la corriente caliente es m_C , la masa de fluido de la corriente fría es m_F , la entrada y salida del fluido caliente las denotamos por los subíndices C_1 y C_2 , la entrada y salida del fluido frío las denotamos por los subíndices F_1 y F_2 y teniendo en cuenta que el intercambiador opera en régimen estacionario y no hay pérdidas térmicas por lo que no existe transferencia de calor con el entorno, el balance de exergía es,

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) q_j - T_{vc} + (m_C b_{C_1} + m_F b_{F_1}) - (m_C b_{C_2} + m_F b_{F_2}) - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

en la que,

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) q_j = 0 \quad ; \quad T_{vc} = 0$$

Por lo tanto,

$$(m_C b_{C_1} + m_F b_{F_1}) - (m_C b_{C_2} + m_F b_{F_2}) - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

$$m_C (b_{C_1} - b_{C_2}) = m_F (b_{F_2} - b_{F_1}) + \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

en la que el primer miembro representa la disminución de exergía que experimenta la corriente caliente (que se enfría), mientras que el primer término del segundo miembro representa el incremento de exergía de la corriente fría (que se calienta); una parte de la exergía de la corriente caliente proporciona la exergía de la corriente fría, y el resto la destruida por irreversibilidades.

La eficiencia exergética en el intercambiador de superficie es,
$$= \frac{m_F (b_{F_2} - b_{F_1})}{m_C (b_{C_1} - b_{C_2})}$$

EFICIENCIA EXERGÉTICA EN INTERCAMBIADORES DE CALOR DE MEZCLA.- Llamamos a la masa de fluido de la corriente caliente entrante m_{C1} , siendo b_{C1} su exergía, y la masa de la corriente entrante fría m_{F1} y b_{F1} su exergía; m_{S2} es la masa de los fluidos mezclados a la salida y b_{F2} su exergía. Si el intercambiador opera en régimen estacionario y no hay pérdidas térmicas por lo que no existe transferencia de calor con el entorno, el balance de exergía es,

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) q_j - T_{vc} + (m_{C_1} b_{C_1} + m_{F_1} b_{F_1}) - m_{S_2} b_{F_2} - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

siendo,

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j = 0 ; T_{vc} = 0 ; m_{C_1} + m_{F_1} = m_{S_2}$$

por lo que,

$$(m_{C_1} b_{C_1} + m_{F_1} b_{F_1}) - m_{S_2} b_{F_2} - \text{Exerg}_{\text{destruida}} = 0$$

$$m_{C_1} (b_{C_1} - b_{C_2}) = m_{F_1} (b_{C_2} - b_{C_1}) + \text{Exerg}_{\text{destruida}}$$

en la que el primer miembro representa la disminución de exergía que experimenta la corriente caliente entre la entrada y la salida, mientras que el primer término del segundo miembro representa el incremento de exergía de la corriente fría entre la entrada y la salida; una parte de la exergía de la corriente caliente proporciona la exergía de la corriente fría y el resto la destruida por irreversibilidades.

La eficiencia exergética en el intercambiador de mezcla es,
$$= \frac{m_{F_1} (b_{C_2} - b_{F_1})}{m_{C_1} (b_{C_1} - b_{C_2})}$$

La eficiencia exergética permite distinguir los métodos de utilización de los recursos energéticos que son termodinámicamente efectivos de aquellos que no lo son, o lo son en menor grado; se puede emplear para determinar la efectividad de posibles proyectos técnicos destinados a mejorar las prestaciones de sistemas térmicos, comparando los valores de la eficiencia antes y después de que la modificación propuesta se lleve a cabo para ver el grado de mejora obtenido.

El límite del 100% para la eficacia exergética no es un objetivo práctico, ya que implicaría que no hubiese destrucción de exergía, lo cual supondría tiempos operativos muy largos o dispositivos con superficies de intercambio térmico muy grandes y complicadas, factores incompatibles con una operación económica rentable, fundamental a la hora de resolver un proyecto.

X.- FLUJO COMPRESIBLE

X.1.- RELACIONES ENTRE EL COEFICIENTE ADIABÁTICO Y LA VELOCIDAD DEL SONIDO EN UN FLUIDO COMPRESIBLE

Si en un fluido se origina una perturbación, la velocidad de avance del frente de onda correspondiente es proporcional a la raíz cuadrada del cociente entre el módulo de compresibilidad E del fluido y su densidad ρ .

En efecto, de acuerdo con la Fig X.1, se puede suponer que el émbolo que cierra un cilindro está en equilibrio con el fluido contenido en el mismo, situado en A a la presión p . Al originarse una perturbación, empujando al émbolo mediante un incremento de presión dp , durante un tiempo dt , se desplaza a la velocidad \vec{u} un cierto espacio, $u dt$, mientras que el frente de onda elástico y longitudinal originado por la perturbación en ese tiempo se habrá situado en la posición f a la velocidad \vec{c}_s .

En la zona B del cilindro, todavía sin perturbar, se conserva la presión general que existía antes de la perturbación p .

Igualando la cantidad de movimiento al impulso mecánico se tiene,

Variación de la cantidad de movimiento,

$$V u = (\rho c_s dt S) u$$

Impulso mecánico,

$$F dt = dp S dt$$

$$\rho c_s dt S u = S dt dp \quad ; \quad dp = \rho c_s u$$

A su vez, como el módulo de compresibilidad E es la relación entre el esfuerzo unitario dp y la disminución unitaria de volumen, dv/v , de la forma,

$$E = \frac{dp}{\frac{dv}{v}} = \frac{dp}{\frac{u dt S}{c_s dt S}} = \frac{c_s}{u} dp \quad ; \quad dp = \frac{u}{c_s} E$$

que sustituida en la anterior, permite obtener,

$$c_s u = \frac{u}{c_s} E \quad c_s = \sqrt{\frac{E}{u}}$$

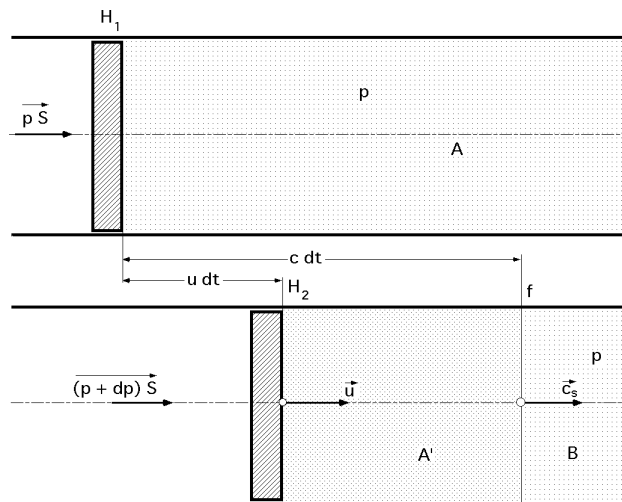


Fig X.1.- Perturbación en un conducto

Si se supone que la compresión es adiabática, el factor de compresibilidad k es,

$$E = \frac{1}{k} = -v \left(\frac{p}{v} \right)_Q = \left| \begin{array}{l} \text{Teorema de Reech} \\ \left(\frac{p}{v} \right)_Q = \left(\frac{p}{v} \right)_T \end{array} \right| = -v \left(\frac{p}{v} \right)_T$$

en la que el signo (-) es consecuencia de que, al tratarse de una compresión, un aumento de presión dp se corresponde con una disminución de volumen dv .

La expresión general de la velocidad del sonido en un fluido cualquiera c_s es,

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{u}} = \left| \frac{1}{v g} \right| = \sqrt{-v^2 g \left(\frac{p}{v} \right)_T} = \left| \begin{array}{l} \text{Para un gas perfecto} \\ p v = R T \quad ; \quad \left(\frac{p}{v} \right)_T = - \frac{R T}{v^2} \end{array} \right| =$$

$$= \sqrt{g R T} = \sqrt{g p v} = \sqrt{c_p (-1) g T}$$

siendo c_p el calor específico del fluido en cuestión a presión constante. A su vez,

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{u}} = \left| E = -v \left(\frac{p}{v} \right)_Q \right| = \sqrt{-v \left(\frac{p}{v} \right)_Q} = \left| \left(\frac{p}{v} \right)_Q = \left(\frac{p}{v} \right)_Q \left(\frac{v}{v} \right)_Q \right| = \sqrt{-v \left(\frac{p}{v} \right)_Q \left(\frac{v}{v} \right)_Q} =$$

$$= \left| \begin{array}{c} = \frac{1}{v g} \\ (\frac{1}{v})_Q = - \frac{1}{g} \frac{1}{v^2} \end{array} \right| = \sqrt{-\frac{v}{g} \left(\frac{p}{v}\right)_Q \left(-\frac{1}{g} \frac{1}{v^2}\right)} = \sqrt{\frac{1}{g v} \left(\frac{p}{v}\right)_Q} = \sqrt{\left(\frac{p}{v}\right)_Q}$$

en la que se ha tenido en cuenta que, $v = 1/g$, que permite calcular la velocidad del sonido c_s en un fluido compresible, cuando a éste se le somete a una variación de presión dp .

Se sabe que la velocidad \bar{c}_1 de derrame de un fluido es de la forma,

$$c_1 = \sqrt{2 g T_{circ}} = \sqrt{2 g \frac{1}{\gamma} p_0 v_0 \left\{1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right\}}$$

en la que p_0 y v_0 , son las condiciones iniciales del fluido sin perturbar, que se corresponden con las de un punto de estancamiento por ser, $c_0 = 0$.

La velocidad máxima es,

$$c_{1 \text{ máx}} = \sqrt{2 g \frac{1}{\gamma} p_0 v_0} = \sqrt{2 g \frac{1}{\gamma} R T_0} = c_{s0} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}}$$

en la que c_{s0} es la velocidad del sonido en las condiciones de estancamiento.

X.2.- FORMULACIÓN DE HUGONIOT

En una tobera se cumple,

$$i_0 - i_1 = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2 g} = c_p (T_0 - T_1)$$

siendo i_0 la entalpía del fluido en el estado inicial, i_1 la entalpía del fluido a la salida de la tobera, T_0 la temperatura absoluta del fluido en el estado inicial y T_1 la temperatura del fluido a la salida de la tobera.

Al estudiar la circulación de un fluido por una tobera, se supone que al ser un proceso muy rápido, éste es adiabático, por lo que el fluido no intercambia calor con el medio exterior. De acuerdo con la Fig X.2, la ecuación anterior se puede poner en su forma diferencial, y obtener el siguiente sistema de ecuaciones en di ,

$$\begin{array}{lll} -di = \frac{1}{2 g} d(c^2) = \frac{c}{g} \frac{dc}{c} & i = u + p v & \frac{dc}{c g} = - \frac{v dp}{c^2} \\ dQ = du + p dv = 0, y & di = du + p dv + v dp & \end{array}$$

que indica que un aumento de velocidad origina una disminución de presión, y viceversa.

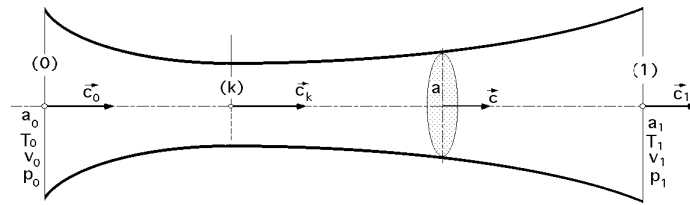


Fig X.2.- Tobera Laval

Diferenciando la ecuación de continuidad $G = a c \gamma = \frac{a c}{v} = \text{Cte}$, en la que γ es el peso específico del fluido y a una sección cualquiera, se obtiene,

$$dG = da c \gamma + a dc \gamma + a c d\gamma = 0$$

$$\frac{da}{a} + \frac{dc}{c} + \frac{d\gamma}{\gamma} = 0$$

y como, $\gamma = \frac{1}{v}$ $d\gamma = -\frac{dv}{v^2}$, se obtiene:

$$\frac{da}{a} + \frac{dc}{c} - \frac{\frac{dv}{v^2}}{\frac{1}{v}} = 0 \quad ; \quad \frac{da}{a} + \frac{dc}{c} - \frac{dv}{v} = 0$$

Por ser un proceso adiabático,

$$p v = \text{Cte} \quad ; \quad p v^{-1} dv + dp v = 0 \quad ; \quad p dv + v dp = 0 \quad ; \quad \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p}$$

que sustituida en la anterior permite obtener,

$$\frac{da}{a} + \frac{dc}{c} + \frac{dp}{p} = \left| \frac{dc}{c} = -\frac{g v dp}{c^2} \right| = \frac{da}{a} - \frac{g v dp}{c^2} + \frac{dp}{p} = 0 \quad \frac{da}{a} = \left(\frac{g v}{c^2} - \frac{1}{p} \right) dp$$

En la garganta de la tobera, la sección a es mínima y, por lo tanto, $da = 0$, por lo que de la ecuación anterior se deduce,

$$\frac{g v}{c^2} = \frac{1}{p} \quad c = \sqrt{g p v}$$

que es idéntica a la expresión encontrada para c_s por lo que si la tobera funciona en régimen de diseño, en su garganta la velocidad del fluido es la del sonido en esas condiciones, obteniéndose,

$$\frac{da}{a} = dp \left(\frac{g v}{c^2} - \frac{1}{p} \right) = g v dp \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_s^2} \right)$$

Las variaciones de la velocidad y sección vienen dadas por,

$$\frac{da}{a} = \frac{dc}{c} = \frac{g v dp}{c^2} \quad g v dp = -c dc$$

$$\frac{da}{a} = c \, dc \left(\frac{1}{c_s^2} - \frac{1}{c^2} \right) = \left(\frac{c^2}{c_s^2} - 1 \right) \frac{dc}{c} = (M^2 - 1) \frac{dc}{c}$$

siendo, $M = \frac{c}{c_s}$, el número de Mach.

La ecuación así obtenida se conoce como fórmula de Hugoniot, y de ella se deduce que,

a) Si, $M < 1$, resulta que, da/a , es de signo contrario a, dc/c ; como, dc/c , es siempre creciente, da/a , tiene que disminuir y, por lo tanto, en la parte convergente de la tobera, el número de Mach será siempre menor que la unidad, $M < 1$, Régimen subsónico.

b) Si, $M = 1$, resulta que, $da = 0$, que se corresponde con la sección mínima de la tobera, es decir, su garganta. {Régimen sónico.

c) Si, $M > 1$, resulta que, da/a , es del mismo signo que, dc/c , y por lo tanto, como dc/c sigue creciendo, da/a , también aumentará, y en consecuencia, en la parte divergente de la tobera, en condiciones de funcionamiento de diseño, el número de Mach es mayor que la unidad, $M > 1$, Régimen supersónico.

A su vez, si la ecuación,

$$\frac{dc}{c} = \frac{dv}{v} - \frac{da}{a}$$

se sustituye en la fórmula de Hugoniot, se obtienen las ecuaciones,

$$\begin{aligned} \frac{da}{a} &= (M^2 - 1) \left(\frac{dv}{v} - \frac{da}{a} \right) ; & \frac{da}{a} M^2 &= (M^2 - 1) \frac{dv}{v} ; & \frac{da}{a} &= \left(1 - \frac{1}{M^2} \right) \frac{dv}{v} \\ \frac{dc}{c} &= \frac{dv}{v} - (M^2 - 1) \frac{dc}{c} ; & \frac{dc}{c} M^2 &= \frac{dv}{v} \end{aligned}$$

Finalmente, teniendo en cuenta que,

$$\frac{da}{a} + \frac{dc}{c} + \frac{1}{M^2} \frac{dp}{p} = 0$$

resulta,

$$(M^2 - 1) \frac{dc}{c} + \frac{dc}{c} + \frac{1}{M^2} \frac{dp}{p} = 0 ; \quad \frac{dp}{p} = - M^2 \frac{dc}{c}$$

por lo que para cualquier valor del número de Mach, al aumentar $\frac{dc}{c}$ que $\frac{dp}{p}$ decrece, produciéndose, por lo tanto, una caída de presión a lo largo de la tobera, a medida que el fluido avanza por la misma.

X.3.- DERRAME POR TOBERAS

En las toberas se produce una transformación de la entalpía del fluido en energía cinética, según la ley de Grashoff,

$$i_0 - i_1 = \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_0^2) ; \quad c_0 = 0 ; \quad c_1 = \sqrt{2g(i_0 - i_1)} = 91,48 \sqrt{i_0 - i_1}$$

con, c_I en m/seg, y $i_0 - i_1$, en Kcal/kg

La caída de entalpía se puede leer en un diagrama entalpía-entropía, conociendo los estados inicial y final de la transformación en la tobera. Los datos del punto O son conocidos; la transformación reversible finaliza en el punto 1, cuando se alcanza la salida de la tobera, a la presión p_I , por lo que este punto 1 quedará también perfectamente determinado; se calculan las entalpías correspondientes $i_0 - i_1$, se sustituyen en la fórmula anterior y se calcula la velocidad c_I de salida.

Sin embargo, la circulación del fluido en la tobera se realiza consumiendo un trabajo de rozamiento, siendo el proceso irreversible; el punto final de la transformación, en las condiciones p_I de presión, será el punto 1', Fig X.3.

La nueva ecuación para la velocidad de salida $c_{I'}$ será de la forma,

$$c_{I'} = 91,48 \sqrt{i_0 - i_{1'}}$$

inferior a c_I .

Para hallar el punto 1' se define un coeficiente de reducción de velocidad ϕ , ya que al ser, $c_1 > c_{1'}$, resulta que, $c_{1'} = \phi c_1$, y si se conoce c_I mediante el proceso isentrópico, se puede aplicar el coeficiente ϕ de valor,

$$\phi = 0,92 \text{ para toberas cortas}$$

$$\phi = 0,975 \text{ para toberas largas}$$

y obtener, $c_{1'} = \phi c_1$; con este dato se calcula,

$$i_0 - i_{1'} = \frac{c_{1'}^2}{91,48^2}$$

y conocido $i_{1'}$ se halla sobre el diagrama (i,S) citado, la posición exacta del punto 1'.

En el proceso irreversible, la pérdida de fuerza viva viene dada por el área (m11'n m) del diagrama (i,S), Fig X.3, es decir,

$$\text{área (m l l' n m)} = \frac{c_1^2 - c_{1'}^2}{2g} = i_{1'} - i_1$$

y es el calor necesario para ir del punto 1 al punto 1' siendo, por lo tanto, una energía que no se aprovecha.

El trabajo de rozamiento T_{Roz} viene dado por el área (0mn1'0), igual a,

$$T_{roz} = \text{Pérdida de energía cinética} + \text{área (011'0)} = T_1 + \text{área (011'0)}$$

y por lo tanto, la pérdida de energía cinética T_1 es menor que el trabajo de rozamiento T_{Roz} , por lo que de este trabajo se recupera una parte representada por el área (011'0) que se transmite a una temperatura mayor que la del estado final, de modo que aún así puede transformarse ulte-

riormente en trabajo.

De todos modo, esta recuperación apenas llega en el mejor de los casos a un 25%.

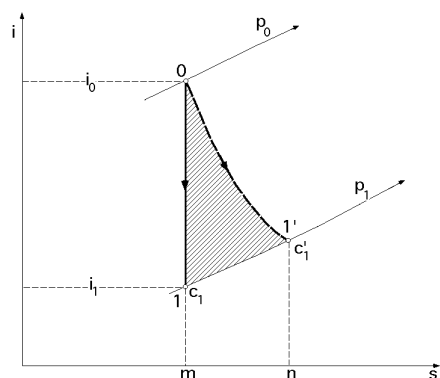


Fig X.3.- Caída de entalpía en un diagrama (i-s)

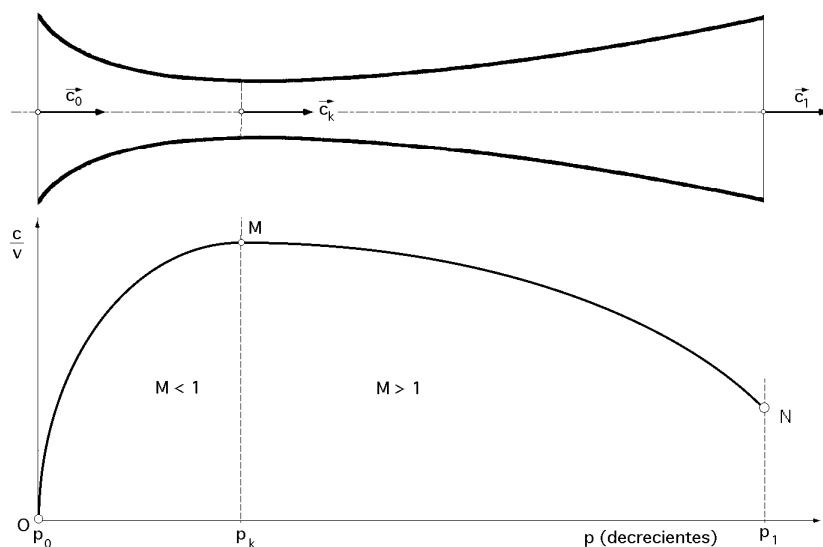


Fig X.4.- Distribución de velocidades en las diversas secciones de una tobera Laval

Para calcular las secciones de la tobera, aplicamos la ecuación de continuidad; por tratarse de un movimiento permanente, el gasto G a través de cualquier sección transversal de la tobera tiene que ser el mismo, es decir,

$$G = \frac{a c}{v} = \frac{a_0 c_0}{v_0} = \frac{a_1 c_1}{v_1} = \text{Cte}$$

Al considerar G en la forma, $G = c a/v$, se observa que la sección **a** depende de la relación, c/v , al ser G constante.

Si el fluido es incompresible, $v = \text{Cte}$, al producirse un aumento de la velocidad, que es lo que se pretende en una tobera, forzosamente deberá disminuir la sección **a**. En este caso, la tobera es convergente.

Si el fluido es compresible, un aumento de c supone a su vez un aumento de su volumen específico v , como hemos visto anteriormente, debido a que se produce una disminución de presión, por ser, $p v = \text{Cte}$. Por lo tanto, la relación c/v es la que indica la variación de las secciones.

Si en un sistema de coordenadas $(\frac{c}{v}, p)$ en donde sobre el eje de abscisas se sitúan las variaciones de presión en forma decreciente, tal como sucede en el sentido de la circulación del fluido por la tobera, se obtiene la gráfica Fig X.4, que dice,

Entre O y M, la velocidad \vec{c} crece más rápidamente que \vec{v} , por lo que la función, c/v , es creciente, y alcanza un valor máximo en el punto M, al que corresponde la presión p_k de la garganta de la tobera. Como G es constante y, c/v , creciente, forzosamente la sección a de la tobera tiene que disminuir.

A partir del punto M, y para presiones menores que p_k , resulta que es el volumen específico v el que crece más rápidamente que \vec{c} , y por lo tanto la relación, c/v , disminuye, por lo que la sección a de la tobera aumentará para poder seguir manteniendo el gasto G constante; así se obtiene una tobera convergente-divergente tipo Laval.

CONDICIONES CRITICAS.- Para determinar las condiciones críticas, en las que se produce el máximo de $\frac{c}{v}$ y el mínimo de a , se sigue el siguiente desarrollo,

La velocidad de derrame del fluido por la tobera es,

$$c = \sqrt{2 g \frac{1}{\gamma} p_0 v_0 \left\{ 1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right\}}$$

por lo que el valor del gasto másico G es,

$$\begin{aligned} G = \frac{a c}{v} &= \frac{a}{v} \sqrt{2 g \frac{1}{\gamma} p_0 v_0 \left\{ 1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right\}} = \left| \begin{array}{l} p_0 v_0 = p v \\ v = v_0 \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma} \end{array} \right| = \\ &= \frac{a}{v_0 \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma}} \sqrt{\frac{2 g}{\gamma} p_0 v_0 \left\{ 1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right\}} = a \sqrt{\frac{p_0}{v_0} \frac{2 g}{\gamma} \left\{ \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right\}} \end{aligned}$$

En la sección crítica hay que hallar el máximo de $\frac{c}{v}$ ó lo que es lo mismo, el máximo de G , por lo que si llamamos,

$$\begin{aligned} Y^2 &= \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} ; \quad \frac{d}{dp} \left\{ \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right\} = 0 \\ \frac{1}{p_0^{2/\gamma}} \frac{2 p^{(2-\gamma)/\gamma}}{\gamma} - \frac{1}{p_0^{(\gamma+1)/\gamma}} \frac{\gamma+1}{\gamma} p^{1/\gamma} &= 0 \end{aligned}$$

que simplificada convenientemente y haciendo, $p = p_k$, resulta,

$$p_k = p_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

que es el valor de la presión p_k en la garganta de la tobera, en función del coeficiente γ de la adiabática y de la presión p_0 inicial.

Teniendo en cuenta que γ es un dato característico del fluido, se obtienen para valor de p_k los siguientes valores:

Para el vapor de agua recalentado, $\gamma = 1,30$; $p_k = 0,5457 p_0$

Para el vapor de agua saturado, $\gamma = 1,135$; $p_k = 0,5774 p_0$

Para el vapor de agua húmedo, con título x , $\gamma = 1,035 + 0,1 x$

Para, $\gamma = 1,40$; $p_k = 0,527 p_0$

La temperatura crítica se obtiene a partir de,

$$T_k = T_0 \left(\frac{p_k}{p_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = T_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \frac{2 T_0}{\gamma + 1}$$

En la misma forma se obtienen v_k y a_k ,

$$p_0 v_0^\gamma = p_k v_k^\gamma \quad ; \quad v_k = v_0 \left(\frac{p_0}{p_k} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = v_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$a_k = \frac{G}{k_{\max} \sqrt{2 g \frac{p_0}{v_0}}} \text{ , siendo, } k_{\max} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma + 1}}$$

La presión de salida p_1 puede ser mayor o menor que la presión crítica p_k por cuanto ésta sólo depende de la presión inicial p_0 y del coeficiente adiabático γ , pero no de p_1 .

Si $p_1 > p_k$ hay que suponer que la relación $\frac{C}{v}$ no ha alcanzado todavía su valor máximo, y en consecuencia, la forma de la tobera será convergente. Por lo tanto, carece de significado hablar de sección crítica, por lo que cualquier embocadura redondeada interiormente, o cualquier tobera cónica, o cualquier orificio practicado en pared delgada, darán un chorro cilíndrico con velocidad de salida máxima.

Si, $p_1 < p_k$, la tobera es convergente-divergente. Los cálculos se realizan a partir de la sección crítica, estableciendo la condición de que la vena fluida no se desprege de las paredes, para lo cual el ángulo del divergente tiene que ser del orden de 10° . La longitud L del divergente se calcula a partir de,

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{D_1 - D_k}{2 L}$$

siendo α el ángulo de salida, y L la longitud del divergente. La longitud L_1 del convergente se proyecta corta para limitar las pérdidas por rozamiento.

X.4.- ESTUDIO DE UNA CORRIENTE FLUIDA EN UNA TOBERA LAVAL

Si se mantienen constantes las condiciones iniciales (p_0, v_0) , resulta que el gasto G también se mantiene constante, por lo que,

$$G = \frac{a \sqrt{\frac{2g}{\gamma-1} p_0 v_0 \left\{ 1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}}}{v_0 \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/\gamma}} = \frac{a c_{\text{máx}}}{v_0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{c_{\text{máx}}}{v_0} a Y = \text{Cte}$$

La ecuación Y se puede representar en función de $\frac{p}{p_0}$, Fig XII.5, teniendo en cuenta que:

Pasa por el origen, $\frac{p_0}{p_0} = 1$; $Y = 0$

Se anula para, $\frac{p_1}{p_0} = 0$; $Y = 0$

Tiene un máximo para, $p = p_k$; $\frac{p_k}{p_0} < 1$, punto crítico

Al ser G constante, también lo será el producto, $a Y = \text{Cte}$, por lo que diferenciándola se obtiene,

$$a dY + da Y = 0 \quad ; \quad \frac{da}{a} = - \frac{dY}{Y}$$

y teniendo en cuenta la ecuación de Hugoniot resulta,

$$\frac{da}{a} = \left(\frac{c^2}{c_s^2} - 1 \right) \frac{dc}{c} = (M^2 - 1) \frac{dc}{c} = - \frac{dY}{Y} \quad \frac{dY}{Y} = \left(1 - \frac{c^2}{c_s^2} \right) \frac{dc}{c} = (1 - M^2) \frac{dc}{c}$$

Si se mantiene constante la presión a la entrada de la tobera p_0 y a lo largo de la tobera va disminuyendo entre $p/p_0 = 1$, y, p/p_k , la curva Y es ascendente y dY creciente; $M < 1$, el signo de dc es el mismo que el de dY , y por lo tanto, dc es creciente, aumentando la velocidad hasta, $c = c_s$, que sabemos se alcanza en el punto crítico k .

Sobrepasado el punto crítico k , si las condiciones de la presión p siguen decreciendo, p/p_0 , disminuye, y nos encontraremos en el tramo (CO) de la curva (AO), en el que dY es decreciente, mientras que la velocidad continúa aumentando, dc es creciente, y la velocidad c es supersónica.

En una tobera diseñada para funcionar con unas determinadas condiciones de trabajo, pueden suceder los siguientes casos:

a) *La presión de salida es ligeramente superior a la presión crítica, $p_1 > p_k$* - En la parte convergente de la tobera el valor de Y va aumentando entre los puntos A y C, la corriente es subsónica y la velocidad c va aumentando, pero no llega a tomar el valor c_s del punto crítico k , por cuanto la presión de salida es superior a la crítica.

En la parte divergente de la tobera Y disminuye pero la corriente sigue siendo subsónica, ya que al no haber podido superar el punto C de la curva, se continúa en la rama (AC) de la misma; por lo tanto, en toda la tobera la corriente es subsónica, por no haberse alcanzado el punto crítico k .

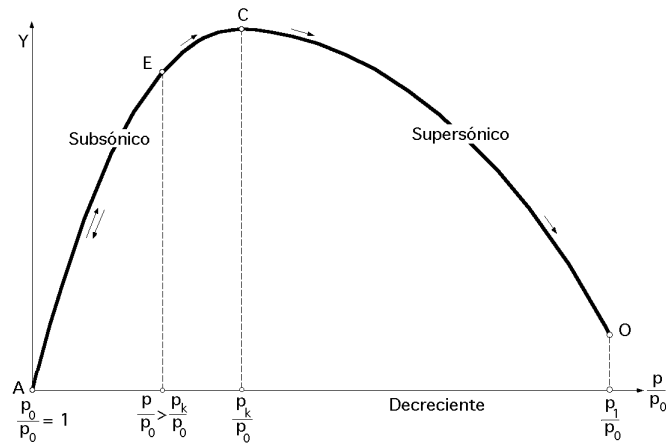


Fig X.5.- Valores de Y en función de p/p_0

b) La presión de salida es igual a la presión crítica, $p_1 = p_k$. En el convergente se sigue la rama (AC) como en el caso anterior, hasta llegar al punto crítico k , en donde se tiene, $c = c_s$. En el divergente se sigue la rama (CA) por lo que el movimiento es subsónico, salvo en la garganta en donde alcanza el punto crítico.

c) La presión de salida es menor que la presión crítica, $p_1 < p_k$. En el convergente se sigue la rama (AC) y en la garganta de la tobera se llega al punto crítico. En el divergente, la sección aumenta, por lo que Y disminuye siguiendo la rama (CO), siendo el movimiento supersónico; según Hugoniot la velocidad \vec{c} aumenta y como p_1 es inferior a p_x el fluido se expansionará totalmente, siendo estas las condiciones de diseño y, por lo tanto, de funcionamiento perfecto. Sin embargo, la presión exterior puede ir aumentando gradualmente, aunque manteniéndose siempre inferior a p_k por lo que las condiciones a la salida no serán ya las de diseño o de funcionamiento perfecto.

Sin embargo la presión exterior puede ir aumentando gradualmente, aunque manteniéndose siempre inferior a p_k por lo que las condiciones a la salida no serán ya las de diseño.

El fluido en régimen supersónico, choca a la salida de la tobera, o en sus proximidades (parte interior), con el fluido exterior de densidad mayor, apareciendo una onda de choque en una determinada sección de la tobera, Fig X.6; después del choque, la velocidad pasa de supersónica a subsónica, experimentando el fluido una compresión irreversible; la presión aumentará, pero su valor no llegará nunca a ser el alcanzado en una compresión isentrópica. Debido a este choque, y después de él, la parte divergente de la tobera actúa como difusor, por lo que la velocidad subsónica disminuye aún más su valor, aumentando la presión hasta igualar la de descarga p_1 .

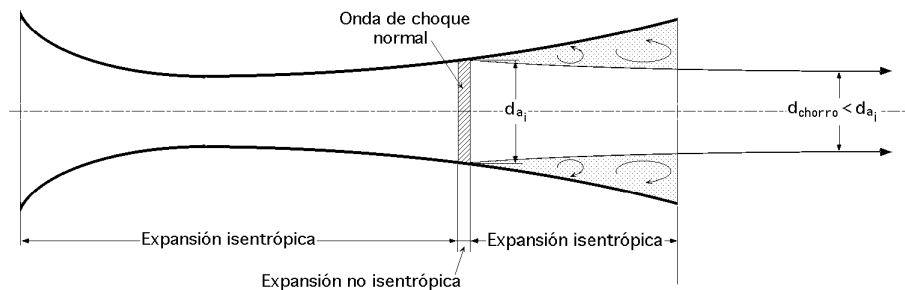


Fig X.6.- Onda de choque en el divergente de la tobera

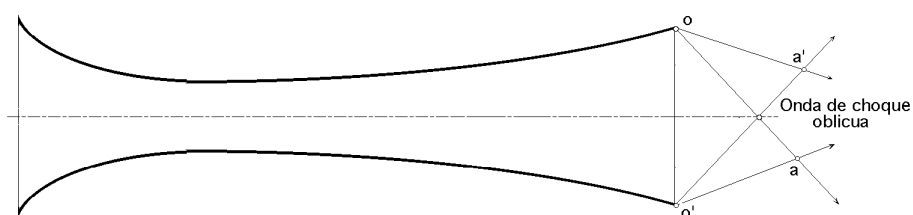


Fig X.7.- Onda de choque a la salida

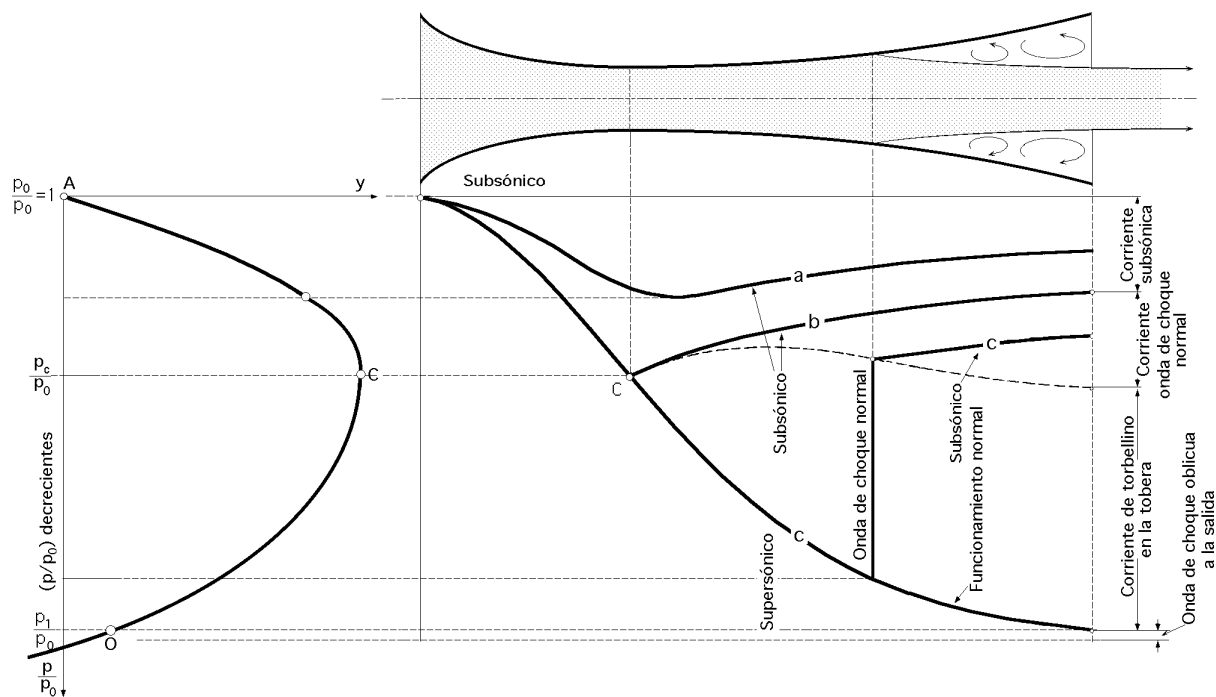


Fig X.8.- Tipos de derrame en una tobera

d) *La presión del fluido a la salida de la tobera es mayor que la presión exterior, $p > p_1$.*- La onda de choque, oblicua, se produce a la salida de la tobera, en el exterior, en donde la presión p tiende a p_1 , Fig X.7.

En los casos considerados y resumidos en la Fig X.8, el gasto G permanece constante por cuanto las dimensiones de la tobera son fijas, ya que éste sólo depende de las condiciones críticas y de las iniciales, y se tiene que cumplir la ecuación de continuidad.

X.5.- PERFIL DE UNA TOBERA POR EL MÉTODO GRÁFICO DE KOLB

Este método permite determinar el perfil de una tobera, calculando la secciones correspondientes en forma gráfica.

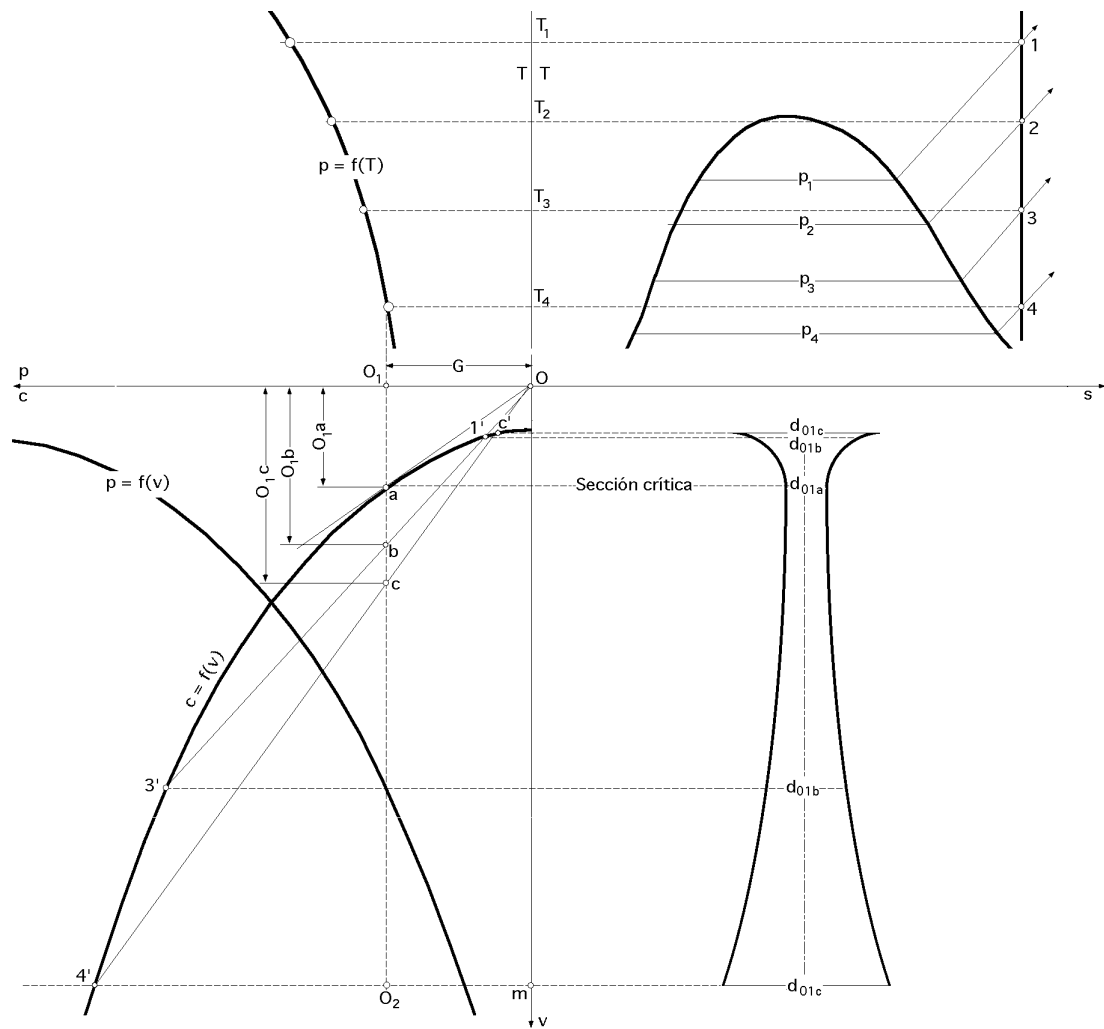


Fig X.9.- Método gráfico de Kolb

De acuerdo con la Fig X.9, sea la transformación 1,2,3,4, la línea de expansión del fluido en el diagrama (T,s), a través de la tobera. En un diagrama (p,v) se puede trazar la curva, $p = f(v)$, que relaciona las presiones con los volúmenes específicos adquirido por el fluido; admitiendo que la transformación es adiabática, la velocidad en una sección cualquiera es,

$$c = \sqrt{\frac{2g}{\gamma - 1} (p_0 v_0 - p v)} = \sqrt{\frac{2g}{\gamma - 1} p_0 v_0 \left\{ 1 - \left(\frac{v_0}{v} \right)^{\gamma - 1} \right\}}$$

Conocida esta curva se traza una paralela (O_1O_2) a la la distancia G del gasto, a una escala arbitraria. Una secante cualquiera trazada desde el origen O, tal como la ($O4'$), corta a (O_1O_2) en un punto c para el que se obtiene la sección correspondiente al punto 4 de la curva de expansión,

es decir, $a_4 = (O_1C)$. En efecto, los triángulos semejantes (OO_1C) y $(O4'm)$, proporcionan,

$$\frac{(4'm)}{(OO_1)} = \frac{(Om)}{(O_1C)} \quad ; \quad (O_1C) = (OO_1) \frac{(Om)}{(4'm)} = G \frac{v_4}{c_4} = a_4$$

que habrá que determinar a la misma escala que la utilizada para G.

En general, cualquier recta que parta del origen O y corte a, $c = f(v)$, lo hará en dos puntos, tales como el 1' y el 3' a los que corresponde la misma sección $(O_1b) = a_1 = a_3$.

La sección mínima $(O_1a) = a_{\min}$ corresponde a la tangente $(O2')$ trazada desde O a la curva, $c = f(v)$.

Este método es perfectamente aplicable sea cual fuere la línea de expansión 1,2,3,4.

X.6.- FLUJO ISENTRÓPICO DE UN GAS PERFECTO.

Vamos a establecer unas ecuaciones que permitan determinar las características de flujo isentrópico de un gas perfecto en función de las condiciones iniciales, p_0 , v_0 , T_0 , y del número de Mach M existente en cada sección.

Sabemos que,

$$i_0 - i = \frac{1}{2g} (c^2 - c_0^2) = c_p (T_0 - T)$$

y como, $c_0 \rightarrow 0$, resulta,

$$\frac{c^2}{2g} = c_p (T_0 - T) \quad c_p T_0 = c_p T + \frac{c^2}{2g}$$

dividiendo la anterior por, $c_p T$, y teniendo en cuenta que,

$$c_p = \frac{R}{\gamma - 1} \quad ; \quad c_s = \sqrt{\gamma R T}$$

se obtiene la siguiente *relación entre temperaturas*,

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{c^2}{2g c_p T} = 1 + \frac{c^2(\gamma - 1)}{2g R T} = 1 + \frac{c^2(\gamma - 1)}{2 c_s^2} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2}$$

$$\text{Relación entre presiones, } \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}}$$

$$\text{Relación entre volúmenes, } \frac{v}{v_0} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

Combinando las relaciones isentrópicas anteriores y la ecuación de continuidad, se puede obtener una relación entre el número de Mach y la sección correspondiente; en efecto,

$$G = \frac{c}{v} a_k = \frac{c_k}{v_k} a_k \quad ; \quad \frac{a}{a_k} = \frac{c_k}{c} \frac{v}{v_k}$$

$$\frac{v}{v_k} = \frac{v}{v_0} \frac{v_0}{v_k} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left\{\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)\right\}^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

A su vez, si la ecuación $\frac{c_k}{c} = \frac{\sqrt{\gamma R T}}{c}$, se multiplica y divide por $\sqrt{T/T_0}$, se obtiene,

$$\frac{c_k}{c} = \frac{\sqrt{\gamma R T}}{c} \sqrt{\frac{T_k}{T_0}} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \frac{c_s}{c} \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \sqrt{1 + M^2 \frac{\gamma-1}{2}} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2}{\gamma+1} \left\{1 + M^2 \frac{\gamma-1}{2}\right\}}$$

y, por lo tanto,

$$\frac{a}{a_k} = \frac{c_k}{c} \frac{v}{v_k} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + M^2 \frac{\gamma-1}{2}\right)} \left\{\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + M^2 \frac{\gamma-1}{2}\right)\right\}^{\frac{1}{\gamma-1}} =$$

$$= \frac{1}{M} \sqrt{\left\{\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + M^2 \frac{\gamma-1}{2}\right)\right\}^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

$$\text{Para } \gamma = 1,4, \text{ resulta, } \frac{a}{a_k} = \frac{1}{M} \frac{(1 + 0,2 M^2)^3}{1,728}$$

Para las condiciones de remanso dadas, el gasto máximo posible a través de un conducto en forma de tobera tiene lugar cuando en su garganta hay condiciones críticas, o sónicas.

Entonces se dice que el conducto está **bloqueado** y no puede haber un gasto mayor, a menos que se agrande la garganta.

El *gasto máximo es el que fija la garganta de la tobera*, de la forma,

$$G_{\max} = \frac{c_k a_k}{v_k} = \left| \frac{c_k = \sqrt{\gamma R T_k}}{v_k = v_0 \left(\frac{1+\gamma}{2}\right)^{1/(\gamma-1)}} \right| = a_k \frac{\sqrt{\gamma R T_k}}{v_0 \left(\frac{1+\gamma}{2}\right)^{1/(\gamma-1)}} = a_k \frac{\sqrt{\gamma R T_0 \frac{2}{\gamma+1}}}{v_0 \left(\frac{1+\gamma}{2}\right)^{1/(\gamma-1)}} =$$

$$= a_k \frac{\sqrt{\gamma R T_0 \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}{v_0} = \left| \text{Para } \gamma = 1,4 \right| = \frac{0,6847 p_0 a_k}{\sqrt{R T_0}}$$

Para calcular el **número de Mach** a partir de, a/a_k , con un 2% de error y, $\gamma = 1,40$, se pueden utilizar las siguientes ecuaciones,

$$\begin{aligned}
& \text{Régimen subsónico,} \quad M = \frac{1 + 0,27 \left(\frac{a}{a_k}\right)^{-2}}{1,728 \left(\frac{a}{a_k}\right)}, \text{ para, } 1,34 < \frac{a}{a_k} < \\
& M = 1 - 0,88 \left(\ln \frac{a}{a_k}\right)^{0,45}, \text{ para, } 1,0 < \frac{a}{a_k} < 1,34 \\
& \text{Régimen supersónico,} \quad M = 1 + 1,2 \sqrt{\frac{a}{a_k} - 1}, \text{ para, } 1,0 < \frac{a}{a_k} < 2,9 \\
& M = \left\{ 216 \frac{a}{a_k} - 254 \left(\frac{a}{a_k}\right)^{2/3} \right\}^{1/5}, \text{ para, } 2,9 < \frac{a}{a_k} <
\end{aligned}$$

Para cada valor de a existen dos soluciones posibles, una subsónica y otra supersónica; la solución adecuada se toma teniendo en cuenta la presión, o la temperatura, en alguna sección del conducto.

X.7.- ONDA DE CHOQUE NORMAL

Si un cuerpo se mueve a velocidad constante en un fluido, sumando al conjunto cuerpo y fluido una velocidad igual y de sentido contrario a la del cuerpo, el fenómeno mecánico no se ha alterado, siendo ahora el fluido el que se mueve alrededor del cuerpo estacionario. Ahora bien, aunque la velocidad del cuerpo, o lo que es lo mismo, la velocidad del fluido sin perturbar alrededor del cuerpo estacionario, sea subsónica, si esta velocidad se aproxima a la velocidad del sonido, es posible que en un cierto punto alrededor del cuerpo la velocidad del fluido exceda la velocidad del sonido, y entonces el flujo se hace muy complejo, originándose perturbaciones de gran importancia, que afectan el empuje ascensional y el arrastre del perfil de ala.

En la onda de choque los parámetros del gas y su velocidad cambian bruscamente. La velocidad disminuye bruscamente y la presión por el contrario aumenta bruscamente también. El fenómeno se estudia mejor considerando el caso recíproco, cuerpo en reposo y corriente en movimiento.

El frente del salto tiene un espesor de unos 10^{-5} mm en un gas real, y divide la corriente en dos partes, aguas arriba del salto la corriente está imperturbada, y aguas abajo hasta llegar al cuerpo la corriente está perturbada con un aumento de la presión, densidad y temperatura, fluuyendo la corriente sobre el cuerpo después del salto. Antes del salto el cuerpo no tiene influjo alguno sobre la corriente, ya que la corriente supersónica incide sobre el obstáculo, mientras que la corriente subsónica se deforma antes de llegar al obstáculo, y se prepara para realizar el flujo sobre el mismo. A esto se debe el aumento de la resistencia que experimenta un cuerpo, por ejemplo un avión, al acercarse a la velocidad del sonido (barrera del sonido).

Según la forma del sólido y la velocidad de la corriente incidente se puede originar,

- El salto normal, en el cual el frente es normal a la dirección de la corriente, $\theta = 90^\circ$
- El salto cónico, representado en la Fig X.10b, $\theta < 90^\circ$; el salto tiene forma curva, como en la Fig X.10a, acercándose en la parte central a un salto normal.

Para una misma velocidad de la corriente incidente la disminución de la velocidad es mayor

en el salto normal que en el cónico, hasta tal punto que en el primero, aguas abajo, la velocidad siempre es subsónica, mientras que en el segundo puede ser subsónica o supersónica, aunque en todo caso menor que aguas arriba.

En el frenado que la corriente experimenta en la onda de choque se originan pérdidas importantes, por lo que la presión del fluido después del salto es menor que en el caso isentrópico, mientras que la temperatura es mayor.

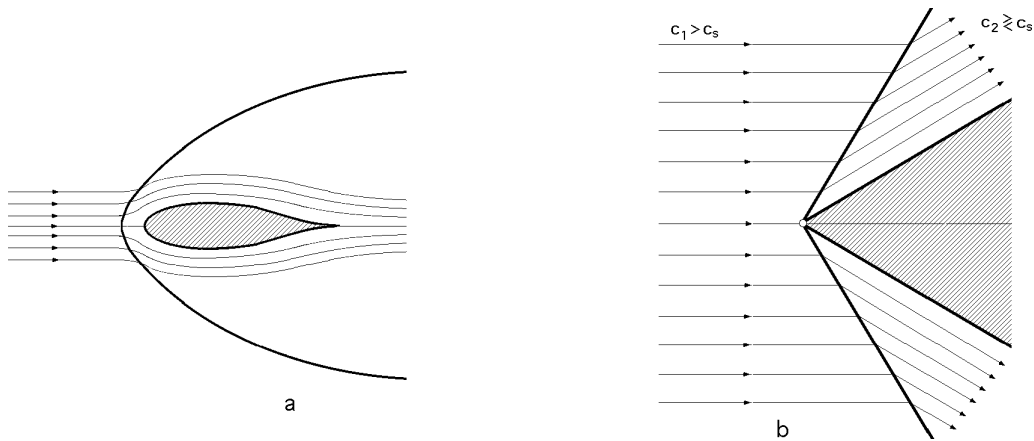


Fig X.10- Salto en curva a y salto cónico b

El ángulo θ depende del número de Mach antes del salto y del ángulo β del perfil según la relación,

$$\tan \theta = \frac{M_i^2 \sin^2 \beta - 1}{1 + M_i^2 \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \beta \right)} \cot \beta$$

Esta fórmula se basa en el método Schlieren que determina la velocidad de la corriente supersónica fotografiando el flujo, aprovechando los cambios de refracción de la luz producidos por los cambios de densidad para así fotografiar la onda de choque. En la fotografía se mide el ángulo θ y conocidos β y M_i en la ecuación anterior se despeja M_i .

A medida que aumenta el ángulo del borde de ataque del perfil β el ángulo θ aumenta, es decir, la intensidad de la onda crece.

Si el ángulo β excede de un valor máximo, la onda se desprende del cuerpo y en su parte central toma una forma aproximada al salto normal.

Si el ángulo β sigue aumentando, toda la onda toma la forma del salto normal aumentando intensamente las pérdidas.

Los perfiles aerodinámicos para corrientes subsónicas tienen el borde de ataque redondeado y el borde de estela afilado para evitar el fenómeno de separación con la consiguiente formación de remolinos y aumento de pérdidas. Los perfiles para corrientes supersónicas, por el contrario, deben tener el borde de ataque afilado, dependiendo la disminución de las pérdidas más de la parte frontal del cuerpo.

La onda de choque normal produce una irreversibilidad en los flujos supersónicos. Excepto a presiones muy bajas, estas ondas de choque son muy delgadas, (unas micras de espesor), y se

presentan como discontinuidades en el fluido.

Para su estudio seleccionaremos un volumen de control inmediatamente por delante y por detrás de la onda, tal como se muestra en la Fig X.11.

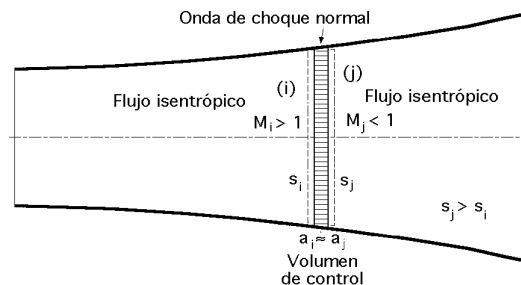


Fig X.11.- Onda de choque normal

Para calcular los cambios de todas las propiedades, incluyendo la velocidad de la onda, utilizaremos las siguientes relaciones entre las secciones i y j , anterior y posterior a la onda de choque.

Ecuación de continuidad, $G_i = G_j$; $\frac{a_i c_i}{v_i} = \frac{a_j c_j}{v_j}$, y como, $a_i = a_j$ $\frac{c_i}{v_i} = \frac{c_j}{v_j}$

Ecuación de la cantidad de movimiento, $(p_i a_i - p_j a_j) dt = c_j dt a_j - c_i dt a_i$

$$p_i - p_j = c_j^2 \frac{a_j}{g} - c_i^2 \frac{a_i}{g} = c_j^2 \frac{v_j^*}{g} - c_i^2 \frac{v_i^*}{g}$$

Ecuación energética, $i_i + \frac{c_i^2}{2g} = i_j + \frac{c_j^2}{2g}$; $i_i - i_j = \frac{c_j^2 - c_i^2}{2g}$

Ecuación de los gases perfectos, $(\frac{p}{T})_i = (\frac{p}{T})_j$; $\rho = Cte$; $i = c_p T$; $c_p = Cte$

Si se conocen las condiciones aguas arriba (p_i, c_i, v_i, i_i, T_i), las ecuaciones anteriores permiten hallar las condiciones aguas abajo (p_j, c_j, v_j, i_j, T_j). Como la velocidad aparece al cuadrado, sólo será correcta aquella solución en la que, $s_j > s_i$, de acuerdo con el Segundo Principio de la Termodinámica, siendo s_j y s_i las entropías correspondientes a las secciones posterior y anterior de la onda de choque.

LINEAS DE RAYLEIGH Y FANNO.- Para un gas perfecto, las relaciones de las diversas propiedades a través de la onda de choque, son únicamente función de M_i y del número Mach aguas arriba M_i . Eliminando v_j y c_j en las ecuaciones anteriores se obtiene,

$$\frac{c_i}{c_j} = \frac{v_i}{v_j}$$

$$p_i - p_j = \frac{c_j^2}{g v_j} - \frac{c_i^2}{g v_i} = c_j^2 \frac{v_j}{g} - c_i^2 \frac{v_i}{g}$$

$$i_i - i_j = \frac{c_j^2 - c_i^2}{2g} ; \quad i_i + \frac{c_i^2}{2g} = i_j + \frac{c_j^2}{2g} = i_0 = \text{Cte}$$

y como,

$$i = c_p T = c_p \frac{p v}{R} = \frac{1}{-1} p v$$

resulta,

$$\frac{1}{-1} p_i v_i + \frac{c_i^2}{2g} = \frac{1}{-1} p_j v_j + \frac{c_j^2}{2g}$$

A su vez, $v_j = \frac{v_i c_j}{c_i}$, por lo que la ecuación anterior toma la forma:

$$\frac{1}{-1} p_i v_i + \frac{c_i^2}{2g} = \frac{1}{-1} p_j v_i \frac{c_j}{c_i} + \frac{c_j^2}{2g} ; \quad \frac{v_i}{-1} \{p_i - p_j \frac{c_j}{c_i}\} = \frac{c_j^2 - c_i^2}{2g}$$

De la ecuación,

$$p_i - p_j = \frac{c_j^2}{g v_j} - \frac{c_i^2}{g v_i} = \frac{c_j^2}{g \frac{c_j}{c_i} v_i} - \frac{c_i^2}{g v_i} = \frac{c_i^2}{g v_i} (c_j - c_i)$$

se obtiene,

$$c_j = c_i + \frac{p_i - p_j}{c_i} g v_i$$

por lo que,

$$\begin{aligned} \frac{v_i}{-1} \{p_i - p_j \frac{c_i + \frac{p_i - p_j}{c_i} g v_i}{c_i}\} &= \frac{\{2 c_i + \frac{p_i - p_j}{c_i} g v_i\} \{\frac{p_i - p_j}{c_i} g v_i\}}{2 g} \\ \frac{v_i}{-1} \frac{c_i^2 (p_i - p_j) - p_j v_i g (p_i - p_j)}{c_i^2} &= \frac{\{2 c_i + \frac{p_i - p_j}{c_i} g v_i\} \{\frac{p_i - p_j}{c_i} g v_i\}}{2 g} \\ \frac{1}{-1} \frac{c_i^2 - p_j v_i g}{c_i^2} &= \frac{2 c_i^2 + (p_i - p_j) g v_i}{2} = c_i^2 + \frac{(p_i - p_j) g v_i}{2} \\ p_j v_i g \frac{+1}{2(-1)} &= \frac{c_i^2}{(-1)} - \frac{p_i g v_i}{2} \end{aligned}$$

Dividiéndola por, $p_i v_i g$, resulta,

$$\begin{aligned} \frac{p_j}{p_i} \frac{+1}{2(-1)} &= \frac{c_i^2}{(-1) p_i v_i g} - \frac{1}{2} \\ \frac{p_j}{p_i} &= \frac{2 c_i^2}{(+1) p_i v_i g} - \frac{-1}{+1} = \frac{1}{+1} \left\{ \frac{2 c_i^2}{p_i v_i g} - (-1) \right\} = \end{aligned}$$

$$= \left| \begin{array}{l} \text{Para un gas perfecto} \\ \frac{c_i^2}{p_i v_i g} = \frac{c_i^2}{R T_i g} = \frac{c_i^2}{c_s^2} = M_i^2 \end{array} \right| = \frac{2 M_i^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$$

que es la **relación de presiones**; se observa que para cualquier valor de γ , $p_j > p_i$, sólo para, $M_i > 1$, lo cual implica que el número de Mach aguas arriba de una onda de choque normal tiene que ser supersónico, para satisfacer el Segundo Principio de la Termodinámica.

Respecto al número de Mach aguas abajo de la onda de choque, se obtiene,

$$p_i - p_j = \frac{c_j^2}{g v_j} - \frac{c_i^2}{g v_i} = \left| \begin{array}{l} \frac{c^2}{p v g} = M^2 \\ \frac{c_j^2}{p_j v_j g} = M_j^2 \end{array} \right| \quad p_j = \frac{c_j^2}{v_j g M_j^2} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right| = M_j^2 p_j - M_i^2 p_i$$

$$p_j (1 + M_j^2) = p_i (1 + M_i^2) \quad ; \quad \frac{p_j}{p_i} = \frac{1 + M_i^2}{1 + M_j^2}$$

que se conoce como **línea de Rayleigh**, y proporciona la relación entre las presiones existentes a ambos lados de la onda de choque, en función de los números de Mach correspondientes.

Igualando esta expresión a la anteriormente deducida,

$$\frac{p_j}{p_i} = \frac{1 + M_i^2}{1 + M_j^2} = \frac{2 M_i^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$$

y despejando M_j ,

$$M_j^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1 + M_i^2}{M_i^2 - (\gamma - 1)} (\gamma - 1) - 1 \right\} = \frac{1}{2} \frac{2 + (\gamma - 1) M_i^2}{M_i^2 - (\gamma - 1)} = \frac{2 + (\gamma - 1) M_i^2}{2 M_i^2 - (\gamma - 1)}$$

Como M_i es supersónico, esta ecuación predice que, para todo valor de $\gamma > 1$, M_j debe ser subsónico; en consecuencia, una onda de choque normal desacelera bruscamente el flujo, pasando éste desde unas condiciones supersónicas a otras subsónicas.

Para calcular la **relación entre las temperaturas**, antes y después de la onda de choque, partimos de la ecuación,

$$\frac{1}{\gamma - 1} p_i v_i + \frac{c_i^2}{2 g} = \frac{1}{\gamma - 1} p_j v_j + \frac{c_j^2}{2 g} \quad ; \quad \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{p_j}{p_i} - \frac{p_i}{p_i} \right) + \frac{c_j^2 - c_i^2}{2 g} = 0$$

y en general,

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{g} + \frac{c^2}{2 g} = \text{Cte} \quad ; \quad \frac{1}{\gamma - 1} \frac{c^2}{2} + \frac{p}{g} = \text{Cte}$$

Para un gas perfecto, $p v = R T$ $p = \gamma g R T$, que sustituida en la anterior permite obte-

ner,

$$T \left(\frac{p}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{c^2}{\rho} + 1 \right) = \text{Cte}$$

y como, $c^2 = g R T M^2$, resulta,

$$T \left(\frac{p}{g R T} - \frac{g R T M^2}{2} - 1 \right) = \text{Cte} \quad ; \quad T \left\{ \frac{M^2}{2} (- 1) + 1 \right\} = \text{Cte} \quad ; \quad \frac{T_j}{T_i} = \frac{\frac{M_i^2}{2} (- 1) + 1}{\frac{M_j^2}{2} (- 1) + 1}$$

que es la relación buscada para las temperaturas.

Para determinar la relación entre los *volúmenes específicos*, o lo que es lo mismo, entre las *velocidades del fluido*, antes y después de la onda de choque normal, partimos de,

$$T \left\{ \frac{M^2}{2} (- 1) + 1 \right\} = \text{Cte} \quad ; \quad p (1 + M^2) = \text{Cte}$$

$$\text{por lo que, } v = \frac{R T}{p} = \frac{2 R}{M^2 (- 1) + 2}$$

$$\begin{aligned} \frac{v_i}{v_j} &= \frac{(1 + M_i^2) \{M_j^2 (- 1) + 2\}}{(1 + M_j^2) \{M_i^2 (- 1) + 2\}} = \frac{(1 + M_i^2) \left\{ (- 1) \frac{M_i^2 (- 1) + 2}{2 M_i^2 - (- 1)} + 2 \right\}}{\left\{ 1 + \frac{M_i^2 (- 1) + 2}{2 M_i^2 - (- 1)} \right\} \{M_i^2 (- 1) + 2\}} = \\ &= \frac{(1 + M_i^2) (+ 1)^2 M_i^2}{\{ M_i^2 (+ 1) + (+ 1) \} \{M_i^2 (- 1) + 2\}} = \frac{(+ 1) M_i^2}{M_i^2 (- 1) + 2} \end{aligned}$$

que relaciona los volúmenes específicos aguas arriba y aguas abajo de la onda de choque con el número M_i .

Como, $p = g R T$, despejando T y sustituyéndola en la ecuación,

$$T \left\{ \frac{M^2}{2} (- 1) + 1 \right\} = \text{Cte}$$

se obtiene,

$$\frac{p}{g R} \left\{ \frac{M^2}{2} (- 1) + 1 \right\} = \text{Cte}$$

Teniendo en cuenta la ecuación de continuidad, $\rho c = \text{Cte}$, y

$$M = \frac{c^2}{c_s^2} = \frac{c^2}{g p v} = \frac{c^2}{p}$$

resulta,

$$\frac{p}{gR} \left(\frac{c^2}{2p} - \frac{1}{2} + 1 \right) = Cte \quad ; \quad p c \left(\frac{c^2}{2p} - \frac{1}{2} + 1 \right) = Cte$$

y como, $c = \sqrt{gRT} M$, sustituyendo en la anterior, e incluyendo los valores de γ , g y R en la constante,

$$p \sqrt{T} M \left(\frac{c^2}{2p} - \frac{1}{2} + 1 \right) = Cte$$

en la que el valor de T se deduce de la ecuación, $T \left(\frac{c^2}{2p} - \frac{1}{2} + 1 \right) = Cte$, obteniéndose,

$$p M \sqrt{\frac{c^2}{2p} \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) + 1} = Cte$$

Sustituyendo en ésta los valores de, $p = gRT$; $c = \sqrt{gRT} M$, se obtiene:

$$p M \sqrt{\frac{-1}{2} M^2 + 1} = Cte \quad ; \quad \frac{p_i}{p_j} = \frac{M_j \sqrt{\frac{-1}{2} M_j^2 + 1}}{M_i \sqrt{\frac{-1}{2} M_i^2 + 1}}$$

que se conoce como *línea de Fanno*.

La intersección de las líneas de Rayleigh y Fanno, es,

$$\frac{p_i}{p_j} = \frac{M_j \sqrt{\frac{-1}{2} M_j^2 + 1}}{M_i \sqrt{\frac{-1}{2} M_i^2 + 1}} = \frac{1 + M_j^2}{1 + M_i^2} \quad \frac{M_i}{M_j} = \frac{\sqrt{(-1) M_j^2 + 2}}{\sqrt{(-1) M_i^2 + 2}} = \frac{1 + M_j^2}{1 + M_i^2}$$

Para hallar el valor de M_i en función de M_j , se procede de la siguiente forma,

$$\frac{M_i^2 (-1) M_i^2 + 2}{(1 + M_i^2)^2} = \frac{M_j^2 (-1) M_j^2 + 2}{(1 + M_j^2)^2} = A \quad M_i^4 \{(-1) - A\} + 2 M_i^2 (1 - A) - A = 0$$

$$M_i^2 = \frac{-(1 - A) \pm \sqrt{1 - A - A}}{-1 - A}$$

Operando y tomando el signo (-) se obtiene,

$$M_i^2 = \frac{-2 + M_j^2 (-1)}{2 M_j^2 - (-1)} = \frac{\frac{2}{-1} + M_j^2}{\frac{2}{-1} M_j^2 - 1}$$

que permite determinar, sustituyendo en las expresiones $\frac{T_i}{T_j}$, $\frac{p_i}{p_j}$, etc, los valores de las mismas en función del número de Mach, bien M_i ó M_j .

OTRAS EXPRESIONES DE LAS LINEAS DE FANNO Y RAYLEIGH, EN COORDENADAS (i-s)

Línea de Fanno.- En el movimiento de fluidos por conductos de sección constante, se emplea frecuentemente la relación,

$$f \frac{G}{a} = \frac{c}{v} = \text{Cte}$$

en la que f es una función constante a lo largo de la conducción, y puede considerarse como una medida de la *intensidad del movimiento*.

Inicialmente, el fluido está en el estado 0 caracterizado por las condiciones, $c_0 = 0$, i_0 . Cuando el fluido se expande pasa a otro estado de entalpía i ; la velocidad en la sección correspondiente sabemos es de la forma,

$$c = 91,48 \sqrt{i_0 - i}$$

Cualquiera que sea la ley del rozamiento del fluido sobre las paredes de la conducción, el valor del volumen específico v es,

$$v = \frac{91,48 a \sqrt{i_0 - i}}{G} = k \sqrt{i_0 - i}$$

en la que k es una constante, siempre que lo sea G/a , como en el caso de tubos cilíndricos en régimen permanente.

Para cada valor de $\frac{G}{a}$, el volumen específico dado por la ecuación, $v = k \sqrt{i_0 - i}$, representa una familia de curvas, $v = \text{Cte}$, para los diversos valores de i ; hallando su intersección con las curvas, $i = \text{Cte}$, se obtiene el lugar geométrico de los correspondientes valores de i y v que se conoce como línea de Fanno, para cada valor de, G/a .

Hay que tener en cuenta que para una entalpía inicial i_0 las curvas de, $i = \text{Cte}$, son a su vez curvas de velocidad c constante, y se comprueba, como veremos mas adelante, que en los puntos a, b, c... en los que las curvas de Fanno cortan a la curva, $i_s = \text{Cte}$, $M=1$, es decir a,

$$c_s = 91,48 \sqrt{i_0 - i_s} \quad ; \quad i_s = i_0 - \left(\frac{c_s}{91,48} \right)^2$$

las tangentes a dichas curvas son verticales y los puntos de tangencia los de máxima entropía para cada curva.

Su representación en el diagrama (T,s) es la que se indica en la Fig X.12.

Como todo proceso real va ineludiblemente ligado a un aumento de entropía, las curvas de Fanno correspondientes a un tubo cilíndrico se interrumpirán en los puntos a, b, c... de tal modo, que la velocidad límite que el fluido puede alcanzar por su expansión en dicho tubo cilíndrico, será la del sonido.

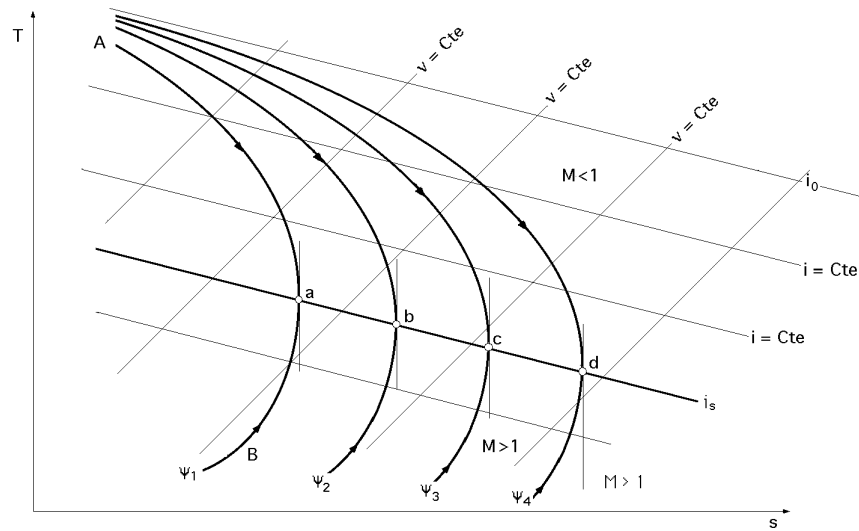


Fig X.12.- Curvas de Fanno en el diagrama (T-s)

Si el movimiento es supersónico, el frotamiento dará lugar a un aumento de presión, temperatura y densidad, y a una disminución de la velocidad del número Mach.

Si el movimiento es subsónico, el frotamiento dará lugar a un aumento de la velocidad y del número Mach, y a una disminución de la presión, temperatura y densidad.

En ambos casos, el número Mach tiende siempre a la unidad, por lo que es imposible observar el paso de, $M < 1$, a, $M > 1$, y viceversa, al menos de una manera continua.

En el diagrama (i,s) para cada valor de i y para i_0 dada, la forma de las líneas de Fanno no varía, desplazándose paralelas unas a otra a medida que varía la función ψ . Su tangente vertical coincide, como sabemos, con $M=1$, siendo los puntos a, b, c, ... de entropía máxima.

Para determinar la ecuación de las curvas de Fanno en el diagrama (i,s) representado en la Fig X.13, de la forma, $s = f(i)$, partimos de las siguientes ecuaciones,

Proceso irreversible, $s - s_0 = c_v \ln \frac{p v}{p_0 v_0}$

Ecuación energética, $i_0 = i + \frac{c^2}{2g}$; $c_0 = 0$; $c = \sqrt{2g(i_0 - i)}$

Ecuación de continuidad, $G = \frac{c}{v}$; $a = \text{Cte}$; $v = \frac{c}{G}$

Ecuación de estado, $p v = R T$; $i = c_p T = c_p \frac{p v}{R}$; $p = \frac{R i}{v c_p}$

Eliminando p , v y c , entre estas ecuaciones se obtiene,

$$s - s_0 = c_v \ln \frac{p v}{p_0 v_0} = c_v \ln \frac{\frac{R i}{v c_p} v}{p_0 v_0} = c_v \ln \frac{R i v^{-1}}{c_p p_0 v_0} =$$

$$= c_v \ln \frac{R i}{c_p p_0 v_0} \frac{c^{-1}}{G^{-1}} = c_v \ln \frac{R i}{c_p p_0 v_0} \frac{\sqrt{\{2g(i_0 - i)\}^{-1}}}{G^{-1}} =$$

$$= c_v \ln \left\{ \frac{R (2g)^{(-1)/2}}{c_p p_0 v_0 G^{-1}} i \sqrt{(i_0 - i)^{-1}} \right\}$$

que es la ecuación de Fanno en el diagrama (i,s).

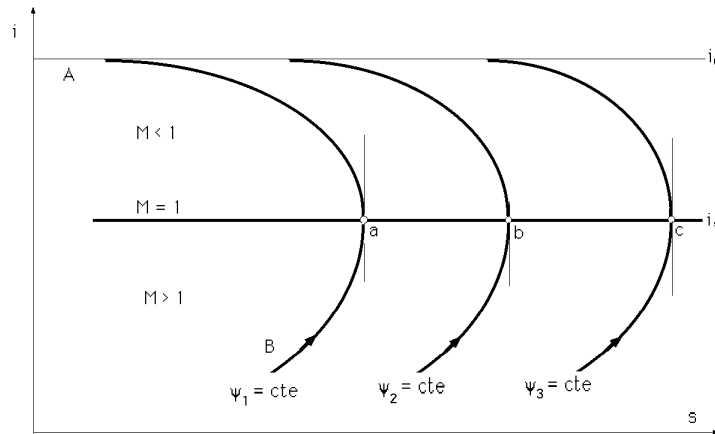


Fig X.13.- Curvas de Fanno en el diagrama (i-s)

La condición de entropía máxima, $ds/di = 0$, punto de tangencia vertical, es,

$$\frac{ds}{di} = \frac{d}{di} \left\{ i \sqrt{(i_0 - i)^{-1}} \right\} = \sqrt{(i_0 - i)^{-1}} - i \frac{-1}{2} \sqrt{(i_0 - i)^{-3}} = 0$$

de la que despejando el valor, $i = i_a$, se obtiene la condición de entropía máxima,

$$i_a = \frac{2}{+1} i_0 \quad ; \quad i_0 = \frac{+1}{2} i_a$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación, $c^2 = 2g(i_0 - i)$, resulta,

$$\begin{aligned} c_a^2 &= 2g \left(i_0 - \frac{2}{+1} i_0 \right) = 2g \frac{-1}{+1} i_0 = 2g \frac{-1}{+1} \frac{+1}{2} i_a = g(-1) i_a = \\ &= g(-1) \frac{RT_a}{-1} = gRT = c_s^2 \end{aligned}$$

por lo que en a se alcanza solamente el valor límite, $M=1$.

Para, $i > i_a$, el flujo es subsónico y para, $i < i_a$, es supersónico; las dos condiciones, antes y después de la onda de choque normal, deben caer en la línea de Fanno correspondiente a la sección para la que se presenta dicha onda de choque. Como en su determinación no se ha utilizado la ecuación de la cantidad de movimiento, esta solución no es definitiva. La línea de Fanno así descrita se refiere a un flujo a través de una sección transversal constante, como es el que se tiene en un elemento de longitud de la tobera donde se presenta la onda de choque, por lo que dicha ecuación también será válida para una conducción, en flujo adiabático, de sección transversal constante.

El gas, en el extremo de la conducción, aguas arriba, que es el punto de partida inicial, se puede representar mediante un punto de la curva de Fanno, correspondiente a la entalpía inicial

al gasto G correspondiente.

Las propiedades del gas se van modificando a medida que éste va avanzando por la conducción, aumentando su entropía, de forma que, el punto representativo sobre la curva de Fanno se mueve hacia el punto a de entropía máxima.

Si el conducto está alimentado por una tobera Laval, el flujo, inicialmente puede ser supersónico, en cuyo caso, la velocidad irá disminuyendo a lo largo del conducto, mientras que si a la entrada el flujo es subsónico, la velocidad aumentará.

Si se considera que en una cierta parte de la conducción, el flujo es sónico, está claro que aguas arriba de esta sección el flujo no habrá alcanzado dichas condiciones sónicas; sin embargo, para la zona aguas abajo de la sección sónica, si el flujo aguas arriba es supersónico se tendrán ondas de choque y estrangulamiento, mientras que si es subsónico, se tendrá estrangulamiento, es decir, ante la imposibilidad de tener el gasto de diseño se presenta en su lugar un gasto menor. En un conducto de sección transversal constante, el gas no puede cambiar gradualmente de flujo subsónico a supersónico, o viceversa.

Línea de Rayleigh.- Las condiciones antes y después de la onda de choque, deben satisfacer la ecuación de la cantidad de movimiento, de la forma, $p + \rho c^2 = \text{Cte}$, que junto con las otras ecuaciones que definían el incremento de entropía del proceso irreversible, la ecuación de continuidad y la ecuación de estado del fluido, permiten determinar, en un diagrama (i,s) , la línea de Rayleigh.

Eliminando c entre las ecuaciones de continuidad y de la cantidad de movimiento se obtiene,

$$p + \rho G^2 v^2 = \text{Cte} \quad ; \quad p + \frac{G^2}{g^2} = \text{Cte} = B$$

Eliminando p entre esta ecuación y la de la entropía, resulta,

$$s - s_0 = c_v \ln \frac{(B - \frac{G^2}{g^2}) v}{p_0 v_0} = c_v \ln \frac{\rho_0}{p_0} + c_v \ln \frac{B - \frac{G^2}{g^2}}{\rho_0 v_0^2}$$

La entalpía se puede poner en función de i y de las condiciones aguas arriba; teniendo en cuenta el valor de B , se tiene,

$$i = c_p T = c_p \frac{p v}{R} = c_p \frac{v}{R} (B - \frac{G^2}{g^2}) = \frac{c_p}{g R} (B - \frac{G^2}{g^2})$$

Las dos últimas ecuaciones relacionan i y s a través del parámetro ρ , su representación gráfica en un diagrama (i,s) permite obtener la línea de Rayleigh, Fig X.14.

Para hallar el máximo de entropía, o lo que es lo mismo, el punto de tangencia vertical, hay que calcular, $\frac{ds}{di} = 0$,

$$\frac{ds}{di} = \frac{ds}{d} \frac{d}{di} = \left| \begin{array}{l} \frac{ds}{d} = \frac{c_v}{(B - \frac{G^2}{g^2})^3} \left\{ B - \frac{G^2}{g^2} (\gamma + 1) \right\} \\ \frac{di}{d} = \frac{c_p}{g R^2} \left(\frac{2 G^2}{g^2} - B \right) \end{array} \right| =$$

$$= \frac{c_v}{(B - \frac{G^2}{g^2})^3 c_p} \frac{B - \frac{G^2}{g^2} (\gamma + 1)}{\frac{2 G^2}{g^2} - B} = 0$$

Para que se satisfaga esta ecuación el numerador tiene que ser cero y el denominador distinto de cero, por lo que,

$$B - \frac{G^2}{g^2} (\gamma + 1) = 0 \quad ; \quad g^2 B = G^2 (\gamma + 1)$$

Sustituyendo B y G por su valores respectivos, se obtiene,

$$g^2 p + g^2 \frac{c^2}{v^2} \frac{1}{g^2} = \frac{c^2}{v^2} (\gamma + 1) \quad c^2 = g^2 p v^2 = g p v = c_s^2$$

es decir, en el punto de tangencia vertical se tiene, al igual que para la curva de Fanno, una velocidad igual a la del sonido, $M = 1$.

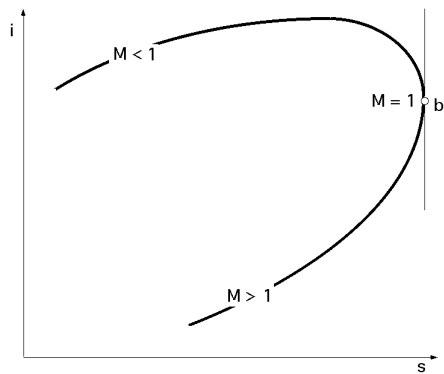


Fig X.14
Línea de Rayleigh en el diagrama (i-s)

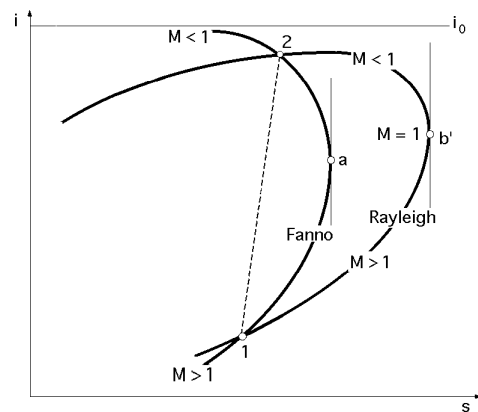


Fig X.15
Intersección de las curvas de Fanno y Rayleigh

Como las condiciones de flujo inmediatamente antes y después de la onda de choque normal deben quedar incluidas en ambas curvas, la única posibilidad de que esto se cumpla es que dichas condiciones cambien súbitamente desde un punto de intersección, en condiciones subsónicas a otro punto en condiciones supersónicas, tal como se muestra en la Fig X.15.

Como la entropía es siempre creciente, resulta que la sección aguas arriba de la onda de choque normal corresponde al punto de intersección de menor entropía, es decir, régimen supersónico, por lo que esta onda de choque se producirá siempre desde flujo supersónico a subsónico.

X.8.- FLUJO ADIABÁTICO EN CONDUCTOS DE SECCIÓN CONSTANTE, CON ROZAMIENTO

El flujo de un gas a través de una tubería de sección constante está sometido a las siguientes hipótesis,

- 1.- Gas perfecto (calores específicos constantes)
- 2.- Flujo permanente unidimensional
- 3.- Flujo adiabático (no hay transmisión de calor a través de las paredes)
- 4.- Coeficiente de rozamiento λ constante en toda la longitud de la tubería
- 5.- El diámetro equivalente de la tubería D es cuatro veces el diámetro hidráulico
- 6.- Los cambios de altura son despreciables frente a los efectos del rozamiento
- 7.- No hay variaciones del trabajo de flujo

Las ecuaciones que rigen este flujo son las de continuidad, energía, cantidad de movimiento y de estado.

La línea de Fanno se refiere a casos de sección constante y utiliza las ecuaciones de continuidad y de la energía, por lo que se puede aplicar al flujo adiabático en un tubería de sección constante.

Una partícula de gas a la entrada de la tubería se representa mediante un punto en la línea de Fanno correspondiente, por una entalpía de estancamiento i_0 y por un gasto másico G por unidad de sección.

Cuando la partícula se mueve a lo largo del conducto, sus propiedades se modifican debido al rozamiento o a las irreversibilidades, con el correspondiente aumento de entropía. Por lo tanto, el punto que representa estas propiedades se mueve a lo largo de la línea de Fanno hacia el punto de máxima entropía, $M = 1$.

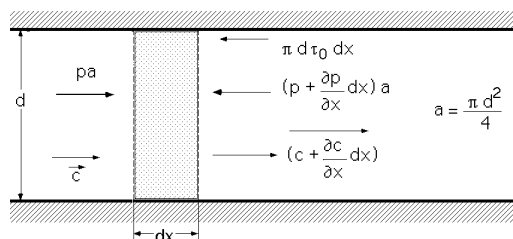


Fig X.16.- Flujo adiabático en conductos de sección constante, con fricción

Si la tubería se alimenta mediante una tobera convergente-divergente, el flujo es, originalmente, supersónico y, entonces, la velocidad disminuye a medida que el gas avanza por el conducto. Si el flujo a la entrada es subsónico, la velocidad aumenta a medida que el gas avanza por el conducto.

Existe una longitud de tubería en la que en el extremo aguas abajo el flujo es sónico, $M = 1$; para longitudes de tubería más cortas, el flujo no alcanza las condiciones sónicas a la salida, pero para longitudes más largas de la tubería, aparecerán ondas de choque y posiblemente bloqueo a la entrada si el flujo es supersónico y efectos de bloqueo si el flujo es subsónico.

El bloqueo a la entrada implica el que el flujo másico especificado no se puede alcanzar en dicho estado y aparecerá menos flujo. En un tubería de sección constante, el gas no puede pasar gradualmente de régimen subsónico a régimen supersónico o viceversa.

La ecuación de la cantidad de movimiento incluye el efecto del esfuerzo cortante en la pared τ_0 para un elemento de tubería de longitud dx y sección transversal a , es de la forma,

$$\left\{ p a - \left(p + \frac{p}{x} dx \right) a - \tau_0 d dx \right\} dt = - \rho a \left(c + \frac{c}{x} dx - c \right) dt$$

$$dp + \frac{d}{a} \tau_0 dx - \rho dc = 0 \quad ; \quad dp + \frac{4}{d} \tau_0 dx + \rho dc = 0$$

A su vez, el valor de τ_0 se obtiene en la forma,

$$dp \frac{d^2}{4} = - d dL \tau_0 \quad ; \quad dp = \frac{4 dL}{d} \tau_0 = \frac{c^2 dL}{2 d} \quad ; \quad \tau_0 = \frac{c^2}{8}$$

ecuación en la que cada término se puede poner en función del número de Mach.

Si τ_0 es constante, o toma un valor medio para la longitud de tubería considerada, esta ecuación se puede transformar en otra, función del número de Mach, $M = c/c_s$; dividiéndola por p , resulta,

$$\frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \frac{c^2}{d} \frac{dx}{p} + \frac{c}{p} dc = 0$$

$$c^2 = M^2 \frac{p}{\rho} \quad ; \quad \frac{c^2}{p} = \frac{M^2}{\rho} \quad ; \quad \frac{c dc}{p} = \frac{M^2}{\rho} \frac{dc}{c}$$

Para expresar, dc/c , en función del número Mach M , se parte de la ecuación de la energía

$$h_0 = h + \frac{c^2}{2} = c_p T + \frac{c^2}{2}$$

Diferenciándola y dividiéndola por, $c = \sqrt{g R T} M$, resulta:

$$c_p dT + c dc = 0 \quad ; \quad \frac{c_p}{R} \frac{1}{M^2} \frac{dT}{T} + \frac{dc}{c} = 0$$

y como, $\frac{c_p}{R} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$, se obtiene,

$$\frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{M^2} \frac{dT}{T} + \frac{dc}{c} = 0 \quad ; \quad \frac{dT}{T} = - M^2 (\gamma - 1) \frac{dc}{c}$$

Diferenciando la ecuación, $c = \sqrt{g R T} M$, y dividiéndola por c^2 resulta,

$$2 c dc = 2 \sqrt{g R T} M dM + \sqrt{g R} M^2 dT \quad ; \quad 2 \frac{dc}{c} = 2 \frac{dM}{M} + \frac{dT}{T} = 2 \frac{dM}{M} - M^2 (\gamma - 1) \frac{dc}{c}$$

$$\frac{dc}{c} = \frac{\frac{dM}{M}}{1 + M^2 \frac{-1}{2}} \quad ; \quad \frac{c \, dc}{p} = M^2 \frac{dc}{c} = \frac{M \, dM}{1 + M^2 \frac{-1}{2}}$$

Como, $p = \rho R T$, y $G = \rho c$, se obtiene,

$$\frac{p}{G} = \frac{R T}{c} \quad ; \quad p c = G R T \quad ; \quad \frac{dp}{p} + \frac{dc}{c} = \frac{dT}{T}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dc}{c} = -M^2 \left(\frac{-1}{2} \right) \frac{dc}{c} - \frac{dc}{c} = -\frac{dc}{c} \{M^2 \left(\frac{-1}{2} \right) + 1\} = \frac{M^2 \left(\frac{-1}{2} \right) + 1}{M^2 \frac{-1}{2} + 1} \frac{dM}{M}$$

La ecuación,

$$\frac{dp}{p} + \frac{c^2}{2 \, d} \frac{dx}{p} + \frac{c \, dc}{p} = 0$$

se puede poner en la forma,

$$\frac{M^2 \left(\frac{-1}{2} \right) + 1}{M^2 \frac{-1}{2} + 1} \frac{dM}{M} + \frac{M \, dM}{2 \, d} + \frac{M \, dM}{M^2 \frac{-1}{2} + 1} = 0$$

es decir,

$$\frac{dx}{d} = \frac{dM}{M^2 \frac{-1}{2} + 1} \left\{ \frac{M^2 \left(\frac{-1}{2} \right) + 1}{M} - M \right\} \frac{2}{M^2} = \frac{2 (1 - M^2) \, dM}{M^3 \left(M^2 \frac{-1}{2} + 1 \right)}$$

$$= \left| \begin{array}{l} \frac{2 (1 - M^2) \, dM}{M^3 \left(M^2 \frac{-1}{2} + 1 \right)} = \frac{A}{M^3} - \frac{\frac{B}{M}}{1 + M^2 \frac{-1}{2}} \\ A = 2 \quad ; \quad B = \frac{-1}{2} \end{array} \right| = \frac{2 \, dM}{M^3} - \frac{+1}{M \left(M^2 \frac{-1}{2} + 1 \right)} \frac{dM}{M}$$

que integrada entre los límites, $x = 0, M = M_0$ y $x = L, M = M$, resulta,

$$\frac{L}{d} = \frac{-1}{M^2} \Big|_{M_0}^M - \frac{+1}{2} \ln \frac{M^2}{\frac{-1}{2} M^2 + 1} \Big|_{M_0}^M = \frac{1}{M_0^2} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{+1}{2} \ln \left\{ \left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \frac{\left(\frac{-1}{2} \right) M^2 + 2}{\left(\frac{-1}{2} \right) M_0^2 + 2} \right\}$$

Para, $\gamma = 1,4$ se tiene,

$$\frac{L}{d} = \frac{5}{7} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{6}{7} \ln \left\{ \left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \frac{M^2 + 5}{M_0^2 + 5} \right\}$$

Si, $M_0 > 1$, M no puede ser menor que 1

Si, $M_0 < 1$, M no puede ser mayor que 1

Para obtener la longitud máxima del tubo; para $M = 1$ y $\gamma = 1,4$, se tiene,

$$L_{\text{máx}} = \frac{d}{4} \left\{ \frac{5}{7} \left(\frac{1}{M_0^2} - 1 \right) + \frac{6}{7} \ln \left(\frac{6 M_0^2}{M_0^2 + 5} \right) \right\} = L^*$$

Esta longitud es la necesaria para alcanzar el punto sónico desde las condiciones iniciales. En algunos problemas referidos a conductos cortos en los que el flujo nunca se hace sónico, se pueden utilizar diferencias entre longitudes máximas o sónicas tabuladas, entre longitudes.

Los datos disponibles sobre fricción en conductos con flujo compresible muestran una buena concordancia con el diagrama de Moody en flujo subsónico, pero en el supersónico los valores son hasta un 50% menores que los dados por el citado diagrama.

X.9.- BLOQUEO DEBIDO A LA FRICCIÓN

La teoría expuesta predice que en un flujo adiabático, con fricción, en un conducto de sección constante, el flujo aguas abajo tiende hacia el punto sónico, cualquiera sea el número Mach a la entrada M_0 existiendo una cierta longitud para la que el número Mach de salida se hace exactamente igual a la unidad.

El problema surge cuando la longitud del conducto es mayor que el máximo calculado anteriormente; en estas circunstancias, las condiciones del flujo se modifican, como exponemos a continuación,

Si la entrada del fluido en el conducto es subsónica, al ser la longitud L mayor que la L^* correspondiente a, $M = 1$, el gasto debe disminuir hasta que se alcance un número Mach en la entrada, tal, que a la salida del conducto de longitud L se tengan condiciones sónicas; el gasto se ha reducido por *bloqueo de fricción*. Si se aumenta la longitud L , el número Mach a la entrada tiene que seguir disminuyendo para que a la salida se tengan condiciones sónicas.

Si la entrada del fluido es supersónica y la longitud L del tubo es superior a la correspondiente a condiciones sónicas, aparecerá una onda de choque normal en el lugar preciso para que el flujo a la salida sea sónico.

Al aumentar la longitud, la onda se sitúa más aguas arriba hasta llegar a la entrada. Si L continúa aumentando, la onda de choque se desplazará más aguas arriba, hacia la tobera supersónica que alimenta el conducto.

El gasto sigue siendo el mismo que para el conducto corto, por cuanto al alcanzarse en la garganta de la tobera condiciones sónicas, el gasto tiene que ser constante. En algunos casos, un conducto muy largo puede provocar el bloqueo de la garganta de la tobera de alimentación, reduciéndose entonces el gasto.

La fricción supersónica, en consecuencia, modifica la configuración del flujo si, $L > L^*$, pero no bloquea el flujo hasta que L sea mucho mayor que L^* . La presión, velocidad, volumen y temperatura se pueden expresar en función de las condiciones correspondientes a, $M = 1$, distinguiéndolas mediante el símbolo (*); así se tiene que,

$$\frac{p^*}{p_0} = M_0 \sqrt{\frac{(1 - \gamma) M_0^2 + 2}{\gamma + 1}}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{(1 - \gamma) M_0^2 + 2}{\gamma + 1}$$

Para los volúmenes partimos de la ecuación,

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{M} \frac{dM}{1 + M^2 \frac{\gamma - 1}{2}} = \left| \frac{\frac{2}{M(2 + M^2(\gamma - 1))} = \frac{A}{M} + \frac{B M}{2 + M^2(\gamma - 1)} \right| = \frac{dM}{M} + \frac{(1 - \gamma) M dM}{2 + M^2(\gamma - 1)}$$

$$v = \frac{M}{\sqrt{2 + M^2(\gamma - 1)}}$$

$$\frac{v^*}{v_0} = \frac{1}{M_0} \sqrt{\frac{2 + M_0^2(\gamma - 1)}{\gamma + 1}} = \frac{c^*}{c_0}$$

El comportamiento de las propiedades del flujo se puede seguir también mediante Tablas y gráficas relacionadas con las ecuaciones examinadas y deducidas anteriormente, como las que presentamos a continuación, que permiten un tratamiento muy rápido del problema de flujo compresible.

X.10.- FLUJO SIN ROZAMIENTO POR EL INTERIOR DE CONDUCTOS CON TRANSFERENCIA DE CALOR

Vamos a considerar un gas perfecto en flujo permanente por el interior de un tubería de sección constante; el rozamiento se desprecia y no se realiza ningún trabajo sobre o por el fluido. Las ecuaciones a utilizar son

$$\text{Continuidad, } G = \frac{c}{v} = c \quad ; \quad a = Cte$$

$$\text{Cantidad de movimiento, } p + \rho c^2 = Cte \quad ; \quad p + \rho M^2 = Cte$$

$$\text{Ecuación energética, } i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = c_p (T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = c_p (T_{02} - T_{01})$$

en donde T_{01} y T_{02} son las temperaturas isentrópicas de estancamiento, es decir, las temperaturas que se alcanzan en una sección al pasar el flujo de una situación isentrópica al reposo.

Cuando las *pérdidas por rozamiento son nulas*, la entropía sólo puede aumentar cuando se aporta calor del exterior; las propiedades del gas varían a lo largo de la curva de Rayleigh, desplazándose, al aportar calor, hacia el punto de entropía máxima; si en este punto se produce una pequeña variación de la entalpía, la entropía no varía, y se pueden aplicar condiciones isentrópicas, siendo la velocidad del sonido c_s de la forma,

$$c_s = \sqrt{\frac{dp}{d}}$$

Este flujo se puede estudiar mediante la línea de Rayleigh, obtenida a partir de las ecuaciones de la cantidad de movimiento y continuidad para una sección recta constante, sin rozamiento. Eliminando c y diferenciando, se obtiene,

$$p + \frac{G^2}{d} = \text{Cte} \quad ; \quad \frac{dp}{d} = \frac{G^2}{2} = c^2$$

En el punto de máxima entropía de la línea de Rayleigh,

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d}}$$

prevalece, $M = 1$, por lo que se tienen condiciones sónicas. Al aportar calor al flujo supersónico se logra que el número de Mach del flujo descienda hacia, $M = 1$, y si se aporta la cantidad de calor precisa, $M = 1$. Si se aporta más calor, se produce estrangulamiento y se modifican las condiciones en el extremo aguas arriba (bloqueo a la entrada), tendiendo a reducirse el flujo másico.

Al aportar calor al flujo subsónico se logra un aumento en el número de Mach hacia valores, $M = 1$; un exceso de calor origina un estrangulamiento, y se produce un reajuste con disminución del flujo másico aguas arriba.

De la ecuación de la energía se observa que una medida de la cantidad del calor aportado, es el aumento de la presión isentrópica de estancamiento; teniendo en cuenta las ecuaciones,

$$c^2 = R T M^2 \quad ; \quad p = R T \quad ; \quad G = \frac{c}{v} \quad ; \quad p c = G R T \quad ; \quad c^2 = p M^2$$

De la ecuación de la cantidad de movimiento, $p + p M^2 = \text{Cte}$, se obtiene:

$$p_1 + p_1 M_1^2 = p_2 + p_2 M_2^2 \quad ; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + M_2^2}{1 + M_1^2}$$

que para el caso límite, $p_2 = p^*$, cuando, $M_2 = 1$, queda en la forma,

$$\frac{p}{p^*} = \frac{1 + M^2}{2}$$

siendo p la presión en un punto cualquiera del conducto y M el número de Mach correspondiente.

Para régimen subsónico, si M aumenta hacia la derecha, p debe disminuir, y para régimen supersónico, si M disminuye hacia la derecha, p tiene que aumentar.

Para obtener las relaciones entre temperaturas, se parte de la ecuación de la energía,

$$c_p T_0 = \frac{R}{\gamma - 1} T_0 = \frac{R}{\gamma - 1} T + \frac{c^2}{2}$$

en la que T_0 es la temperatura isentrópica de estancamiento y T es la temperatura de la corriente libre en la misma sección; aplicándolo a las secciones 1 y 2, y dividiendo por,

$$\frac{R T_1}{-1}$$

se tiene,

$$\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + \left(\gamma - 1 \right) \frac{M_1^2}{2} \quad \frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{2 + (\gamma - 1) M_1^2}{2 + (\gamma - 1) M_2^2} \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{T_{02}}{T_2} = 1 + \left(\gamma - 1 \right) \frac{M_2^2}{2}$$

La relación $\frac{T_1}{T_2}$ se puede determinar en función del número de Mach teniendo en cuenta las ecuaciones,

Gases perfectos, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_1}{P_2} \frac{1}{2}$

Ecuación de continuidad, $\frac{1}{2} = \frac{c_2}{c_1}$

$$M_1 = \frac{c_1}{\sqrt{R T_1}} \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \frac{2}{1}$$

$$M_2 = \frac{c_2}{\sqrt{R T_2}}$$

Asimismo,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_1^2} \quad ; \quad \frac{2}{1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_1^2} \frac{M_1}{M_2} \right)^2$$

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \left(\frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_1^2} \frac{M_1}{M_2} \right)^2 \frac{2 + (\gamma - 1) M_1^2}{2 + (\gamma - 1) M_2^2}$$

Al aplicar esta ecuación a la sección aguas abajo donde, $T_{02} = T_0^*$, y, $M_2 = 1$, resulta para la sección aguas arriba,

$$\frac{T_0}{T_0^*} = \frac{(\gamma + 1) M^2 \{2 + (\gamma - 1) M^2\}}{(1 + \gamma M^2)^2}$$

La cantidad de calor q intercambiada por unidad de masa para, $M=1$, a la salida, es,

$$q = c_p (T_0^* - T_0)$$

FLUJO ISOTÉRMICO PERMANENTE EN TUBERÍAS LARGAS.- En el análisis del flujo isotérmico de un gas perfecto a través de tuberías largas, no se pueden aplicar las ecuaciones de las líneas de Fanno (que se aplican al flujo adiabático), ni las de Rayleigh, (que se aplican al flujo sin rozamiento), por lo que hay que desarrollar un método que permita encontrar el sentido de la variación de las propiedades con el número de Mach. Las ecuaciones apropiadas son,

$$\text{Cantidad de movimiento, } \frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \frac{c^2}{p} dx + \frac{c}{p} dc = 0$$

$$\text{Ecuación de estado, } p v = cte \quad ; \quad \frac{p}{\rho} = cte \quad ; \quad \frac{dp}{p} = - \frac{d\rho}{\rho}$$

$$\text{Ecuación de continuidad, } \rho c = cte \quad ; \quad \frac{dp}{p} = - \frac{dc}{c}$$

$$\text{Ecuación de la energía, } T_0 = T \left(1 + \frac{1}{2} M^2 \right)$$

$$\text{Presión de estancamiento, } p_0 = p \left(1 + \frac{1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

siendo:

T_0 la temperatura isentrópica de estancamiento en la sección donde la temperatura constante de la corriente libre es T y el número de Mach es M

p_0 la presión en la sección de p y M , reduciendo isentrópicamente a cero la velocidad.

De todo ello se deduce que,

$$c = c_s M = \sqrt{R T} M \quad ; \quad \frac{dc}{c} = \frac{dT}{T} + \frac{dM}{M} = \frac{dT}{T} + \frac{dM^2}{2 M^2}$$

$$\frac{c dc}{p} = \frac{c}{R T} \frac{dc}{c} = \frac{c_s^2}{R T} M dM = \frac{c_s^2}{R T} M dM \quad ; \quad \frac{c^2}{p} = \frac{c_s^2 M^2}{R T} = M^2$$

$$\frac{dp}{p} = - \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dc}{c} = - \frac{dT}{T} - \frac{dM^2}{2 M^2} = \frac{M^2}{1 - M^2} \frac{dx}{2} \frac{dx}{dx}$$

Como dx es positivo en la dirección aguas abajo, se saca la conclusión que las propiedades varían según que M sea menor o mayor que $\sqrt{1/\gamma}$

Para, $M < \sqrt{1/\gamma}$, la presión y la densidad disminuyen, y la velocidad y el número de Mach aumentan.

Para, $M > \sqrt{1/\gamma}$, se invierten los sentidos, por lo que el número de Mach tiende siempre a $\sqrt{1/\gamma}$ en lugar de a la unidad, que es el valor a que tiende en el flujo isotérmico en tuberías.

Para determinar la dirección del intercambio térmico, se diferencia respecto T_0 la ecuación,

$$T_0 = T \left(1 + \frac{1}{2} M^2 \right)$$

y se divide por ella misma, teniendo en cuenta que T es constante, obteniéndose,

$$\frac{dT_0}{T_0} = \frac{-1}{2 + (\gamma - 1)M^2} dM^2 = \frac{(\gamma - 1)M^4}{(1 - M^2)(2 + (\gamma - 1)M^2)} \frac{dx}{d}$$

que muestra que la temperatura isentrópica de estancamiento aumenta cuando $M < \sqrt{1/\gamma}$ lo cual indica que el calor se transfiere al fluido.

Cuando $M > \sqrt{1/\gamma}$, el intercambio de calor es desde el fluido

Teniendo en cuenta las ecuaciones,

$$p_0 = p \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} ; \quad \frac{dp}{p} = \frac{M^2}{1 - M^2} \frac{dx}{d}$$

se obtiene,

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{2 - (\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{dx}{d}$$

$$\int_0^{L_{\max}} \frac{dx}{d} = - \frac{1}{M} \int_M^{\sqrt{1/\gamma}} \frac{1 - M^2}{M^2} dM^2 ; \quad \frac{L_{\max}}{d} = \frac{1 - M^2}{M^2} + \ln(\gamma M^2)$$

en la que L_{\max} representa la longitud máxima del tubería; para longitudes mayores se produce estrangulamiento y disminuye el flujo másico.

La variación de presión es,

$$\frac{p^{*t}}{p} = - \frac{1}{2} \int_M^{\sqrt{1/\gamma}} \frac{dM^2}{M^2} ; \quad \frac{p^{*t}}{p} = M \sqrt{\gamma}$$

en las que el superíndice (*t) indica las condiciones en $M = \sqrt{1/\gamma}$

M y p representan los valores en cualquier otra sección aguas arriba.

LINEA DE RAYLEIGH

Flujo compresible unidimensional sin fricción ($\gamma=1,0$)

Flujo compresible unidimensional sin fricción, ($\gamma=1,1$)

M	$\frac{T_0}{T^*} = \frac{T}{T^*}$	$\frac{P}{P^*}$	$\frac{P_0}{P_0^*}$	$\frac{V}{V^*}$	M	$\frac{T_0}{T^*}$	$\frac{T}{T^*}$	$\frac{P}{P^*}$	$\frac{P_0}{P_0^*}$	$\frac{V}{V^*}$
0,00	0	2	1,213	0	0,00	0	0	2,1	1,228	0
0,05	0,00995	1,995	1,212	0,0050	0,05	0,01044	0,0109	2,094	1,226	0,00524
0,10	0,03921	1,980	1,207	0,0198	0,10	0,04111	0,0432	2,077	1,221	0,02077
0,15	0,03603	1,956	1,200	0,0440	0,15	0,09009	0,0945	2,049	1,213	0,04611
0,20	0,14793	1,923	1,190	0,0769	0,20	0,15444	0,1618	2,011	1,203	0,03046
0,25	0,2215	1,882	1,178	0,1176	0,25	0,2305	0,2413	1,965	1,190	0,1228
0,30	0,3030	1,835	1,164	0,1651	0,30	0,3144	0,3286	1,911	1,174	0,1720
0,35	0,3839	1,782	1,149	0,2183	0,35	0,4020	0,4195	1,851	1,157	0,2267
0,40	0,4756	1,724	1,133	0,2758	0,40	0,4898	0,5102	1,786	1,140	0,2857
0,45	0,5602	1,663	1,116	0,3363	0,45	0,5746	0,5973	1,717	1,122	0,3478
0,50	0,6400	1,600	1,0997	0,4000	0,50	0,6540	0,6782	1,647	1,104	0,4118
0,55	0,7132	1,536	1,0334	0,4645	0,55	0,7261	0,7510	1,576	1,0367	0,4766
0,60	0,7735	1,471	1,0679	0,5294	0,60	0,7898	0,8147	1,504	1,0702	0,5416
0,65	0,8352	1,406	1,0534	0,5940	0,65	0,8446	0,8634	1,434	1,0550	0,6057
0,70	0,8823	1,342	1,0402	0,6577	0,70	0,8902	0,9123	1,365	1,0412	0,6686
0,75	0,9216	1,280	1,0285	0,7200	0,75	0,9270	0,9467	1,297	1,0291	0,7297
0,80	0,9518	1,220	1,0186	0,7805	0,80	0,9554	0,9720	1,232	1,0189	0,7887
0,85	0,9740	1,161	1,0107	0,8389	0,85	0,9761	0,9892	1,170	1,0109	0,8453
0,90	0,9890	1,105	1,0048	0,8950	0,90	0,9899	0,9989	1,111	1,0050	0,8995
0,95	0,9974	1,0512	1,0012	0,9488	0,95	0,9976	1,0073	1,0538	1,0013	0,9511
1,00	1	1	1	1	1,00	1	1	1	1	1
1,05	0,9976	0,9512	1,0013	1,0488	1,05	0,9979	0,9930	0,9490	1,0013	1,0463
1,10	0,9910	0,9049	1,0052	1,0951	1,10	0,9919	0,9821	0,9009	1,0051	1,0901
1,15	0,9807	0,8611	1,0118	1,1389	1,15	0,9827	0,9679	0,8555	1,0116	1,1314
1,20	0,9675	0,8197	1,0214	1,1802	1,20	0,9710	0,9511	0,8127	1,0209	1,1703
1,25	0,9518	0,7805	1,034	1,220	1,25	0,9572	0,9322	0,7724	1,0331	1,207
1,30	0,9342	0,7435	1,050	1,257	1,30	0,9418	0,9118	0,7345	1,0483	1,241
1,35	0,9151	0,7086	1,069	1,291	1,35	0,9251	0,8902	0,6989	1,0665	1,273
1,40	0,8948	0,6757	1,092	1,324	1,40	0,9074	0,8678	0,6654	1,088	1,304
1,45	0,8737	0,6447	1,119	1,355	1,45	0,8892	0,8449	0,6339	1,113	1,333
1,50	0,8521	0,6154	1,150	1,384	1,50	0,8706	0,8217	0,6043	1,141	1,360
1,55	0,8301	0,5878	1,186	1,412	1,55	0,8518	0,7984	0,5765	1,173	1,385
1,60	0,8030	0,5618	1,226	1,438	1,60	0,8329	0,7753	0,5503	1,210	1,409
1,65	0,7859	0,5373	1,271	1,463	1,65	0,8141	0,7524	0,5257	1,251	1,431
1,70	0,7639	0,5141	1,323	1,486	1,70	0,7955	0,7298	0,5025	1,297	1,452
1,75	0,7422	0,4923	1,381	1,508	1,75	0,7771	0,7076	0,4807	1,347	1,472
1,80	0,7209	0,4717	1,446	1,528	1,80	0,7591	0,6859	0,4601	1,403	1,491
1,85	0,7000	0,4522	1,519	1,547	1,85	0,7415	0,6648	0,4407	1,465	1,508
1,90	0,6795	0,4338	1,600	1,560	1,90	0,7243	0,6443	0,4224	1,532	1,525
1,95	0,6595	0,4164	1,691	1,584	1,95	0,7076	0,6243	0,4052	1,607	1,541
2,00	0,6400	0,4000	1,793	1,601	2,00	0,6914	0,6049	0,3889	1,639	1,556
2,05	0,6211	0,3844	1,907	1,601	2,05	0,6756	0,5562	0,3735	1,780	1,570
2,10	0,6027	0,3697	2,034	1,630	2,10	0,6603	0,5681	0,3589	1,879	1,583
2,15	0,5849	0,3557	2,176	1,644	2,15	0,6456	0,5506	0,3451	1,987	1,595
2,20	0,5677	0,3425	2,336	1,657	2,20	0,6313	0,5337	0,3321	2,106	1,607
2,25	0,5510	0,3299	2,515	1,670	2,25	0,6172	0,5174	0,3197	2,237	1,618
2,30	0,5348	0,3179	2,716	1,682	2,30	0,6042	0,5017	0,3097	2,380	1,629
2,35	0,5192	0,3066	2,942	1,682	2,35	0,5914	0,4866	0,2968	2,537	1,639
2,40	0,5042	0,2959	3,197	1,704	2,40	0,5750	0,4720	0,2863	2,709	1,649
2,45	0,4397	0,2857	3,484	1,714	2,45	0,5671	0,4550	0,2763	2,897	1,658
2,50	0,4757	0,2759	3,808	1,724	2,50	0,5556	0,4444	0,2667	3,104	1,667
2,55	0,4621	0,2666	4,175	1,733	2,55	0,5445	0,4314	0,2576	3,332	1,675
2,60	0,4490	0,2577	4,591	1,742	2,60	0,5335	0,4189	0,2489	3,551	1,683
2,65	0,4364	0,2493	5,064	1,751	2,65	0,5235	0,4068	0,2406	3,555	1,690
2,70	0,4243	0,2413	5,602	1,759	2,70	0,5136	0,3552	0,2328	4,156	1,697
2,75	0,4126	0,2336	6,215	1,768	2,75	0,5041	0,3840	0,2253	4,487	1,704
2,80	0,4013	0,2262	6,916	1,774	2,80	0,4949	0,3733	0,2182	4,551	1,711
2,85	0,3904	0,2192	7,719	1,781	2,85	0,4860	0,3629	0,2114	5,251	1,717
2,90	0,3799	0,2125	8,640	1,787	2,90	0,4775	0,3525	0,2049	5,652	1,723
2,95	0,3698	0,2061	9,699	1,794	2,95	0,4693	0,3433	0,1986	6,176	1,729
3,00	0,3600	0,2000	10,920	1,800	3,00	0,4613	0,3341	0,1927	6,71	1,734
3,50	0,2791	0,1509	41,850	1,849	3,50	0,3960	0,2575	0,1451	16,26	1,777
4,00	0,2215	0,1176	212,71	1,882	4,00	0,3496	0,2040	0,1129	42,42	1,806
4,50	0,1794	0,0941	1425	1,906	4,50	0,3160	0,1648	0,0902	115,7	1,827
5	0,1479	0,0769	12519	1,923	5	0,2909	0,1357	0,0737	322,33	1,842
6	0,1052	0,0541	2150000	1,946	6	0,2565	0,0963	0,0517	2508	1,862
7	0,0784	0,0400	1,06e+9	1,960	7	0,2356	0,07169	0,03525	18430	1,874
8	0,06099	0,03077	1,47e+12	1,969	8	0,2215	0,05536	0,02941	123000	1,882
9	0,04818	0,02439	5,74e+14	1,976	9	0,2116	0,04400	0,02331	743000	1,888
10	0,03921	0,0198	6,23e+19	1,980	10	0,2045	0,03575	0,01892	4010000	1,892
	0	0		2		0,1736	0	0		1,909

LINEA DE RAYLEIGH

Flujo compresible unidimensional sin fricción, ($\gamma=1,2$)

Flujo compresible unidimensional sin fricción, ($\gamma=1,3$)

M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	p_0/p_0^*	V/V^*	M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	p_0/p_0^*	V/V^*
0,00	0	0	2,2	1,242	0	0,00	0	0	2,3	1,255	0
0,05	0,0109	0,01203	2,193	1,239	0,0054	0,05	0,0114	0,0131	2,293	1,253	0,00573
0,10	0,0430	0,04726	2,173	1,234	0,0217	0,10	0,0449	0,0515	2,270	1,247	0,02270
0,15	0,0941	0,10325	2,141	1,226	0,0482	0,15	0,0980	0,1124	2,234	1,237	0,05028
0,20	0,1609	0,17627	2,099	1,214	0,0839	0,20	0,1673	0,1912	2,186	1,224	0,08745
0,25	0,2395	0,2618	2,047	1,199	0,1279	0,25	0,2482	0,2828	2,127	1,209	0,1329
0,30	0,3255	0,3548	1,986	1,183	0,1787	0,30	0,3363	0,3816	2,059	1,191	0,1853
0,35	0,4147	0,4507	1,918	1,165	0,235	0,35	0,4270	0,4822	1,984	1,172	0,2430
0,40	0,5034	0,5450	1,846	1,146	0,2953	0,40	0,5165	0,5800	1,904	1,152	0,3046
0,45	0,5884	0,6343	1,770	1,127	0,3584	0,45	0,6015	0,6713	1,821	1,131	0,3687
0,50	0,6672	0,7160	1,692	1,1078	0,4231	0,50	0,6796	0,7533	1,736	1,1112	0,4340
0,55	0,7381	0,7881	1,614	1,0895	0,4884	0,55	0,7494	0,8244	1,651	1,0919	0,4994
0,60	0,8003	0,8497	1,536	1,0722	0,5531	0,60	0,8099	0,8837	1,567	1,0739	0,5640
0,65	0,8531	0,9004	1,460	1,0563	0,6168	0,65	0,8611	0,9312	1,485	1,0574	0,6272
0,70	0,8969	0,9405	1,385	1,0420	0,6788	0,70	0,9029	0,9673	1,405	1,0426	0,6885
0,75	0,9318	0,9704	1,313	1,0296	0,7388	0,75	0,9361	0,9928	1,328	1,0299	0,7473
0,80	0,9585	0,9910	1,244	1,0191	0,7964	0,80	0,9614	1,0088	1,255	1,0193	0,8035
0,85	0,9779	1,0032	1,178	1,0109	0,8514	0,85	0,9795	1,0163	1,186	1,0109	0,8569
0,90	0,9907	1,0081	1,115	1,0049	0,9037	0,90	0,9914	1,0166	1,120	1,0049	0,9075
0,95	0,9978	1,0067	1,0562	1,0012	0,9532	0,95	0,9980	1,0108	1,0583	1,0012	0,9552
1,00	1,0000	1	1	1	1	1,00	1,0000	1	1	1	1
1,05	0,9981	0,9888	0,9471	1,0013	1,0441	1,05	0,9982	0,9851	0,9452	1,0012	1,0421
1,10	0,9927	0,9741	0,8972	1,0050	1,0856	1,10	0,9933	0,9669	0,8939	1,0049	1,0816
1,15	0,9845	0,9564	0,8504	1,0114	1,247	1,15	0,9859	0,9461	0,8458	1,0111	1,1186
1,20	0,9740	0,9365	0,8065	1,0204	1,163	1,20	0,9765	0,9235	0,8008	1,0199	1,1532
1,25	0,9617	0,9149	0,7653	1,0322	1,196	1,25	0,9656	0,8996	0,7588	1,0312	1,186
1,30	0,9481	0,8921	0,7266	1,0467	1,228	1,30	0,9534	0,8747	0,7194	1,0451	1,216
1,35	0,9334	0,8685	0,6903	1,0640	1,258	1,35	0,9404	0,8493	0,6826	1,0617	1,244
1,40	0,9180	0,8443	0,6563	1,0843	1,286	1,40	0,9268	0,8737	0,6483	1,0809	1,27
1,45	0,9021	0,8199	0,6245	1,1077	1,313	1,45	0,9128	0,7980	0,6161	1,1028	1,295
1,50	0,8859	0,7955	0,5546	1,134	1,338	1,50	0,8986	0,7726	0,5860	1,128	1,318
1,55	0,8655	0,7712	0,5666	1,164	1,361	1,55	0,8843	0,7475	0,5578	1,155	1,340
1,60	0,8532	0,7473	0,5403	1,197	1,383	1,60	0,8701	0,7230	0,5314	1,185	1,360
1,65	0,8370	0,7737	0,5156	1,234	1,404	1,65	0,8560	0,6990	0,5067	1,219	1,379
1,70	0,8211	0,7007	0,4924	1,275	1,423	1,70	0,8421	0,6756	0,4835	1,256	1,397
1,75	0,8054	0,6782	0,4706	1,320	1,441	1,75	0,8285	0,6529	0,4617	1,296	1,414
1,80	0,7900	0,6563	0,4501	1,369	1,458	1,80	0,8153	0,6309	0,4413	1,340	1,430
1,85	0,7750	0,6351	0,4308	1,422	1,474	1,85	0,8024	0,6097	0,4221	1,387	1,445
1,90	0,7604	0,6146	0,4126	1,480	1,490	1,90	0,7898	0,5552	0,4040	1,438	1,459
1,95	0,7462	0,5947	0,3955	1,543	1,504	1,95	0,7776	0,5695	0,3870	1,493	1,472
2,00	0,7325	0,5755	0,3793	1,612	1,517	2,00	0,7655	0,5505	0,3710	1,552	1,484
2,05	0,7192	0,557	0,3641	1,687	1,530	2,05	0,7545	0,5322	0,3559	1,615	1,495
2,10	0,7063	0,5391	0,3497	1,767	1,542	2,10	0,7435	0,5146	0,3416	1,683	1,506
2,15	0,6939	0,5219	0,336	1,854	1,553	2,15	0,7329	0,4977	0,3281	1,755	1,517
2,20	0,6819	0,5054	0,3231	1,948	1,564	2,20	0,7227	0,4815	0,3154	1,832	1,527
2,25	0,6703	0,4895	0,3109	2,050	1,574	2,25	0,7129	0,4659	0,3034	1,915	1,536
2,30	0,6591	0,4742	0,2994	2,159	1,584	2,30	0,7034	0,4510	0,2920	2,003	1,545
2,35	0,6484	0,4595	0,2884	2,277	1,593	2,35	0,6943	0,4367	0,2812	2,097	1,553
2,40	0,6381	0,4453	0,278	2,405	1,602	2,40	0,6855	0,4229	0,2710	2,197	1,561
2,45	0,6281	0,4317	0,2682	2,542	1,610	2,45	0,6771	0,4097	0,2613	2,303	1,568
2,50	0,6185	0,4187	0,2588	2,690	1,618	2,50	0,6690	0,3971	0,2521	2,416	1,575
2,55	0,6093	0,4062	0,2499	2,849	1,625	2,55	0,6612	0,3850	0,2433	2,536	1,582
2,60	0,6004	0,3941	0,2414	3,021	1,632	2,60	0,6537	0,3733	0,2350	2,664	1,588
2,65	0,5918	0,3825	0,2334	3,205	1,639	2,65	0,6465	0,3621	0,2271	2,800	1,594
2,70	0,5836	0,3713	0,2257	3,403	1,645	2,70	0,6396	0,3511	0,2195	2,944	1,600
2,75	0,5757	0,3606	0,2184	3,617	1,651	2,75	0,6329	0,3410	0,2123	3,056	1,606
2,80	0,5681	0,3503	0,2114	3,847	1,657	2,80	0,6265	0,3311	0,2055	3,258	1,611
2,85	0,5603	0,3404	0,2047	4,094	1,663	2,85	0,6203	0,3216	0,199	3,429	1,616
2,90	0,5537	0,3309	0,1932	4,359	1,668	2,90	0,6144	0,3124	0,1928	3,611	1,621
2,95	0,5469	0,3217	0,1923	4,644	1,673	2,95	0,6087	0,3036	0,1868	3,804	1,626
3,00	0,5404	0,3128	0,1864	4,951	1,678	3,00	0,6032	0,2952	0,1811	4,007	1,63
3,50	0,4865	0,2405	0,1401	9,59	1,717	3,50	0,5582	0,2262	0,1359	6,806	1,665
4,00	0,4436	0,1898	0,1089	18,99	1,743	4,00	0,5265	0,1781	0,1055	11,57	1,688
4,50	0,4211	0,1531	0,08696	37,61	1,761	4,50	0,5037	0,1435	0,08417	19,44	1,704
5	0,4006	0,1259	0,07097	73,64	1,774	5	0,4867	0,1178	0,06866	32,06	1,716
6	0,3730	0,8919	0,04977	266,2	1,792	6	0,4639	0,08335	0,04812	76,97	1,732
7	0,3557	0,6632	0,03679	875,9	1,803	7	0,4496	0,06192	0,03555	191,3	1,742
8	0,3443	0,05118	0,02828	2621	1,810	8	0,4402	0,04775	0,02732	413,4	1,748
9	0,3363	0,04065	0,02240	7181	1,815	9	0,4336	0,03792	0,02164	833,4	1,753
10	0,3306	0,03306	0,01818	18182	1,818	10	0,4289	0,03032	0,01756	1582	1,756
	0,3056	0	0		1,833		0,4083	0	0		1,769

LINEA DE RAYLEIGH.- Flujo compresible unidimensional sin fricción ($\gamma=1,4$)

M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	p_0/p_0^*	V/V^*	M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	p_0/p_0^*	V/V^*
0	0	0	2,4	1,2679	0	0,77	0,95052	1,01971	1,3115	1,02552	0,77755
0,01	0,00048	0,00058	2,3997	1,2678	0,00024	0,78	0,95528	1,02198	1,2961	1,02337	0,78852
0,02	0,00192	0,00230	2,3987	1,2675	0,00096	0,79	0,95975	1,02390	1,2809	1,02131	0,79938
0,08	0,00431	0,00516	2,3970	1,2671	0,00216	0,80	0,96394	1,02548	1,2658	1,01934	0,81012
0,04	0,00765	0,00917	2,3946	1,2665	0,00383	0,81	0,96786	1,02672	1,2509	1,01746	0,82075
0,05	0,01192	0,01430	2,3916	1,2657	0,00598	0,82	0,97152	1,02763	1,2362	1,01569	0,83126
0,06	0,01712	0,02053	2,3880	1,2647	0,00860	0,83	0,97492	1,02823	1,2217	1,01399	0,84164
0,07	0,02322	0,02784	2,3837	1,2636	0,01168	0,84	0,97807	1,02853	1,2073	1,01240	0,85150
0,08	0,03021	0,03621	2,3787	1,2623	0,01522	0,85	0,98097	1,02854	1,1931	1,01091	0,86204
0,09	0,03807	0,04562	2,3731	1,2608	0,01922	0,86	0,98363	1,02826	1,1791	1,00951	0,87206
0,10	0,04678	0,05602	2,3669	1,2591	0,02367	0,87	0,98607	1,02771	1,1652	1,00819	0,88196
0,11	0,05630	0,06739	2,3600	1,2573	0,02856	0,88	0,98828	1,02690	1,1515	1,00698	0,89175
0,12	0,06661	0,07970	2,3526	1,2554	0,03388	0,89	0,99028	1,02583	1,1380	1,00587	0,90142
0,13	0,07768	0,09290	2,3445	1,2533	0,03962	0,90	0,99207	1,02451	1,1246	1,00485	0,91097
0,14	0,08947	0,10695	2,3359	1,2510	0,04578	0,91	0,99366	1,02297	1,1114	1,00393	0,92039
0,15	0,10196	0,12181	2,3267	1,2486	0,05235	0,92	0,99506	1,02120	1,09842	1,00310	0,92970
0,16	0,11511	0,13743	2,3170	1,2461	0,05931	0,93	0,99627	1,01921	1,08555	1,00237	0,93889
0,17	0,12888	0,15377	2,3067	1,2434	0,06666	0,94	0,99729	1,01702	1,07285	1,00174	0,94796
0,18	0,14324	0,17078	2,2959	1,2406	0,07438	0,95	0,99814	1,01463	1,06030	1,00121	0,95692
0,19	0,15814	0,18841	2,2845	1,2377	0,08247	0,96	0,99883	1,01205	1,04792	1,00077	0,96576
0,20	0,17355	0,20661	2,2727	1,2346	0,09091	0,97	0,99935	1,00929	1,03570	1,00043	0,97449
0,21	0,18943	0,22533	2,2604	1,2314	0,09969	0,98	0,99972	1,00636	1,02364	1,00019	0,98311
0,22	0,20574	0,24452	2,2477	1,2281	0,10879	0,99	0,93993	1,00326	1,01174	1,00004	0,99161
0,23	0,22244	0,26413	2,2345	1,2248	0,11820	1,00	1	1	1	1	1
0,24	0,23948	0,28411	2,2209	1,2213	0,12792	1,01	0,99993	0,99659	0,98841	1,00004	1,00828
0,25	0,25684	0,30440	2,2069	1,2177	0,13793	1,12	0,99973	0,99304	0,97697	1,00019	1,01644
0,26	0,27446	0,32496	2,1925	1,2140	0,14821	1,03	0,99940	0,98936	0,96569	1,00043	1,02450
0,27	0,29231	0,34573	2,1777	1,2102	0,15876	1,04	0,99895	0,98553	0,95456	1,00077	1,03246
0,28	0,31035	0,36667	2,1626	1,2064	0,16955	1,05	0,99838	0,98161	0,94358	1,00121	1,04030
0,29	0,32855	0,38773	2,1472	1,2025	0,18058	1,06	0,99769	0,97755	0,93275	1,00175	1,04804
0,30	0,34686	0,40887	2,1314	1,1985	0,19183	1,07	0,99690	0,97339	0,92206	1,00238	1,05567
0,31	0,36525	0,43004	2,1154	1,1945	0,20329	1,08	0,99600	0,96913	0,91152	1,00311	1,05320
0,32	0,38369	0,45119	2,0991	1,1904	0,21494	1,09	0,99501	0,96477	0,90112	1,00394	1,07062
0,33	0,40214	0,47228	2,0825	1,1863	0,22678	1,10	0,99392	0,96031	0,89086	1,00486	1,07795
0,34	0,42057	0,49327	2,0657	1,1821	0,23879	1,11	0,99274	0,95577	0,88075	1,00588	1,08518
0,35	0,43894	0,51413	2,0487	1,1779	0,25096	1,12	0,99148	0,95115	0,87078	1,00699	1,09230
0,36	0,45723	0,53482	2,0314	1,1737	0,26327	1,13	0,99013	0,94646	0,86094	1,00820	1,09933
0,37	0,47541	0,55530	2,0140	1,1695	0,27572	1,14	0,98871	0,94169	0,85123	1,00951	1,10626
0,38	0,49346	0,57553	1,9964	1,1652	0,28828	1,15	0,98721	0,93685	0,84166	1,01092	1,1131
0,39	0,51134	0,59549	1,9787	1,1609	0,30095	1,16	0,98564	0,93195	0,83222	1,01243	1,1198
0,40	0,52903	0,61515	1,9608	1,1566	0,31372	1,17	0,98400	0,92700	0,82292	1,01403	1,1264
0,41	0,54651	0,63448	1,9428	1,1523	0,32658	1,18	0,98230	0,92200	0,81374	1,01572	1,1330
0,42	0,56376	0,65345	1,9247	1,1480	0,33951	1,19	0,98054	0,91695	0,80468	1,01752	1,1395
0,43	0,58075	0,67205	1,9065	1,1437	0,35251	1,20	0,97872	0,91185	0,79576	1,01941	1,1459
0,44	0,59748	0,69025	1,8882	1,1394	0,36556	1,21	0,97685	0,90671	0,78695	1,02140	1,1522
0,45	0,61393	0,70803	1,8699	1,1351	0,37865	1,22	0,97492	0,90153	0,77827	1,02348	1,1584
0,46	0,63007	0,72538	1,8515	1,1308	0,39178	1,23	0,97294	0,89632	0,76971	1,02566	1,1645
0,47	0,64589	0,74228	1,8331	1,1266	0,40493	1,24	0,97092	0,89108	0,76127	1,02794	1,1705
0,48	0,66139	0,75871	1,8147	1,1224	0,41810	1,25	0,96886	0,88581	0,75294	1,03032	1,1764
0,49	0,67655	0,77466	1,7962	1,1182	0,43127	1,26	0,96675	0,88052	0,74473	1,03280	1,1823
0,50	0,69136	0,79012	1,7778	1,1140	0,44445	1,27	0,96461	0,87521	0,73663	1,03536	1,1881
0,51	0,70581	0,80509	1,7594	1,1099	0,45761	1,28	0,96243	0,86988	0,72865	1,03803	1,1938
0,52	0,71990	0,81955	1,7410	1,1059	0,47075	1,29	0,96022	0,86453	0,72078	1,04080	1,1994
0,53	0,73361	0,83351	1,7226	1,1019	0,48387	1,30	0,95798	0,85917	0,71301	1,04365	1,2050
0,54	0,74695	0,84695	1,7043	1,0979	0,49696	1,31	0,95571	0,85380	0,70535	1,04661	1,2105
0,55	0,75991	0,85987	1,6860	1,0940	0,51001	1,32	0,95341	0,84843	0,69780	1,04967	1,2159
0,56	0,77248	0,87227	1,6678	1,0901	0,52302	1,33	0,95108	0,84305	0,69035	1,05283	1,2212
0,57	0,78467	0,88415	1,6496	1,0863	0,53502	1,34	0,94873	0,83766	0,68301	1,05608	1,2264
0,58	0,79647	0,89552	1,6316	1,0825	0,54897	1,35	0,94636	0,83227	0,67577	1,05943	1,2316
0,59	0,80789	0,90637	1,6136	1,0789	0,56170	1,36	0,94397	0,82698	0,66863	1,06288	1,2367
0,60	0,81892	0,91670	1,5957	1,0753	0,57447	1,37	0,94157	0,82151	0,66159	1,06642	1,2417
0,61	0,82956	0,92653	1,5780	1,0717	0,58716	1,38	0,93915	0,81613	0,65464	1,07006	1,2467
0,62	0,83982	0,93585	1,5603	1,0682	0,59976	1,39	0,93671	0,81076	0,64778	1,07380	1,2516
0,63	0,84970	0,94466	1,5427	1,0648	0,61232	1,40	0,93425	0,80540	0,64102	1,07765	1,2564
0,64	0,85920	0,95298	1,5253	1,0615	0,62477	1,41	0,93178	0,80004	0,63436	1,08159	1,2612
0,65	0,86833	0,96081	1,5080	1,0582	0,63713	1,42	0,92931	0,79469	0,62779	1,08563	1,2659
0,66	0,87709	0,96816	1,4908	1,0550	0,64941	1,43	0,92683	0,78936	0,62131	1,08977	1,2705
0,67	0,88548	0,97503	1,4738	1,0519	0,66159	1,44	0,92434	0,78405	0,61491	1,0940	1,2751
0,68	0,89350	0,98144	1,4569	1,0489	0,67367	1,45	0,92184	0,77875	0,60860	1,0983	1,2796
0,69	0,90117	0,98739	1,4401	1,04596	0,68564	1,46	0,91933	0,77346	0,60237	1,1028	1,2840
0,70	0,90850	0,99289	1,42350	1,04310	0,69751	1,47	0,91682	0,76819	0,59623	1,1073	1,2884
0,71	0,91548	0,99796	1,40700	1,04033	0,70927	1,48	0,91431	0,76294	0,59018	1,1120	1,2927
0,72	0,92212	1,00260	1,39070	1,03764	0,72093	1,49	0,91179	0,75771	0,58421	1,1167	1,2970
0,73	0,92843	1,00682	1,37450	1,03504	0,73248	1,50	0,90928	0,75250	0,57831	1,1215	1,3012
0,74	0,93442	1,01062	1,35850	1,03253	0,74392	1,51	0,90676	0,74731	0,57250	1,1264	1,3054
0,75	0,94009	1,01403	1,34270	1,03010	0,75525	1,52	0,90424	0,74215	0,56677	1,1315	1,3095
0,76	0,94546	1,01706	1,32700	1,02776	0,76646	1,53	0,90172	0,73701	0,56111	1,1367	1,3135

LINEA DE RAYLEIGH.- Flujo compresible unidimensional sin fricción ($\gamma=1,4$)

M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	ρ/ρ_0^*	V/V^*	M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	ρ/ρ_0^*	V/V^*
1,54	0,89920	0,73189	0,55553	1,1420	1,3175	2,31	0,73795	0,42837	0,28333	1,9012	1,5119
1,55	0,89669	0,72680	0,55002	1,1473	1,3214	2,32	0,73638	0,42555	0,28118	1,9165	1,5134
1,56	0,89418	0,72173	0,54458	1,1527	1,3253	2,33	0,73482	0,42276	0,27905	1,9320	1,5150
1,57	0,89167	0,71669	0,53922	1,1582	1,3291	2,34	0,73327	0,41999	0,27695	1,9476	1,5165
1,58	0,88917	0,71168	0,53393	1,1639	1,3329	2,35	0,73173	0,41724	0,27487	1,9634	1,5180
1,59	0,88668	0,70669	0,52871	1,1697	1,3366	2,36	0,73020	0,41451	0,27281	1,9794	1,5195
1,60	0,88419	0,70173	0,52356	1,1756	1,3403	2,37	0,72868	0,41181	0,27077	1,9955	1,5209
1,61	0,88170	0,69680	0,51848	1,1816	1,3439	2,38	0,72718	0,40913	0,26875	2,0118	1,5223
1,62	0,87922	0,69190	0,51346	1,1877	1,3475	2,39	0,72569	0,40647	0,26675	2,0283	1,5237
1,63	0,87675	0,68703	0,50851	1,1939	1,3511	2,40	0,72421	0,40383	0,26478	2,0450	1,5252
1,64	0,87429	0,68219	0,50363	1,2002	1,3546	2,41	0,72274	0,40122	0,26283	2,0619	1,5266
1,65	0,87184	0,67738	0,49881	1,2066	1,3580	2,42	0,72129	0,39863	0,26090	2,0789	1,5279
1,66	0,86940	0,67259	0,49405	1,2131	1,3614	2,43	0,71985	0,39606	0,25899	2,0961	1,5293
1,67	0,86696	0,66784	0,48935	1,2197	1,3648	2,44	0,71842	0,39352	0,25710	2,1135	1,5306
1,68	0,86453	0,66312	0,48471	1,2264	1,3681	2,46	0,71700	0,39100	0,25523	2,1311	1,5320
1,69	0,86211	0,65843	0,48014	1,2332	1,3713	2,46	0,71559	0,35550	0,25337	2,1489	1,5333
1,70	0,85970	0,65377	0,47563	1,2402	1,3745	2,47	0,71419	0,38602	0,25153	2,1669	1,5346
1,71	0,85731	0,64914	0,47117	1,2473	1,3777	2,48	0,71280	0,38356	0,24972	2,1850	1,5355
1,72	0,85493	0,64455	0,46677	1,2545	1,3809	2,49	0,71142	0,38112	0,24793	2,2033	1,5372
1,73	0,85256	0,63999	0,46242	1,2618	1,3840	2,50	0,71005	0,37870	0,24616	2,2218	1,5385
1,74	0,85020	0,63546	0,45813	1,2692	1,3871	2,51	0,70870	0,37630	0,24440	2,2405	1,5398
1,75	0,84785	0,63096	0,45390	1,2767	1,3901	2,52	0,70736	0,37392	0,24266	2,2554	1,5410
1,76	0,84551	0,62649	0,44972	1,2843	1,3931	2,53	0,70603	0,37157	0,24094	2,2785	1,5422
1,77	0,84318	0,62205	0,44559	1,2920	1,3960	2,54	0,70471	0,36923	0,23923	2,2978	1,5434
1,78	0,84087	0,61765	0,44152	1,2998	1,3989	2,55	0,70340	0,36691	0,23754	2,3173	1,5446
1,79	0,83857	0,61328	0,43750	1,3078	1,4018	2,56	0,70210	0,36461	0,23557	2,3370	1,5458
1,80	0,83628	0,60894	0,43353	1,3159	1,4046	2,57	0,70081	0,36233	0,23422	2,3565	1,5470
1,81	0,83400	0,60463	0,42960	1,3241	1,4074	2,58	0,69953	0,36007	0,23258	2,3770	1,5482
1,82	0,83174	0,60036	0,42573	1,3324	1,4102	2,59	0,69825	0,35783	0,23096	2,3972	1,5494
1,83	0,82949	0,59612	0,42191	1,3408	1,4129	2,60	0,69699	0,35561	0,22936	2,4177	1,5505
1,84	0,82726	0,59191	0,41813	1,3494	1,4156	2,61	0,65574	0,35341	0,22777	2,4384	1,5516
1,85	0,82504	0,58773	0,41440	1,3581	1,4183	2,62	0,65450	0,35123	0,22620	2,4593	1,5527
1,86	0,82283	0,58359	0,41072	1,3669	1,4209	2,63	0,69327	0,34906	0,22464	2,4804	1,5538
1,87	0,82064	0,57948	0,40708	1,3758	1,4235	2,64	0,65205	0,34691	0,22310	2,5017	1,5549
1,88	0,81846	0,57540	0,40349	1,3848	1,4261	2,65	0,69084	0,34478	0,22158	2,5233	1,5560
1,89	0,81629	0,57135	0,39994	1,3940	1,4286	2,66	0,68964	0,34267	0,22007	2,5451	1,5571
1,90	0,81414	0,56734	0,39643	1,4033	1,4311	2,67	0,65545	0,34057	0,21857	2,5671	1,5582
1,91	0,81200	0,56336	0,39297	1,4127	1,4336	2,68	0,68727	0,33849	0,21709	2,5552	1,5593
1,92	0,80987	0,55941	0,38955	1,4222	1,4360	2,69	0,68610	0,33643	0,21562	2,6116	1,5603
1,93	0,80776	0,55549	0,38617	1,4319	1,4384	2,70	0,68494	0,33439	0,21417	2,6342	1,5613
1,94	0,80567	0,55160	0,38283	1,4417	1,4408	2,71	0,68378	0,33236	0,21273	2,6571	1,5623
1,95	0,80359	0,54774	0,37954	1,4516	1,4432	2,72	0,68263	0,33035	0,21131	2,6802	1,5633
1,96	0,80152	0,54391	0,37628	1,4616	1,4455	2,73	0,68150	0,32836	0,20990	2,7035	1,5644
1,97	0,79946	0,54012	0,37306	1,4718	1,4478	2,74	0,68038	0,32638	0,20850	2,7270	1,5654
1,98	0,79742	0,53636	0,36988	1,4821	1,4501	2,75	0,67926	0,32442	0,20712	2,7505	1,5663
1,99	0,79540	0,53263	0,36674	1,4925	1,4523	2,76	0,67815	0,32248	0,20575	2,7748	1,5673
2,00	0,79339	0,52893	0,36364	1,5031	1,4545	2,77	0,67704	0,32055	0,20439	2,7990	1,5683
2,01	0,79139	0,52526	0,36057	1,5138	1,4567	2,78	0,67595	0,31864	0,20305	2,8235	1,5692
2,02	0,78941	0,52161	0,35754	1,5246	1,4589	2,79	0,67487	0,31674	0,20172	2,8482	1,5702
2,03	0,78744	0,51800	0,35454	1,5356	1,4610	2,80	0,67380	0,31486	0,20040	2,8731	1,5711
2,04	0,78549	0,51442	0,35158	1,5467	1,4631	2,81	0,67273	0,31299	0,19909	2,8982	1,5721
2,06	0,78355	0,51087	0,34866	1,5579	1,4652	2,82	0,67167	0,31114	0,19780	2,9236	1,5730
2,06	0,78162	0,50735	0,34577	1,5693	1,4673	2,83	0,67062	0,30931	0,19652	2,9493	1,5739
2,07	0,77971	0,50386	0,34291	1,5808	1,4694	2,84	0,66958	0,30749	0,19525	2,9752	1,5748
2,08	0,77781	0,50040	0,34009	1,5924	1,4714	2,85	0,66855	0,30568	0,19399	3,0013	1,5757
2,09	0,77593	0,49697	0,33730	1,6042	1,4734	2,86	0,66752	0,30389	0,19274	3,0277	1,5766
2,10	0,77406	0,49356	0,33454	1,6161	1,4753	2,87	0,66650	0,30211	0,19151	3,0544	1,5775
2,11	0,77221	0,49018	0,33181	1,6282	1,4773	2,88	0,66549	0,30035	0,19029	3,0813	1,5784
2,12	0,77037	0,48683	0,32912	1,6404	1,4792	2,89	0,66449	0,29860	0,18908	3,1084	1,5792
2,13	0,76854	0,48351	0,32646	1,6528	1,4811	2,90	0,66350	0,29687	0,18788	3,1358	1,5801
2,14	0,76673	0,48022	0,32383	1,6653	1,4830	2,91	0,66252	0,29515	0,18669	3,1635	1,5809
2,15	0,76493	0,47696	0,32122	1,6780	1,4849	2,92	0,66154	0,29344	0,18551	3,1914	1,5818
2,16	0,76314	0,47373	0,31864	1,6908	1,4867	2,93	0,66057	0,29175	0,18435	3,2196	1,5826
2,17	0,76137	0,47052	0,31610	1,7037	1,4885	2,94	0,65961	0,29007	0,18320	3,2481	1,5834
2,18	0,75961	0,46734	0,31359	1,7168	1,4903	2,95	0,65865	0,28841	0,18205	3,2768	1,5843
2,19	0,75787	0,46419	0,31110	1,7300	1,4921	2,96	0,65770	0,28676	0,18091	3,3058	1,5851
2,20	0,75614	0,46106	0,30864	1,7434	1,4939	2,97	0,65676	0,28512	0,17978	3,3351	1,5859
2,21	0,75442	0,45796	0,30621	1,7570	1,4956	2,98	0,65583	0,28349	0,17867	3,3646	1,5867
2,22	0,75271	0,45489	0,30381	1,7707	1,4973	3	0,65398	0,28028	0,17647	3,4244	1,5882
2,23	0,75102	0,45184	0,30143	1,7846	1,4990	3,5	0,61580	0,21419	0,13223	5,3280	1,6198
2,24	0,74934	0,44882	0,29908	1,7986	1,5007	4	0,58909	0,16831	0,10256	8,2268	1,6410
2,25	0,74767	0,44582	0,29675	1,8128	1,5024	5	0,55555	0,11111	0,06667	18,634	1,6667
2,26	0,74602	0,44285	0,29445	1,8271	1,5040	6	0,53633	0,07849	0,04669	38,946	1,6809
2,27	0,74438	0,43990	0,29218	1,8416	1,5056	7	0,52437	0,05826	0,03448	75,414	1,6896
2,28	0,74275	0,43698	0,28993	1,8562	1,5072	8	0,51646	0,04491	0,02649	136,62	1,6954
2,29	0,74114	0,43409	0,28771	1,8710	1,5088	9	0,51098	0,03565	0,02098	233,88	1,6993
2,30	0,73954	0,43122	0,28551	1,8860	1,5104	10	0,50702	0,02897	0,01702	381,62	1,7021
							0,4898	0	0	0	1,7143

LINEA DE RAYLEIGH.- Flujo compresible unidimensional sin fricción ($\gamma=1,67$)

M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	p_0/p_0^*	V/V^*	M	T_0/T_0^*	T/T^*	p/p^*	p_0/p_0^*
0,00	0	0	2,67	1,299	0	1,75	0,8862	0,5840	0,4367	1,235
0,05	0,01325	0,01767	2,659	1,297	0,00665	1,80	0,8779	0,5620	0,4165	1,266
0,10	0,05183	0,06896	2,626	1,289	0,02626	1,85	0,8699	0,5410	0,3976	1,299
0,15	0,11243	0,1490	2,573	1,276	0,05790	1,90	0,8621	0,5209	0,3799	1,334
0,20	0,1902	0,2506	2,503	1,259	0,10011	1,95	0,8546	0,5018	0,3633	1,370
0,25	0,2794	0,3653	2,419	1,239	0,1511	2,00	0,8474	0,4835	0,3477	1,408
0,30	0,3742	0,4849	2,321	1,216	0,2089	2,05	0,8405	0,4660	0,3330	1,448
0,35	0,4693	0,6018	2,216	1,192	0,2715	2,10	0,8338	0,4493	0,3192	1,490
0,40	0,5606	0,7103	2,107	1,168	0,3371	2,15	0,8274	0,4334	0,3062	1,534
0,45	0,6448	0,8062	1,995	1,144	0,4040	2,20	0,8213	0,4183	0,2940	1,580
0,50	0,7201	0,8870	1,884	1,1202	0,4709	2,25	0,8154	0,4038	0,2824	1,628
0,55	0,7853	0,9519	1,774	1,0981	0,5366	2,30	0,8097	0,3899	0,2715	1,678
0,60	0,8402	1,0010	1,667	1,0778	0,6003	2,35	0,8043	0,3767	0,2612	1,729
0,65	0,8853	1,0354	1,565	1,0597	0,6614	2,40	0,7991	0,3641	0,2514	1,783
0,70	0,9213	1,0565	1,468	1,0438	0,7195	2,45	0,7941	0,3521	0,2422	1,839
0,75	0,9491	1,0662	1,377	1,0303	0,7744	2,50	0,7893	0,3406	0,2334	1,897
0,80	0,9697	1,0660	1,291	1,0193	0,8260	2,55	0,7847	0,3296	0,2251	1,956
0,85	0,9842	1,0578	1,210	1,0108	0,8742	2,60	0,7803	0,3191	0,2173	2,018
0,90	0,9935	1,0432	1,135	1,0048	0,9192	2,65	0,7761	0,309	0,2098	2,082
0,95	0,9985	1,0235	1,0649	1,0012	0,9611	2,70	0,7721	0,2994	0,2027	2,148
1,00	1	1	1	1	1	2,75	0,7682	0,2902	0,1959	2,216
1,05	0,9987	0,9736	0,9398	1,0012	1,0361	2,80	0,7644	0,2814	0,1895	2,287
1,10	0,9952	0,9454	0,8839	1,0046	1,0695	2,85	0,7608	0,273	0,1834	2,360
1,15	0,9899	0,9158	0,8321	1,0103	1,1005	2,90	0,7574	0,2649	0,1775	2,435
1,20	0,9833	0,8855	0,7842	1,0181	1,1292	2,95	0,7541	0,2571	0,1719	2,512
1,25	0,9757	0,8550	0,7397	1,028	1,156	3	0,7509	0,2497	0,1666	2,587
1,30	0,9674	0,8246	0,6985	1,040	1,181	3,5	0,7251	0,1897	0,1244	3,521
1,35	0,9586	0,7946	0,6603	1,054	1,204	4	0,7072	0,1484	0,09632	4,716
1,40	0,9195	0,7652	0,6249	1,070	1,225	4,5	0,6943	0,1191	0,07669	6,213
1,45	0,9403	0,7365	0,5919	1,088	1,245	5	0,6848	0,0975	0,06246	8,044
1,60	0,931	0,7087	0,5612	1,108	1,263	6	0,6721	0,0687	0,04368	12,86
1,65	0,9217	0,6818	0,5327	1,130	1,280	7	0,6642	0,05092	0,03224	19,44
1,60	0,9125	0,6559	0,5062	1,154	1,296	8	0,659	0,0392	0,02475	28,07
1,65	0,9035	0,6309	0,4814	1,179	1,311	9	0,6553	0,0311	0,01959	39,05
1,70	0,8947	0,6069	0,4583	1,206	1,324	10	0,6528	0,02526	0,01589	52,66
							0,6414	0	0	

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]^{-(1-\gamma)/\gamma} ; \quad \frac{p}{p^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{1+\gamma}{2\left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]}} ; \quad \frac{p_0}{p_0^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2\left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]}{1+\gamma}\right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{-1}{2} M^2} ; \quad \frac{T}{T^*} = \frac{1+\gamma}{2\left(1 + \frac{-1}{2} M^2\right)}$$

$$M^* = \frac{V}{V^*} = M \sqrt{\frac{1+\gamma}{2\left(1 + \frac{-1}{2} M^2\right)}}$$

Las temperaturas de las Tablas vienen dadas en (°F) absolutos: (°K) = {(°F) x 0,56} + 255,37

ONDA DE CHOQUE EN FLUJO MONODIMENSIONAL ($\gamma = 1,40$)

Mx	My	P _y /P _x	y/ _x	T _y /T _x	P _{0y} /P _{0x}	P _{0y} /P _x	Mx	My	P _y /P _x	y/ _x	T _y /T _x	P _{0y} /P _{0x}	P _{0y} /P _x
1,00	1	1	1	1	1,00000	1,89290	1,80	0,61650	3,6133	2,3592	1,5316	0,81268	4,6695
1,01	0,99013	1,02345	1,01669	1,00665	0,99999	1,91520	1,81	0,61428	3,6554	2,3751	1,5391	0,80823	4,7155
1,02	0,98052	1,04713	1,03344	1,01325	0,99998	1,93790	1,82	0,61209	3,6978	2,3909	1,5466	0,80376	4,7618
1,03	0,97115	1,07105	1,05024	1,01981	0,99977	1,96100	1,83	0,60993	3,7404	2,4067	1,5542	0,79926	4,8083
1,04	0,96202	1,0952	1,06709	1,02634	0,99994	1,98450	1,84	0,60780	3,7832	2,4224	1,5617	0,79474	4,8551
1,05	0,95312	1,1196	1,08398	1,03284	0,99987	2,00830	1,85	0,60570	3,8262	2,4381	1,5694	0,79021	4,9022
1,06	0,94444	1,1442	1,10092	1,03931	0,99976	2,03250	1,86	0,60363	3,8695	2,4537	1,5770	0,78567	4,9498
1,07	0,93598	1,1690	1,11790	1,04575	0,99962	2,05700	1,87	0,60159	3,9130	2,4693	1,5847	0,78112	4,9974
1,08	0,92772	1,1941	1,13492	1,05217	0,99944	2,08190	1,88	0,59957	3,9568	2,4848	1,5924	0,77656	5,0453
1,09	0,91965	1,2194	1,15199	1,05856	0,99921	2,10720	1,89	0,59758	4,0008	2,5003	1,6001	0,77197	5,0934
1,10	0,91177	1,2450	1,1691	1,06494	0,99892	2,13280	1,90	0,59562	4,0450	2,5157	1,6079	0,76735	5,1417
1,11	0,90408	1,2708	1,1862	1,07130	0,99858	2,15880	1,91	0,59363	4,0894	2,5310	1,6157	0,76273	5,1904
1,12	0,89656	1,2968	1,2034	1,07764	0,99820	2,18510	1,92	0,59177	4,1341	2,5463	1,6236	0,75812	5,2394
1,13	0,88922	1,3230	1,2206	1,08396	0,99776	2,21180	1,93	0,58988	4,1790	2,5615	1,6314	0,75347	5,2886
1,14	0,88204	1,3495	1,2378	1,09027	0,99726	2,23880	1,94	0,58802	4,2242	2,5767	1,6394	0,74883	5,3381
1,15	0,87502	1,3762	1,2550	1,09657	0,99669	2,26610	1,95	0,58618	4,2696	2,5919	1,6473	0,74418	5,3878
1,16	0,86816	1,4032	1,2723	1,10287	0,99605	2,29370	1,96	0,58437	4,3152	2,6070	1,6553	0,73954	5,4378
1,17	0,86145	1,4304	1,2896	1,10916	0,99534	2,32170	1,97	0,58258	4,3610	2,6220	1,6633	0,73487	5,4880
1,18	0,85488	1,4578	1,3069	1,11544	0,99455	2,34990	1,98	0,58081	4,4071	2,6369	1,6713	0,73021	5,5385
1,19	0,84846	1,4854	1,3243	1,12172	0,99371	2,37860	1,99	0,57907	4,4534	2,6518	1,6794	0,72554	5,5894
1,20	0,84217	1,5133	1,3416	1,1280	0,99280	2,40750	2,00	0,57735	4,5000	2,6666	1,6875	0,72088	5,6405
1,21	0,83601	1,5414	1,3590	1,1343	0,99180	2,43670	2,01	0,57565	4,5468	2,6814	1,6956	0,71619	5,6918
1,22	0,82998	1,5698	1,3764	1,1405	0,99073	2,46620	2,02	0,57397	4,5938	2,6962	1,7038	0,71152	5,7434
1,23	0,82408	1,5984	1,3938	1,1468	0,98957	2,49610	2,03	0,57231	4,6411	2,7109	1,7120	0,70686	5,7952
1,24	0,81830	1,6272	1,4112	1,1531	0,98835	2,52630	2,04	0,57068	4,6886	2,7255	1,7203	0,70218	5,8473
1,25	0,81264	1,6562	1,4286	1,1594	0,98706	2,55680	2,05	0,56907	4,7363	2,7400	1,7286	0,69752	5,8997
1,26	0,80709	1,6855	1,4460	1,1657	0,98568	2,58760	2,06	0,56747	4,7842	2,7545	1,7369	0,69284	5,9523
1,27	0,80165	1,7150	1,4634	1,1720	0,98422	2,61870	2,07	0,56589	4,8324	2,7690	1,7452	0,68817	6,0052
1,28	0,79631	1,7448	1,4808	1,1782	0,98268	2,65000	2,08	0,56433	4,8808	2,7834	1,7536	0,68351	6,0584
1,29	0,79108	1,7748	1,4983	1,1846	0,98106	2,68160	2,09	0,56280	4,9295	2,7977	1,7620	0,67886	6,1118
1,30	0,78596	1,8050	1,5157	1,1909	0,97935	2,71350	2,10	0,56128	4,9784	2,8139	1,7704	0,67422	6,1655
1,31	0,78093	1,8354	1,5331	1,1972	0,97758	2,74570	2,11	0,55978	5,0275	2,8216	1,7789	0,66957	6,2194
1,32	0,77600	1,8661	1,5505	1,2035	0,97574	2,77830	2,12	0,55830	5,0768	2,8402	1,7874	0,66492	6,2736
1,33	0,77116	1,8970	1,5680	1,2099	0,97382	2,81120	2,13	0,55683	5,1264	2,8543	1,7960	0,66029	6,3280
1,34	0,76641	1,9282	1,5854	1,2162	0,97181	2,84440	2,14	0,55538	5,1762	2,8683	1,8046	0,65567	6,3827
1,35	0,76175	1,9596	1,6028	1,2226	0,96972	2,87780	2,15	0,55395	5,2262	2,8823	1,8132	0,65105	6,4377
1,36	0,75718	1,9912	1,6202	1,2290	0,96756	2,91150	2,16	0,55254	5,2765	2,8962	1,8219	0,64644	6,4929
1,37	0,75269	2,0230	1,6376	1,2354	0,96534	2,94550	2,17	0,55114	5,3270	2,9100	1,8306	0,64185	6,5484
1,38	0,74328	2,0551	1,6550	1,2418	0,96304	2,97980	2,18	0,54976	5,3778	2,9238	1,8393	0,63728	6,6042
1,39	0,74396	2,0874	1,6723	1,2482	0,96065	3,01440	2,19	0,54841	5,4288	2,9376	1,8481	0,63270	6,6601
1,40	0,73971	2,1200	1,6896	1,2547	0,95819	3,04930	2,20	0,54706	5,4800	2,9512	1,8569	0,62812	6,7163
1,41	0,73554	2,1528	1,7070	1,2612	0,95566	3,08440	2,21	0,54572	5,5314	2,9648	1,8657	0,62358	6,7730
1,42	0,73144	2,1858	1,7243	1,2676	0,95306	3,11980	2,22	0,54440	5,5831	2,9783	1,8746	0,61905	6,8299
1,43	0,72741	2,2190	1,7416	1,2742	0,95039	3,15550	2,23	0,54310	5,6350	2,9918	1,8835	0,61453	6,8869
1,44	0,72345	2,2525	1,7589	1,2807	0,94765	3,19150	2,24	0,54182	5,6872	3,0052	1,8924	0,61002	6,9442
1,45	0,71956	2,2862	1,7761	1,2872	0,94483	3,22780	2,25	0,54055	5,7396	3,0186	1,9014	0,60554	7,0018
1,46	0,71574	2,3202	1,7934	1,2938	0,94196	3,26430	2,26	0,53929	5,7922	3,0319	1,9104	0,60106	7,0597
1,47	0,71198	2,3544	1,8106	1,3004	0,93901	3,30110	2,27	0,53805	5,8451	3,0452	1,9194	0,59659	7,1178
1,48	0,70829	2,3888	1,8278	1,3070	0,93600	3,33820	2,28	0,53683	5,8982	3,0584	1,9285	0,59214	7,1762
1,49	0,70466	2,4234	1,8449	1,3136	0,93292	3,37560	2,29	0,53561	5,9515	3,0715	1,9376	0,58772	7,2348
1,50	0,70109	2,4583	1,8621	1,3202	0,92978	3,41330	2,30	0,53441	6,0050	3,0846	1,9468	0,58331	7,2937
1,51	0,69758	2,4934	1,8792	1,3269	0,92658	3,45120	2,31	0,53322	6,0588	3,0976	1,9560	0,57891	7,3529
1,52	0,69413	2,5288	1,8962	1,3336	0,92331	3,48940	2,32	0,53205	6,1128	3,1105	1,9652	0,57452	7,4123
1,53	0,69073	2,5644	1,9133	1,3403	0,91999	3,52790	2,33	0,53089	6,1670	3,1234	1,9745	0,57015	7,4720
1,54	0,68739	2,6003	1,9303	1,3470	0,91662	3,56670	2,34	0,52974	6,2215	3,1362	1,9838	0,56580	7,5319
1,55	0,68410	2,6363	1,9473	1,3538	0,91319	3,60580	2,35	0,52861	6,2762	3,1490	1,9931	0,56148	7,5920
1,56	0,68086	2,6725	1,9643	1,3606	0,90970	3,64510	2,36	0,52749	6,3312	3,1617	2,0025	0,55717	7,6524
1,57	0,67768	2,7090	1,9812	1,3674	0,90615	3,68470	2,37	0,52638	6,3864	3,1743	2,0119	0,55288	7,7131
1,58	0,67455	2,7458	1,9981	1,3742	0,90255	3,72450	2,38	0,52528	6,4418	3,1869	2,0213	0,54862	7,7741
1,59	0,67147	2,7828	2,0149	1,3811	0,89889	3,76450	2,39	0,52419	6,4974	3,1994	2,0308	0,54438	7,8354
1,60	0,66844	2,8201	2,0317	1,3880	0,89520	3,80490	2,40	0,52312	6,5533	3,2119	2,0403	0,54015	7,8969
1,61	0,66545	2,8575	2,0485	1,3949	0,89144	3,84560	2,41	0,52206	6,6094	3,2243	2,0499	0,53594	7,9587
1,62	0,66251	2,8951	2,0652	1,4018	0,88764	3,88660	2,42	0,52100	6,6658	3,2366	2,0595	0,53175	8,0207
1,63	0,65962	2,9330	2,0820	1,4088	0,88330	3,92780	2,43	0,51996	6,7224	3,2489	2,0691	0,52758	8,0830
1,64	0,65677	2,9712	2,0986	1,4158	0,87992	3,96930	2,44	0,51894	6,7792	3,2611	2,0788	0,52344	8,1455
1,65	0,65396	3,0096	2,1152	1,4228	0,87598	4,01110	2,45	0,51792	6,8362	3,2733	2,0885	0,51932	8,2083
1,66	0,65119	3,0482	2,1318	1,4298	0,87201	4,05310	2,46	0,51691	6,8935	3,2854	2,0982	0,51521	8,2714
1,67	0,64847	3,0870	2,1484	1,4369	0,86800	4,09540	2,47	0,51592	6,9510	3,2975	2,1080	0,51112	8,3347
1,68	0,64579	3,1261	2,1649	1,4440	0,86396	4,13790	2,48	0,51493	7,0088	3,3095	2,1178	0,50706	8,3983
1,69	0,64315	3,1654	2,1813	1,4512	0,85987	4,18070	2,49	0,51395	7,0668	3,3214	2,1276	0,50303	8,4622
1,70	0,64055	3,2050	2,1977	1,4583	0,85573	4,22380	2,50	0,51299	7,1250	3,3333	2,1375	0,49902	8,5262
1,71	0,63798	3,2448	2,2141	1,4655	0,85155	4,2672	2,51	0,51204	7,1834	3,3451	2,1474	0,49502	8,5904
1,72	0,63545	3,2848	2,2304	1,4727	0,84735	4,3108	2,52	0,51109	7,2421	3,3569	2,1574	0,49104	8,6549
1,73	0,63296	3,325	2,2467	1,4800	0,84312	4,3547	2,53	0,51015	7,3010	3,3686	2,1674	0,48709	8,7198
1,74	0,63051	3,3655	2,2629	1,4873	0,83886	4,3989	2,54	0,50923	7,3602	3,3802	2,1774	0,48317	8,7850
1,75	0,62809	3,4062	2,2791	1,4946	0,83456	4,4433							

ONDA DE CHOQUE EN FLUJO MONODIMENSIONAL ($\gamma = 1,40$)

Mx	My	P _y /P _x	y/ x	T _y /T _x	p _{0y} /p _{0x}	P _{0y} /P _x
2.60	0,50387	7,7200	3,4489	2,2383	0,46012	9,1813
2.61	0,50301	7,7808	3,4602	2,2486	0,45636	9,2481
2.62	0,50216	7,8418	3,4714	2,2589	0,45262	9,3154
2.63	0,50132	7,9030	3,4825	2,2693	0,44891	9,3829
2.64	0,50048	7,9645	3,4936	2,2797	0,44522	9,4507
2.65	0,49965	8,0262	3,5047	2,2901	0,44155	9,5187
2.66	0,49883	8,0882	3,5157	2,3006	0,43791	9,5869
2.67	0,49802	8,1504	3,5266	2,3111	0,43429	9,6553
2.68	0,49722	8,2128	3,5374	2,3217	0,43070	9,7241
2.69	0,49642	8,2754	3,5482	2,3323	0,42713	9,7932
2.70	0,49563	8,3383	3,5590	2,3429	0,42359	9,8625
2.71	0,49485	8,4014	3,5697	2,3536	0,42007	9,932
2.72	0,49408	8,4648	3,5803	2,3643	0,41657	10,002
2.73	0,49332	8,5284	3,5909	2,3750	0,41310	10,072
2.74	0,49256	8,5922	3,6014	2,3858	0,40965	10,142
2.75	0,49181	8,6562	3,6119	2,3966	0,40622	10,212
2.76	0,49107	8,7205	3,6224	2,4074	0,40282	10,283
2.77	0,49033	8,7850	3,6328	2,4183	0,39945	10,354
2.78	0,48960	8,8497	3,6431	2,4292	0,39610	10,426
2.79	0,48888	8,9147	3,6533	2,4402	0,39276	10,498
2.80	0,48817	8,9800	3,6635	2,4512	0,38946	10,569
2.81	0,48746	9,0454	3,6737	2,4622	0,38618	10,641
2.82	0,48676	9,1111	3,6838	2,4733	0,38293	10,714
2.83	0,48607	9,1770	3,6939	2,4844	0,37970	10,787
2.84	0,48538	9,2432	3,7039	2,4955	0,37649	10,860
2.85	0,48470	9,3096	3,7139	2,5067	0,37330	10,933
2.86	0,48402	9,3762	3,7238	2,5179	0,37013	11,006
2.87	0,48334	9,4431	3,7336	2,5292	0,36700	11,080
2.88	0,48268	9,5102	3,7434	2,5405	0,36389	11,154
2.89	0,48203	9,5775	3,7532	2,5518	0,36080	11,228
2.90	0,48138	9,6450	3,7629	2,5632	0,35773	11,302
2.91	0,48074	9,7127	3,7725	2,5746	0,35469	11,377
2.92	0,48010	9,7808	3,7821	2,5860	0,35167	11,452
2.93	0,47946	9,8491	3,7917	2,5975	0,34867	11,527
2.94	0,47883	9,9176	3,8012	2,6090	0,34570	11,603
2.95	0,47821	9,9860	3,8106	2,6206	0,34275	11,679
2.96	0,47760	10,0550	3,8200	2,6322	0,33982	11,755
2.97	0,47699	10,1240	3,8294	2,6438	0,33692	11,831
2.98	0,47638	10,1940	3,8387	2,6555	0,33404	11,907
2.99	0,47578	10,2630	3,8479	2,6672	0,33118	11,984
3	0,47519	10,3330	3,8571	2,6790	0,32834	12,061
3,5	0,45115	14,1250	4,2608	3,3150	0,21295	16,242
4	0,43496	18,5000	4,5714	4,0469	0,13876	21,068
4,5	0,42355	23,4580	4,8119	4,8751	0,09170	26,539
5	0,41523	29,0000	5,0000	5,8000	0,06172	32,654
6	0,40416	41,8330	5,2683	7,9410	0,02965	46,815
7	0,39736	57,0000	5,4444	10,4690	0,01535	63,552
8	0,39289	74,5000	5,5652	13,3870	0,00849	82,865
9	0,38980	94,3330	5,6512	16,6930	0,00496	104,753
10	0,38757	116,5000	5,7143	20,3880	0,00304	129,217
	0,37796		6		0	

$$M_y^2 = \frac{M_x^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\frac{2}{\gamma - 1} M_x^2 - 1}$$

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{\{1 + M_x^2 \frac{\gamma - 1}{2}\} \{M_x^2 \frac{2}{\gamma - 1} - 1\}}{\frac{(\gamma + 1)^2}{2(\gamma - 1)} M_x^2}$$

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{2}{\gamma + 1} M_x^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \quad ; \quad \frac{P_{0y}}{P_{0x}} = \left[\frac{\frac{\gamma + 1}{2} M_x^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_x^2} \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} \left[\frac{2}{\gamma + 1} M_x^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right]^{1/(\gamma - 1)}$$

$$\frac{P_{0y}}{P_x} = \left[\frac{\gamma + 1}{2} M_x^2 \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} \left[\frac{2}{\gamma + 1} M_x^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right]^{1/(\gamma - 1)}$$

LINEA DE FANNO

Para flujo compresible unidimensional de un gas perfecto

($\gamma = 1,0$)

($\gamma = 1,1$)

M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	v/v*	/	4 L _{máx} /d	M	T/T*	p/p*		p ₀ /p ₀ *	/	
0,00	1			0,00			0,00	1,05			0		
0,05		20	12,1460	0,05	10,025	393,01	0,05	1,0499	20,493	11,9990	0,0512	9,785	357,05
0,10		10	6,0960	0,10	5,050	94,39	0,10	1,0495	10,244	6,0230	0,1024	4,932	85,65
0,15		6,657	4,0890	0,15	3,408	39,65	0,15	1,0488	6,828	4,0420	0,1536	3,332	35,92
0,20		5	3,0940	0,20	2,600	20,78	0,20	1,0479	5,118	3,0590	0,2047	2,545	18,79
0,25		4	2,5030	0,25	2,125	12,227	0,25	1,0467	4,092	2,4760	0,2558	2,083	11,03
0,30		3,333	2,1150	0,30	1,817	7,703	0,30	1,0453	3,408	2,0940	0,3067	1,784	6,936
0,35		2,857	1,8420	0,35	1,604	5,064	0,35	1,0436	2,919	1,8250	0,3575	1,577	4,549
0,40		2,5	1,6430	0,40	1,450	3,417	0,40	1,0417	2,552	1,6280	0,4082	1,429	3,062
0,45		2,222	1,4920	0,45	1,336	2,341	0,45	1,0395	2,266	1,4800	0,4588	1,319	2,093
0,50		2	1,3750	0,50	1,250	1,614	0,50	1,0370	2,037	1,3650	0,5092	1,737	1,439
0,55		1,5150	1,2830	0,55	1,184	1,110	0,55	1,0343	1,849	1,2750	0,5594	1,174	0,9871
0,60		1,6670	1,2100	0,60	1,133	0,7561	0,60	1,0314	1,693	1,2040	0,6094	1,125	0,6705
0,65		1,5390	1,1530	0,65	1,0942	0,5053	0,65	1,0283	1,560	1,1480	0,6591	1,0382	0,4468
0,70		1,4290	1,1070	0,70	1,0643	0,3275	0,70	1,0249	1,446	1,1040	0,7086	1,0599	0,2887
0,75		1,3330	1,0714	0,75	1,0417	0,2024	0,75	1,0213	1,347	1,0689	0,7579	1,0386	0,1780
0,80		1,2500	1,0441	0,80	1,0250	0,1162	0,80	1,0174	1,261	1,0425	0,8069	1,0731	0,1019
0,85		1,1760	1,0240	0,85	1,0132	0,05904	0,85	1,0133	1,184	1,0731	0,8557	1,0122	0,0516
0,90		1,1110	1,0104	0,90	1,0056	0,02385	0,90	1,0091	1,116	1,0100	0,9041	1,0051	0,02078
0,95		1,0526	1,0026	0,95	1,0013	0,00545	0,95	1,0047	1,0551	1,0024	0,9522	1,0012	0,00472
1,00		1	1	1,00	1	0	1,00	1	1	1	1	1	0
1,05		0,9524	1,0025	1,05	1,0012	0,00461	1,05	0,9951	0,9501	1,0073	1,0474	1,0011	0,0040
1,10		0,9091	1,0097	1,10	1,0045	0,01707	1,10	0,9901	0,9046	1,0092	1,0945	1,0041	0,0147
1,15		0,8695	1,0217	1,15	1,0098	0,03567	1,15	0,9849	0,8630	1,0204	1,1412	1,0087	0,0306
1,20		0,8333	1,0384	1,20	1,0167	0,05909	1,20	0,9795	0,8247	1,0360	1,1876	1,0148	0,0505
1,25		0,8000	1,0598	1,25	1,025	0,08629	1,25	0,9739	0,7895	1,0559	1,234	1,0221	0,0735
1,30		0,7692	1,0362	1,30	1,0346	0,1164	1,30	0,9632	0,7569	1,0801	1,279	1,0304	0,0988
1,35		0,7407	1,118	1,35	1,0453	0,1489	1,35	0,9623	0,7266	1,109	1,324	1,0397	0,1260
1,40		0,7143	1,154	1,40	1,0571	0,1831	1,40	0,9563	0,6985	1,142	1,369	1,0498	0,1544
1,45		0,6897	1,196	1,45	1,0698	0,2188	1,45	0,9501	0,6722	1,180	1,413	1,0605	0,1838
1,50		0,6667	1,245	1,50	1,0333	0,2554	1,50	0,9438	0,6476	1,223	1,457	1,0717	0,2138
1,55		0,6452	1,300	1,55	1,0976	0,2927	1,55	0,9374	0,6246	1,272	1,501	1,0835	0,2443
1,60		0,6250	1,363	1,60	1,112	0,3306	1,60	0,9309	0,6030	1,326	1,544	1,0958	0,2749
1,65		0,6061	1,434	1,65	1,128	0,3689	1,65	0,9242	0,5826	1,387	1,586	1,108	0,3056
1,70		0,5882	1,514	1,70	1,144	0,4073	1,70	0,9174	0,5634	1,454	1,628	1,121	0,3362
1,75		0,5714	1,603	1,75	1,161	0,4458	1,75	0,9105	0,5453	1,528	1,670	1,134	0,3667
1,80		0,5556	1,703	1,80	1,178	0,4842	1,80	0,9036	0,5281	1,610	1,711	1,148	0,3969
1,85		0,5406	1,815	1,85	1,195	0,5225	1,85	0,8966	0,5118	1,701	1,752	1,161	0,4268
1,90		0,5263	1,941	0,90	1,213	0,5607	1,90	0,8895	0,4964	1,801	1,792	1,175	0,4563
1,95		0,5128	2,082	1,95	1,231	0,5956	1,95	0,8823	0,4817	1,911	1,832	1,179	0,4854
2,00		0,5000	2,241	2,00	1,250	0,6363	2,00	0,8750	0,4677	2,032	1,871	1,203	0,5140
2,05		0,4378	2,419	2,05	1,269	0,6736	2,05	0,8677	0,4544	2,165	1,910	1,217	0,5422
2,10		0,4762	2,620	2,10	1,288	0,7106	2,10	0,8603	0,4417	2,312	1,948	1,231	0,5698
2,15		0,4651	2,846	2,15	1,308	0,7472	2,15	0,8529	0,4295	2,473	1,986	1,245	0,5970
2,20		0,4545	3,100	2,20	1,327	0,7835	2,20	0,8454	0,4179	2,651	2,023	1,259	0,6237
2,25		0,4444	3,388	2,25	1,347	0,8194	2,25	0,8379	0,4068	2,846	2,060	1,273	0,6498
2,30		0,4348	3,714	2,30	1,367	0,8549	2,30	0,8304	0,3962	3,061	2,096	1,286	0,6754
2,35		0,4256	4,083	2,35	1,388	0,8900	2,35	0,8228	0,3860	3,299	2,132	1,300	0,7005
2,40		0,4167	4,502	2,40	1,408	0,9246	2,40	0,8152	0,3762	3,560	2,167	1,314	0,7251
2,45		0,4082	4,979	2,45	1,429	0,9588	2,45	0,8076	0,3668	3,848	2,202	1,328	0,7491
2,50		0,4000	5,522	2,50	1,45	0,9926	2,50	0,8000	0,3578	4,165	2,236	1,342	0,7726
2,55		0,3922	6,142	2,55	1,471	1,026	2,55	0,7924	0,3491	4,515	2,270	1,355	0,7957
2,60		0,3847	6,852	2,60	1,492	1,059	2,60	0,7848	0,3407	4,902	2,303	1,369	0,8182
2,65		0,3774	7,665	2,65	1,514	1,092	2,65	0,7771	0,3327	5,328	2,363	1,382	0,8402
2,70		0,3704	8,60	2,70	1,535	1,124	2,70	0,7695	0,3249	5,799	2,368	1,395	0,8617
2,75		0,3636	9,68	2,75	1,557	1,155	2,75	0,7619	0,3174	6,320	2,400	1,409	0,8828
2,80		0,3571	10,92	2,80	1,579	1,187	2,80	0,7543	0,3102	6,895	2,432	1,422	0,9034
2,85		0,3509	12,35	2,85	1,6	1,218	2,85	0,7467	0,3032	7,532	2,463	1,434	0,9735
2,90		0,3449	14,02	2,90	1,622	1,248	2,90	0,7392	0,2965	8,237	2,493	1,447	0,9432
2,95		0,3390	15,95	2,95	1,644	1,279	2,95	0,7316	0,2900	9,016	2,523	1,460	0,9624
3		0,3333	18,20	3	1,667	1,308	3	0,7241	0,2837	9,880	2,553	1,472	0,9812
3,5		0,2857	79,22	3,5	1,893	1,587	3,5	0,6512	0,2305	25,830	2,824	1,589	1,1470
4		0,2500	452	4	2,125	1,835	4	0,5833	0,1909	71,740	3,055	1,691	1,280
4,5		0,2222	3364	4,5	2,361	2,058	4,5	0,5217	0,1605	205,7	3,25	1,779	1,386
5		0,2000	32500	5	2,6	2,259	5	0,4667	0,1366	597,3	3,416	1,854	1,472
6		0,1667	6640000	6	3,083	2,611	6	0,3750	0,1021	4911	3,674	1,973	1,601
7		0,1429	3,78e+9	7	3,571	2,912	7	0,3043	0,0788	37919	3,862	2,060	1,689
8		0,1250	6e+12	8	4,062	3,174	8	0,2500	0,0625	263000	4	2,125	1,752
9		0,1111	2,62e+16	9	4,556	3,407	9	0,2079	0,05057	1610000	4,104	2,174	1,798
10		0,1000	3,14e+20	10	5,05	3,615	10	0,1750	0,04183	8890000	4,183	2,211	1,832
		0						0	0		4,583	2,4	1,997

LINEA DE FANNO

Para flujo compresible unidimensional de un gas perfecto

(= 1,2)

(= 1,3)

M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	v/v*	/	4 L _{máx} /d	M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	v/v*	/	4 L _{máx} /d
0,00	1,1			0			0,00	1,15			0		
0,05	1,0997	20,974	11,857	0,05243	9,562	327,09	0,05	1,149	21,444	11,721	0,05361	9,354	301,740
0,10	1,0989	10,483	5,953	0,1048	4,822	78,36	0,10	1,148	10,716	5,885	0,1072	4,720	72,200
0,15	1,0975	6,984	3,996	0,1571	3,260	32,81	0,15	1,146	7,137	3,952	0,1606	3,194	30,180
0,20	1,0956	5,234	3,026	0,2093	2,493	17,13	0,20	1,143	5,346	2,994	0,2138	2,445	15,730
0,25	1,0932	4,182	2,451	0,2614	2,044	10,04	0,25	1,139	4,270	2,426	0,2668	2,007	9,201
0,30	1,0902	3,480	2,073	0,3133	1,753	6,298	0,30	1,134	3,551	2,054	0,3195	1,724	5,759
0,35	1,0867	2,978	1,809	0,3649	1,553	4,121	0,35	1,129	3,036	1,793	0,3719	1,530	3,760
0,40	1,0827	2,601	1,615	0,4162	1,409	2,768	0,40	1,123	2,649	1,602	0,4239	1,391	2,520
0,45	1,0782	2,307	1,469	0,4672	1,304	1,887	0,45	1,116	2,348	1,459	0,4754	1,289	1,714
0,50	1,0732	2,072	1,356	0,5179	1,224	1,294	0,50	1,1084	2,106	1,348	0,5264	1,213	1,172
0,55	1,0677	1,879	1,268	0,5683	1,164	0,8855	0,55	1,1001	1,907	1,261	0,5769	1,155	0,8004
0,60	1,0618	1,717	1,199	0,6183	1,118	0,5999	0,60	1,0911	1,741	1,193	0,6267	1,111	0,5409
0,65	1,0554	1,581	1,144	0,6678	1,0826	0,3987	0,65	1,0815	1,600	1,140	0,6759	1,0777	0,3586
0,70	1,0486	1,463	1,100	0,7168	1,0561	0,2570	0,70	1,0713	1,479	1,0972	0,7245	1,0524	0,2305
0,75	1,0414	1,361	1,0666	0,7654	1,0360	0,1579	0,75	1,0605	1,373	1,0644	0,7724	1,0336	0,14131
0,80	1,0338	1,271	1,0410	0,834	1,0214	0,0902	0,80	1,0493	1,280	1,0395	0,8195	1,0199	0,08044
0,85	1,0259	1,192	1,0222	0,8609	1,0112	0,0455	0,85	1,0376	1,198	1,0214	0,8658	1,0104	0,04053
0,90	1,0176	1,121	1,0096	0,9078	1,0047	0,0183	0,90	1,0254	1,125	1,0092	0,9113	1,0043	0,01623
0,95	1,0089	1,0573	1,0023	0,9542	1,0011	0,0041	0,95	1,0129	1,0594	1,0022	0,9561	1,001	0,00367
1,00	1	1	1	1	1	0	1,00	1	1	1	1	1	0
1,05	0,9908	0,948	1,0022	1,0451	1,001	0,0035	1,05	0,9868	0,9461	1,0021	1,043	1,0009	0,00305
1,10	0,9813	0,9005	1,0087	1,0896	1,0037	0,0128	1,10	0,9733	0,8969	1,0083	1,0852	1,0033	0,01122
1,15	0,9715	0,8571	1,0194	1,134	1,0079	0,0270	1,15	0,9596	0,8518	1,0183	1,1266	1,0071	0,07324
1,20	0,9615	0,8172	1,0340	1,177	1,0340	0,0266	1,20	0,9457	0,8104	1,0321	1,167	1,012	0,0382
1,25	0,9514	0,7803	1,0525	1,219	1,0197	0,0634	1,25	0,9316	0,7722	1,0495	1,206	1,0177	0,05524
1,30	0,9410	0,7462	1,0749	1,261	1,0270	0,0850	1,30	0,9174	0,7368	1,0704	1,245	1,0241	0,07388
1,35	0,9304	0,7145	1,101	1,302	1,0351	0,1080	1,35	0,9031	0,7039	1,0948	1,283	1,0312	0,09365
1,40	0,9197	0,685	1,132	1,342	1,0437	0,1320	1,40	0,8887	0,6734	1,1227	1,320	1,0388	0,11417
1,45	0,9089	0,6575	1,166	1,382	1,0529	0,1567	1,45	0,8743	0,6448	1,153	1,356	1,0467	0,13513
1,50	0,8980	0,6317	1,205	1,421	1,0625	0,1817	1,50	0,8598	0,6182	1,189	1,391	1,0549	0,1564
1,55	0,8869	0,6076	1,248	1,459	1,0724	0,2069	1,55	0,8454	0,5932	1,228	1,425	1,0634	0,1777
1,60	0,8758	0,5849	1,296	1,497	1,0826	0,2323	1,60	0,8309	0,5697	1,271	1,458	1,0721	0,1989
1,65	0,8646	0,5635	1,349	1,534	1,0930	0,2575	1,65	0,8165	0,5477	1,318	1,491	1,0808	0,2200
1,70	0,8534	0,5434	1,407	1,570	1,1036	0,2825	1,70	0,8022	0,5269	1,369	1,523	1,0897	0,2408
1,75	0,8421	0,5244	1,471	1,606	1,114	0,3072	1,75	0,788	0,5073	1,424	1,554	1,0986	0,2613
1,80	0,8308	0,5064	1,540	1,641	1,125	0,3316	1,80	0,7739	0,4887	1,484	1,584	1,108	0,2814
1,85	0,8195	0,4894	1,615	1,675	1,136	0,3556	1,85	0,7599	0,4712	1,549	1,613	1,116	0,3010
1,90	0,8082	0,4732	1,697	1,708	1,147	0,3791	1,90	0,746	0,4546	1,618	1,641	1,125	0,3202
1,95	0,7970	0,4578	1,787	1,741	1,158	0,4021	1,95	0,7323	0,4388	1,693	1,669	1,134	0,3390
2,00	0,7857	0,4432	1,884	1,773	1,168	0,4247	2,00	0,7188	0,4239	1,773	1,696	1,143	0,3573
2,05	0,7745	0,4293	1,989	1,804	1,179	0,4468	2,05	0,7054	0,4097	1,859	1,722	1,151	0,3751
2,10	0,7634	0,4034	2,103	1,835	1,19	0,4684	2,10	0,6922	0,3952	1,951	1,747	1,160	0,3924
2,15	0,7523	0,4034	2,226	1,865	1,201	0,4894	2,15	0,6791	0,3833	2,050	1,772	1,163	0,4092
2,20	0,7413	0,3913	2,359	1,894	1,211	0,5099	2,20	0,6652	0,371	2,156	1,796	1,176	0,4255
2,25	0,7303	0,3798	2,504	1,923	1,221	0,5299	2,25	0,6536	0,3593	2,268	1,819	1,184	0,4413
2,30	0,7194	0,3682	2,660	1,951	1,232	0,5493	2,30	0,6412	0,3482	2,388	1,842	1,192	0,4566
2,35	0,7086	0,3582	2,829	1,978	1,242	0,5683	2,35	0,629	0,3375	2,517	1,864	1,200	0,4715
2,40	0,6980	0,3481	3,011	2,005	1,252	0,5868	2,40	0,617	0,3273	2,654	1,885	1,208	0,4860
2,45	0,6874	0,3384	3,208	2,031	1,262	0,6047	2,45	0,6051	0,3175	2,800	1,906	1,215	0,5000
2,50	0,6769	0,3291	3,420	2,057	1,272	0,6222	2,50	0,5935	0,3032	2,954	1,926	1,223	0,5136
2,55	0,6665	0,3202	3,650	2,082	1,281	0,6392	2,55	0,5822	0,2992	3,119	1,946	1,230	0,5267
2,60	0,6563	0,3116	3,898	2,106	1,291	0,6557	2,60	0,5711	0,2906	3,295	1,965	1,237	0,5394
2,65	0,6462	0,3033	4,166	2,130	1,300	0,6718	2,65	0,5601	0,2824	3,482	1,983	1,244	0,5517
2,70	0,6362	0,2954	4,455	2,154	1,309	0,6874	2,70	0,5493	0,2745	3,681	2,001	1,250	0,5636
2,75	0,6263	0,2878	4,767	2,176	1,318	0,7026	2,75	0,5388	0,2669	3,892	2,019	1,257	0,5752
2,80	0,6166	0,2804	5,103	2,199	1,327	0,7173	2,80	0,5285	0,2596	4,116	2,036	1,263	0,5864
2,85	0,6070	0,2733	5,466	2,220	1,335	0,7316	2,85	0,5184	0,2526	4,354	2,052	1,270	0,5972
2,90	0,5975	0,2665	5,858	2,242	1,344	0,7456	2,90	0,5085	0,2459	4,607	2,068	1,276	0,6077
2,95	0,5882	0,2600	6,280	2,263	1,352	0,7592	2,95	0,4988	0,2394	4,875	2,084	1,282	0,6179
3	0,5789	0,2536	6,735	2,283	1,36	0,7724	3	0,4894	0,2332	5,16	2,099	1,288	0,6277
3,5	0,4944	0,2009	13,76	2,461	1,434	0,8857	3,5	0,4053	0,1819	9,11	2,228	1,338	0,7110
4	0,4231	0,1626	28,35	2,602	1,493	0,9718	4	0,3382	0,1454	15,94	2,326	1,378	0,7726
4,5	0,3636	0,1340	57,96	2,714	1,541	1,0380	4,5	0,2848	0,1186	27,39	2,402	1,409	0,8189
5	0,3143	0,1121	116,31	2,803	1,58	1,0896	5	0,2421	0,09841	45,95	2,460	1,433	0,8543
6	0,2391	0,0815	434,7	2,934	1,637	1,1630	6	0,1797	0,07065	120,1	2,543	1,463	0,9037
7	0,1864	0,06168	1458,7	3,023	1,677	1,2120	7	0,1377	0,05302	285,3	2,598	1,491	0,9355
8	0,1486	0,04819	4353	3,084	1,704	1,2450	8	0,1085	0,04117	625,2	2,635	1,507	0,9570
9	0,1209	0,03863	13156	3,129	1,724	1,2680	9	0,08745	0,03286	1275	2,662	1,519	0,9722
10	0,1	0,03162	29601	3,162	1,739	1,2860	10	0,07188	0,02769	2438	2,681	1,527	0,9832
	0	0		3,317	1,809	1,3650		0	0		2,769	1,565	1,0326

LINEA DE FANNO
Para flujo compresible unidimensional de un gas perfecto ($\gamma = 1,40$)

M	T/T*	p/p*	ρ/ρ^*	v/v*	/	4 L _{máx} /d	M	T/T*	p/p*	ρ/ρ^*	v/v*	/	4 L _{máx} /d
0,00	1,2			0			0,75	1,07865	1,3848	1,06242	0,77893	1,03137	0,12728
0,01	1,2	109,544	57,874	0,01055	45,650	7134,40	0,76	1,07573	1,3647	1,05700	0,78825	1,02844	0,11446
0,02	1,1555	54,77	28,942	0,02191	22,834	1778,45	0,77	1,07279	1,3451	1,05188	0,78753	1,02570	0,10262
0,03	1,1998	36,511	19,300	0,03286	15,232	787,08	0,78	1,06982	1,3260	1,04705	0,80677	1,07314	0,09167
0,04	1,1996	27,382	14,482	0,04381	11,435	440,35	0,79	1,06684	1,3074	1,04250	0,81598	1,02075	0,08159
0,05	1,1994	21,903	11,591	0,05476	9,1584	280,02	0,80	1,06383	1,2892	1,03823	0,82514	1,01853	0,07229
0,06	1,1991	18,251	9,6659	0,06570	7,6428	193,03	0,81	1,06080	1,2715	1,03422	0,83426	1,01646	0,06375
0,07	1,1988	15,642	8,2915	0,07664	6,562	140,66	0,82	1,05775	1,2542	1,03047	0,84334	1,01455	0,05593
0,08	1,1985	13,684	7,2616	0,08758	5,7529	106,72	0,83	1,05468	1,2373	1,02696	0,85239	1,01278	0,04878
0,09	1,1981	12,162	6,4614	0,09851	5,1249	83,496	0,84	1,05160	1,2208	1,07370	0,86140	1,01115	0,04226
0,10	1,1976	10,943	5,8218	0,10943	4,6236	66,922	0,85	1,04849	1,2047	1,02067	0,87037	1,00966	0,03632
0,11	1,1971	9,9465	5,2992	0,12035	4,2146	54,688	0,86	1,04537	1,1889	1,01787	0,87929	1,00829	0,03097
0,12	1,1966	9,1156	4,8643	0,13126	3,8747	45,408	0,87	1,04223	1,1735	1,01529	0,88818	1,00704	0,02613
0,13	1,1960	8,4123	4,4968	0,14216	3,588	38,207	0,88	1,03909	1,1584	1,01294	0,89703	1,00591	0,02180
0,14	1,1953	7,8093	4,1824	0,15306	3,3432	32,511	0,89	1,03589	1,1436	1,01080	0,90583	1,00490	0,01793
0,15	1,1946	7,2866	3,9103	0,16395	3,1317	27,932	0,90	1,03270	1,12913	1,00387	0,91459	1,00399	0,01451
0,16	1,1939	6,8291	3,6727	0,17482	2,9474	24,198	0,91	1,02950	1,11500	1,00714	0,92332	1,00318	0,01152
0,17	1,1931	6,4252	3,4635	0,18568	2,7555	21,115	0,92	1,02627	1,10114	1,00560	0,93701	1,00248	0,00892
0,18	1,1923	6,0662	3,2779	0,19654	2,6422	18,543	0,93	1,02304	1,08758	1,00426	0,94065	1,00188	0,00669
0,19	1,1914	5,7448	3,1123	0,20739	2,5146	16,375	0,94	1,01978	1,07430	1,00311	0,94925	1,00136	0,00481
0,20	1,1905	5,4555	2,9635	0,21822	2,4004	14,533	0,95	1,01652	1,06129	1,00215	0,95782	1,00093	0,00323
0,21	1,1895	5,1936	2,8293	0,22904	2,2976	12,956	0,96	1,01324	1,04854	1,00137	0,96634	1,00059	0,00206
0,22	1,1885	4,9554	2,7076	0,23984	2,2046	11,596	0,97	1,00995	1,03605	1,00076	0,97481	1,00033	0,00113
0,23	1,1874	4,7378	2,5563	0,25063	2,1203	10,416	0,98	1,00664	1,02379	1,00033	0,98324	1,00014	0,00049
0,24	1,1863	4,5383	2,4556	0,26141	2,0434	9,3865	0,99	1,00333	1,01178	1,00008	0,99164	1,00003	0,00012
0,25	1,1852	4,3546	2,4027	0,27217	1,9732	8,4834	1,00	1	1	1	1	1	0
0,26	1,1840	4,1850	2,3173	0,28291	1,9088	7,6876	1,01	0,99666	0,98844	1,00008	1,00331	1,00003	0,00011
0,27	1,1828	4,0280	2,2385	0,29364	1,8496	6,9832	1,02	0,99331	0,97771	1,00033	1,01658	1,00013	0,00046
0,28	1,1815	3,8820	2,1656	0,30435	1,795	6,3572	1,03	0,98995	0,96598	1,00073	1,02481	1,00030	0,00101
0,29	1,1802	3,7460	2,0979	0,31504	1,7446	5,7989	1,04	0,98658	0,95506	1,00130	1,03300	1,00053	0,00177
0,30	1,1788	3,6190	2,0351	0,32572	1,6979	5,2992	1,05	0,98320	0,94435	1,00203	1,04115	1,00082	0,00271
0,31	1,1774	3,5002	1,9765	0,33637	1,6546	4,8507	1,06	0,97982	0,93383	1,00291	1,04925	1,00116	0,00384
0,32	1,1759	3,3888	1,9219	0,34700	1,6144	4,4469	1,07	0,97642	0,92350	1,00394	1,05731	1,00155	0,00513
0,33	1,1744	3,2840	1,8708	0,35762	1,5769	4,0821	1,08	0,97302	0,91335	1,00512	1,06533	1,00200	0,00658
0,34	1,1729	3,1853	1,8229	0,36822	1,542	3,7520	1,09	0,96960	0,90338	1,00645	1,07331	1,00250	0,00818
0,35	1,1713	3,0922	1,7780	0,37880	1,5094	3,4525	1,10	0,96518	0,89359	1,00793	1,08124	1,00305	0,00993
0,36	1,1697	3,0042	1,7358	0,38935	1,4789	3,1801	1,11	0,96276	0,88397	1,00955	1,08913	1,00365	0,01181
0,37	1,1680	2,9209	1,6961	0,39988	1,4503	2,9320	1,12	0,95933	0,87451	1,01131	1,09698	1,00429	0,01382
0,38	1,1663	2,8420	1,6587	0,41039	1,4236	2,7055	1,13	0,95589	0,86522	1,01322	1,10479	1,00497	0,01595
0,39	1,1646	2,7671	1,6234	0,42037	1,3985	2,4983	1,14	0,95244	0,85608	1,01527	1,11256	1,00569	0,01887
0,40	1,1628	2,6958	1,5901	0,43133	1,3749	2,3085	1,15	0,94899	0,84710	1,01746	1,1203	1,00645	0,02053
0,41	1,1610	2,6280	1,5587	0,44177	1,3527	2,1344	1,16	0,94554	0,83827	1,01978	1,1280	1,00726	0,02298
0,42	1,1591	2,5634	1,5289	0,45218	1,3318	1,9744	1,17	0,94208	0,82958	1,02224	1,1356	1,00310	0,02552
0,43	1,1572	2,5017	1,5007	0,46257	1,3122	1,8272	1,18	0,93862	0,82104	1,02484	1,1432	1,00397	0,02814
0,44	1,1553	2,4428	1,4739	0,47293	1,2937	1,8272	1,19	0,93515	0,81263	1,02757	1,1508	1,00988	0,03085
0,45	1,1533	2,3865	1,4486	0,48326	1,2763	1,5664	1,20	0,93163	0,80436	1,03044	1,1583	1,01082	0,03364
0,46	1,1512	2,3326	1,4246	0,49357	1,2598	1,4509	1,21	0,92820	0,79623	1,03344	1,1658	1,01178	0,03650
0,47	1,1492	2,2809	1,4018	0,50385	1,2443	1,3442	1,22	0,92473	0,78822	1,03657	1,1732	1,01278	0,03942
0,48	1,1471	2,2314	1,3801	0,51410	1,2296	1,2453	1,23	0,92125	0,78034	1,03983	1,1806	1,01381	0,04241
0,49	1,1450	2,1838	1,3595	0,52433	1,2158	1,1539	1,24	0,91777	0,77258	1,04323	1,1879	1,01486	0,04547
0,50	1,1429	2,1381	1,3399	0,53453	1,2027	1,06908	1,25	0,91429	0,76495	1,04676	1,1952	1,01594	0,04858
0,51	1,1407	2,0942	1,3212	0,54469	1,1903	0,99042	1,26	0,91080	0,75743	1,05041	1,2025	1,01705	0,05174
0,52	1,1384	2,0519	1,3034	0,55482	1,1786	0,91741	1,27	0,90732	0,75003	1,05419	1,2097	1,01818	0,05494
0,53	1,1362	2,0112	1,2864	0,56493	1,1675	0,84963	1,28	0,90383	0,74274	1,05809	1,2169	1,01933	0,05820
0,54	1,1339	1,9719	1,2702	0,57501	1,1571	0,78662	1,29	0,90035	0,73556	1,06213	1,2240	1,02050	0,06150
0,55	1,1315	1,9341	1,2549	0,58506	1,1472	0,72805	1,30	0,89686	0,72848	1,06630	1,2311	1,02169	0,06483
0,56	1,1292	1,8976	1,2403	0,59507	1,1378	0,67357	1,31	0,89338	0,72152	1,07060	1,2382	1,02291	0,06320
0,57	1,1268	1,8623	1,2263	0,60505	1,1289	0,62286	1,32	0,88989	0,71465	1,07502	1,2452	1,02415	0,07161
0,58	1,1244	1,8282	1,213	0,61500	1,1205	0,57568	1,33	0,88641	0,70789	1,07957	1,2522	1,02540	0,07504
0,59	1,1219	1,7952	1,2003	0,62492	1,1126	0,53174	1,34	0,88292	0,70123	1,08424	1,2591	1,02666	0,07850
0,60	1,1194	1,7634	1,1882	0,63481	1,10504	0,49081	1,35	0,87944	0,69466	1,08904	1,2660	1,02794	0,08199
0,61	1,1169	1,7325	1,1766	0,64467	1,09793	0,45270	1,38	0,87596	0,68818	1,09397	1,2729	1,02924	0,08550
0,62	1,1144	1,7026	1,1656	0,65449	1,09120	0,41720	1,37	0,87249	0,68180	1,09902	1,2797	1,03056	0,08904
0,63	1,1118	1,6737	1,1551	0,66427	1,08485	0,38411	1,38	0,86901	0,67551	1,1041	1,2864	1,03189	0,09259
0,64	1,1091	1,6456	1,1451	0,67402	1,07883	0,35330	1,39	0,86554	0,66931	1,1098	1,2932	1,03323	0,09616
0,65	1,1065	1,6183	1,1356	0,68374	1,07314	0,32460	1,40	0,86207	0,66320	1,1149	1,2999	1,03458	0,09974
0,66	1,10383	1,5919	1,1265	0,69342	1,06777	0,29785	1,41	0,85860	0,65717	1,1205	1,3065	1,03595	0,10333
0,67	1,10114	1,5662	1,1179	0,70306	1,06271	0,27295	1,42	0,85514	0,65122	1,1262	1,3131	1,03733	0,10694
0,68	1,09842	1,5413	1,1097	0,71267	1,05792	0,24978	1,43	0,85163	0,64536	1,1320	1,3197	1,03872	0,11056
0,69	1,09567	1,5170	1,1018	0,72226	1,05340	0,22821	1,44	0,84822	0,63958	1,1379	1,3262	1,04012	0,11419
0,70	1,09290	1,4934	1,09436	0,73179	1,04915	0,20814	1,45	0,84477	0,63387	1,1440	1,3327	1,04153	0,11782
0,71	1,09010	1,4705	1,08729	0,74129	1,04514	0,18949	1,46	0,84133	0,62824	1,1502	1,3392	1,04295	0,12146
0,72	1,08727	1,4482	1,08057	0,75076	1,04137	0,17215	1,47	0,83788	0,62269	1,1565	1,3456	1,04438	0,12510
0,73	1,08442	1,4265	1,07419	0,76019	1,03783	0,15606	1,48	0,83445	0,61722	1,1629	1,3520	1,04581	0,12875
0,74	1,08155	1,4054	1,06815	0,76958	1,03450	0,14113	1,49	0,83101	0,61181	1,1695	1,3583	1,04725	0,13240

LINEA DE FANNO
Para flujo compresible unidimensional de un gas perfecto ($\gamma = 1,40$)

M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	v/v*	/	4 L _{máx} /d	M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	v/v*	/	4 L _{máx} /d
1,50	0,8276	0,6065	1,1762	1,3646	1,04870	0,13605	2,25	0,5963	0,3432	2,0964	1,7374	1,1565	0,37378
1,51	0,8242	0,6012	1,1830	1,3708	1,05016	0,13970	2,26	0,5936	0,3409	2,1154	1,7412	1,1578	0,37630
1,52	0,8207	0,5960	1,1899	1,3770	1,05162	0,14335	2,27	0,5910	0,3387	2,1345	1,7450	1,1590	0,37881
1,53	0,8173	0,5904	1,1970	1,3832	1,05309	0,14699	2,28	0,5883	0,3364	2,1538	1,7488	1,1603	0,38130
1,54	0,8139	0,5858	1,2043	1,3894	1,05456	0,15063	2,29	0,5857	0,3342	2,1733	1,7526	1,1616	0,38377
1,55	0,8105	0,5808	1,2116	1,3955	1,05604	0,15427	3,30	0,5831	0,3320	2,1931	1,7563	1,1629	0,38623
1,56	0,8072	0,5759	1,2190	1,4015	1,05752	0,15790	2,31	0,5805	0,3296	2,2131	1,7600	1,1641	0,38867
1,57	0,8038	0,5710	1,2266	1,4075	1,05900	0,16152	2,32	0,5779	0,3277	2,2333	1,7637	1,1653	0,39109
1,58	0,8004	0,5662	1,2343	1,4135	1,06049	0,16514	2,33	0,5753	0,3255	2,2537	1,7673	1,1666	0,39350
1,59	0,7970	0,5615	1,2422	1,4195	1,06198	0,16376	2,34	0,5728	0,3234	2,2744	1,7709	1,1678	0,39589
1,60	0,7936	0,5568	1,2502	1,4254	1,06348	0,17236	2,35	0,5702	0,3213	2,2953	1,7745	1,1690	0,39826
1,61	0,7903	0,5522	1,2583	1,4313	1,06498	0,17595	2,36	0,5677	0,3192	2,3164	1,7781	1,1703	0,40062
1,62	0,7870	0,5476	1,2666	1,4371	1,06648	0,17953	2,37	0,5651	0,3172	2,3377	1,7817	1,1715	0,40296
1,63	0,7836	0,5430	1,2750	1,4429	1,06798	0,18311	2,38	0,5626	0,3152	2,3593	1,7852	1,1727	0,40523
1,64	0,7803	0,5386	1,2835	1,4487	1,06948	0,18667	2,39	0,5601	0,3131	2,3811	1,7887	1,1739	0,40760
1,65	0,7770	0,5342	1,2922	1,4544	1,07098	0,19022	2,40	0,5576	0,3111	2,4031	1,7922	1,1751	0,40989
1,66	0,7736	0,5299	1,3010	1,4601	1,07249	0,19376	2,41	0,5551	0,3092	2,4254	1,7956	1,1763	0,40939
1,67	0,7703	0,5256	1,3099	1,4657	1,07399	0,19729	2,42	0,5527	0,3072	2,4479	1,7991	1,1775	0,41442
1,68	0,7670	0,5213	1,3190	1,4713	1,07550	0,20031	2,43	0,5502	0,3053	2,4706	1,8025	1,1786	0,41667
1,69	0,7637	0,5171	1,3282	1,4769	1,07701	0,20431	2,44	0,5478	0,3033	2,4936	1,8059	1,1798	0,41891
1,70	0,7605	0,5130	1,3376	1,4825	1,07851	0,20780	2,45	0,5453	0,3014	2,5163	1,8092	1,1810	0,42113
1,71	0,7572	0,5039	1,3471	1,4830	1,08002	0,21128	2,46	0,5429	0,2995	2,5403	1,8126	1,1821	0,42333
1,72	0,7539	0,5048	1,3567	1,4935	1,08152	0,21474	2,47	0,5405	0,2977	2,5640	1,8159	1,1833	0,42551
1,73	0,7507	0,5008	1,3665	1,4989	1,08302	0,21819	2,48	0,5381	0,2958	2,5880	1,8192	1,1844	0,42768
1,74	0,7474	0,4969	1,3764	1,5043	1,08453	0,22162	2,49	0,5357	0,2939	2,6122	1,8225	1,1856	0,42983
1,75	0,7442	0,4929	1,3865	1,5097	1,08603	0,22504	2,50	0,5333	0,2921	2,6367	1,8257	1,1867	0,43197
1,76	0,7410	0,4891	1,3967	1,5150	1,03753	0,22844	2,51	0,5310	0,2903	2,6615	1,8290	1,1879	0,43410
1,77	0,7377	0,4853	1,4070	1,5203	1,08903	0,23183	2,52	0,5286	0,2885	2,6865	1,8322	1,1890	0,43631
1,78	0,7345	0,4815	1,4175	1,5256	1,09053	0,73520	2,53	0,5263	0,2867	2,7117	1,8354	1,1910	0,43831
1,79	0,7313	0,4778	1,4282	1,5308	1,09202	0,73855	2,54	0,5239	0,2850	2,7372	1,8386	1,1912	0,44040
1,80	0,7282	0,4741	1,4390	1,5360	1,09352	0,24189	2,55	0,5216	0,2832	2,7630	1,8417	1,1973	0,44247
1,81	0,7250	0,4704	1,4499	1,5412	1,09500	0,24521	2,56	0,5193	0,2815	2,7891	1,8448	1,1934	0,44452
1,82	0,7218	0,4668	1,4610	1,5463	1,09649	0,24851	2,57	0,5170	0,2798	2,8154	1,8479	1,1945	0,44655
1,83	0,7187	0,4632	1,4723	1,5514	1,09798	0,25180	2,58	0,5147	0,2781	2,8420	1,8510	1,1956	0,44857
1,84	0,7155	0,4597	1,4837	1,5564	1,09946	0,25507	2,59	0,5125	0,2764	2,8689	1,8541	1,1967	0,45059
1,85	0,7124	0,4562	1,4952	1,5614	1,10090	0,25832	2,60	0,5102	0,2747	2,8960	1,8571	1,1978	0,45259
1,86	0,7114	0,4528	1,5069	1,5664	1,10240	0,26156	2,61	0,5080	0,2731	2,9234	1,8602	1,1989	0,45457
1,87	0,7061	0,4494	1,5188	1,5714	1,10390	0,26478	2,62	0,5057	0,2714	2,9511	1,8632	1,2000	0,45654
1,88	0,7030	0,4460	1,5308	1,5763	1,10540	0,26798	2,63	0,5035	0,2698	2,9791	1,8662	1,2011	0,45850
1,89	0,6999	0,4427	1,5429	1,5812	1,10680	0,27116	2,64	0,5013	0,2682	3,0074	1,8691	1,2021	0,46044
1,90	0,6969	0,4394	1,5552	1,5861	1,10830	0,27433	2,65	0,4991	0,2666	3,0359	1,8721	1,2031	0,46237
1,91	0,6938	0,4361	1,5677	1,5909	1,10970	0,27748	2,66	0,4969	0,2650	3,0647	1,8750	1,2052	0,46619
1,92	0,6907	0,4324	1,5804	1,5957	1,11120	0,28061	2,68	0,4925	0,2617	3,1234	1,8808	1,2062	0,46807
1,93	0,6877	0,4297	1,5932	1,6005	1,11260	0,28372	2,69	0,4904	0,2603	3,1530	1,8837	1,2073	0,46996
1,94	0,6846	0,4265	1,6062	1,6052	1,11410	0,28681	2,70	0,4882	0,2588	3,1830	1,8865	1,2083	0,47182
1,95	0,6816	0,4234	1,6193	1,6099	1,11550	0,28989	2,71	0,4861	0,2573	3,2133	1,8894	1,2093	0,47367
1,96	0,6786	0,4203	1,6326	1,6146	1,11700	0,29295	2,72	0,4839	0,2557	3,2440	1,8922	1,2103	0,47551
1,97	0,6756	0,4172	1,6461	1,6193	1,11840	0,29599	2,73	0,4818	0,2543	3,2749	1,8950	1,2113	0,47734
1,98	0,6726	0,4142	1,6597	1,6239	1,11980	0,29901	2,74	0,4797	0,2528	3,3061	1,8978	1,2123	0,47915
1,99	0,6696	0,4112	1,6735	1,6284	1,12130	0,30201	2,75	0,4776	0,2513	3,3376	1,9005	1,2133	0,48095
2,00	0,6667	0,4083	1,6875	1,6330	1,12270	0,30499	2,76	0,4755	0,2498	3,3695	1,9032	1,2143	0,48274
2,01	0,6637	0,4053	1,7017	1,6375	1,12410	0,30796	2,77	0,4735	0,2484	3,4017	1,9060	1,2153	0,48452
2,02	0,6608	0,4024	1,7160	1,6420	1,12550	0,31091	2,78	0,4714	0,2470	3,4342	1,9087	1,2163	0,48628
2,03	0,6578	0,3995	1,7305	1,6465	1,12690	0,31384	2,79	0,4693	0,2455	3,4670	1,9114	1,2173	0,48803
2,04	0,6549	0,3967	1,7452	1,6509	1,12830	0,31675	2,80	0,4673	0,2441	3,5001	1,9140	1,2182	0,48976
2,05	0,6520	0,3939	1,7600	1,6553	1,12970	0,31965	2,81	0,4653	0,2427	3,5336	1,9167	1,2192	0,49148
2,06	0,6491	0,3911	1,7750	1,6597	1,13110	0,32253	2,82	0,4632	0,2414	3,5674	1,9193	1,2202	0,49321
2,07	0,6462	0,3883	1,7902	1,6640	1,13250	0,32538	2,84	0,4592	0,2386	3,6359	1,9246	1,2221	0,49660
2,08	0,6433	0,3856	1,8056	1,6683	1,13390	0,32822	2,86	0,4552	0,2359	3,7058	1,9297	1,2240	0,49995
2,09	0,6405	0,3829	1,8212	1,6726	1,13520	0,33104	2,88	0,4513	0,2333	3,7771	1,9348	1,2258	0,50326
2,10	0,6376	0,3802	1,8369	1,6769	1,13660	0,33385	2,90	0,4474	0,2307	3,8498	1,9398	1,2277	0,50651
2,11	0,6348	0,3776	1,8528	1,6811	1,13800	0,33664	2,92	0,4436	0,2281	3,9738	1,9448	1,2295	0,50973
2,12	0,6320	0,3750	1,8690	1,6853	1,13930	0,33940	2,94	0,4398	0,2256	3,9993	1,9497	1,2313	0,51291
2,13	0,6291	0,3724	1,8853	1,6895	1,14070	0,34215	2,96	0,4360	0,2231	4,0763	1,9545	1,2331	0,51603
2,14	0,6263	0,3698	1,9018	1,6936	1,14200	0,34488	2,98	0,4323	0,2206	4,1547	1,9592	1,2348	0,51912
2,15	0,6235	0,3673	1,9185	1,6977	1,14340	0,34760	3	0,4286	0,2182	4,2346	1,9640	1,2366	0,52216
2,16	0,6208	0,3648	1,9354	1,7018	1,14470	0,35030	3,5	0,3478	0,1685	6,7896	2,0642	1,2743	0,58643
2,17	0,6180	0,3623	1,9525	1,7059	1,14600	0,35298	4	0,2857	0,1336	10,719	2,1381	1,3029	0,63306
2,18	0,6152	0,3598	1,9698	1,7099	1,14740	0,35564	5	0,2000	0,0894	25,00	2,2361	1,3416	0,69381
2,19	0,6125	0,3574	1,9873	1,7139	1,14870	0,35823	6	0,1463	0,0638	53,18	2,2953	1,3655	0,72987
2,20	0,6098	0,3549	2,0050	1,7179	1,15000	0,36091	7	0,1111	0,0476	104,14	2,3333	1,3810	0,75281
2,21	0,6070	0,3525	2,0228	1,7219	1,15130	0,36352	8	0,0870	0,0369	190,11	2,3591	1,3915	0,76820
2,22	0,6043	0,3502	2,0409	1,7258	1,15160	0,36352	9	0,0698	0,0294	327,19	2,3772	1,3989	0,77898
2,23	0,6016	0,3478	2,0592	1,7297	1,15390	0,36868	10	0,0571	0,0239	535,94	2,3905	1,4044	0,78683
2,24	0,5989	0,3455	2,0777	1,7336	1,15520	0,37124		0	0		2,4495	1,4289	0,82153

LINEA DE FANNO

Para flujo compresible unidimensional de un gas perfecto ($\gamma = 1,67$)

M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	V/V*	F/F*	4 L _{máx} /D	M	T/T*	p/p*	p ₀ /p ₀ *	V/V*	F/F*
0,00	1,335			0			1,76	0,6590	0,4639	1,312	1,421	1,0623
0,05	1,334	23,099	11,265	5,7e-2	8,687	234,36	1,80	0,6402	0,4445	1,351	1,440	1,0673
0,10	1,331	11,535	5,661	0,1154	4,392	55,53	1,85	0,6219	0,4263	1,392	1,459	1,0722
0,15	1,325	7,674	3,505	0,1727	2,982	23,21	1,90	0,6042	0,4091	1,436	1,477	1,0770
0,20	1,317	5,735	2,887	0,2296	2,293	12,11	1,95	0,5871	0,3929	1,482	1,494	1,0817
0,25	1,303	4,574	2,344	0,2555	1,892	6,98	2,00	0,5705	0,3776	1,530	1,510	1,0863
0,30	1,296	3,755	1,989	0,3415	1,635	4,337	2,05	0,5544	0,3632	1,580	1,526	1,0908
0,35	1,282	3,235	1,741	0,3963	1,460	2,810	2,10	0,5388	0,3496	1,632	1,541	1,0952
0,40	1,267	2,814	1,560	0,4502	1,336	1,868	2,15	0,5238	0,3367	1,687	1,556	1,0994
0,45	1,250	2,455	1,424	0,5031	1,245	1,260	2,20	0,5093	0,3244	1,744	1,570	1,1035
0,50	1,232	2,220	1,320	0,5549	1,178	0,8545	2,25	0,4952	0,3128	1,803	1,583	1,107
0,55	1,212	2,002	1,239	0,6056	1,128	0,5757	2,30	0,4816	0,3017	1,865	1,596	1,111
0,60	1,151	1,819	1,176	0,6545	1,0909	0,3877	2,35	0,4684	0,2912	1,929	1,608	1,115
0,65	1,169	1,664	1,126	0,7029	1,0628	0,2545	2,40	0,4557	0,2813	1,995	1,620	1,119
0,70	1,146	1,530	1,0874	0,7496	1,0418	0,1625	2,45	0,4434	0,2718	2,064	1,631	1,122
0,75	1,1233	1,413	1,0576	0,7949	1,0265	0,0987	2,50	0,4315	0,2628	2,135	1,642	1,126
0,80	1,0993	1,311	1,0351	0,8388	1,0155	0,05576	2,55	0,4200	0,2542	2,209	1,653	1,129
0,85	1,0748	1,220	1,0189	0,8812	1,0080	0,02780	2,60	0,4089	0,2460	2,285	1,663	1,132
0,90	1,0501	1,139	1,0081	0,9222	1,0033	0,01106	2,65	0,3982	0,2381	2,364	1,672	1,135
0,95	1,0251	1,0657	1,0019	0,9618	1,0008	0,00248	2,70	0,3878	0,2306	2,445	1,682	1,138
1,00	1	1	1	1	1	0	2,75	0,3778	0,2235	2,529	1,691	1,141
1,05	0,9749	0,9404	1,0018	1,0368	1,0006	0,00203	2,80	0,3681	0,2167	2,616	1,699	1,144
1,10	0,9499	0,8860	1,0070	1,0721	1,0024	0,00740	2,85	0,3587	0,2102	2,705	1,707	1,146
1,15	0,9251	0,8364	1,0154	1,1061	1,0051	0,01522	2,90	0,3497	0,2039	2,797	1,715	1,149
1,20	0,9006	0,7908	1,0266	1,1388	1,0084	0,02481	2,95	0,3410	0,1979	2,892	1,723	1,152
1,25	0,8763	0,7489	1,0406	1,170	1,0124	0,03564	3	0,3325	0,1922	2,990	1,730	1,154
1,30	0,8524	0,7100	1,0573	1,200	1,0167	0,04733	3,5	0,2616	0,1461	4,134	1,790	1,174
1,35	0,8289	0,6744	1,0765	1,229	1,0213	0,05957	4	0,2099	0,1145	5,608	1,833	1,189
1,40	0,8059	0,6412	1,0981	1,257	1,0262	0,07212	4,5	0,1715	0,0920	7,456	1,864	1,200
1,45	0,7833	0,6104	1,122	1,284	1,0313	0,08481	5	0,1424	0,0755	9,721	1,887	1,208
1,50	0,7612	0,5817	1,148	1,309	1,0364	0,09749	6	0,1022	0,0533	15,68	1,918	1,220
1,55	0,7397	0,5545	1,176	1,333	1,0416	0,11010	7	0,0767	0,0396	23,85	1,938	1,227
1,60	0,7187	0,5255	1,207	1,356	1,0468	0,12250	8	0,0595	0,0305	34,58	1,951	1,232
1,65	0,6982	0,5054	1,240	1,378	1,0520	0,13460	9	0,0474	0,0242	48,24	1,960	1,735
1,70	0,6783	0,4845	1,275	1,400	1,0572	0,14650	10	0,0387	0,0200	65,18	1,967	1,238
								0	0		1,996	1,249

$$\frac{T}{T^*} = \frac{+1}{2 \left(1 + \frac{-1}{2} M^2\right)}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]^{-(1-\gamma)} ; \quad \frac{p}{p^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{+1}{2 \left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]}} ; \quad \frac{p_0}{p_0^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2 \left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]}{+1}\right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

$$\frac{F}{F^*} = \frac{1}{M} \frac{1 + M^2}{\sqrt{2 \left(\gamma + 1\right) \left(1 + \frac{-1}{2} M^2\right)}}$$

$$M^* = \frac{V}{V^*} = M \sqrt{\frac{1 + M^2}{2 \left(1 + \frac{-1}{2} M^2\right)}}$$

$$\frac{4 L_{máx}}{D} = \frac{1 - M^2}{M^2} + \frac{+1}{2} \ln \frac{(\gamma + 1) M^2}{2 \left[1 + \frac{-1}{2} M^2\right]}$$

FUNCIONES PARA EL FLUJO ISENTROPICO COMPRESIBLE UNIDIMENSIONAL ($\gamma = 1,40$)

M	M*	A/A*	p/P ₀	ρ/ρ_0	T/T ₀	F/F*	M	M*	A/A*	p/P ₀	ρ/ρ_0	T/T ₀	F/F*
0	0		1	1	1		0,72	0,75076	1,0806	0,70802	0,78143	0,60606	1,0414
0,01	0,01096	57,8740	0,99993	0,99995	0,99998	45,6500	0,73	0,76019	1,0742	0,70155	0,77632	0,90368	1,0378
0,02	0,02191	28,9420	0,99972	0,99980	0,99992	22,8340	0,74	0,76958	1,0681	0,69507	0,77116	0,90129	1,0345
0,03	0,03286	19,3000	0,99937	0,99955	0,99982	15,2320	0,75	0,77893	1,0624	0,68857	0,76603	0,89888	1,0314
0,04	0,04381	14,4820	0,98880	0,99920	0,99968	11,4350	0,76	0,78825	1,0570	0,68207	0,76086	0,89644	1,0284
0,05	0,05476	11,5920	0,99825	0,99875	0,99950	9,1584	0,77	0,79753	1,0519	0,67556	0,75567	0,89399	1,0257
0,06	0,06570	9,6659	0,99748	0,99820	0,99928	7,6420	0,78	0,80677	1,0471	0,66905	0,75046	0,89152	1,0231
0,07	0,07664	8,2915	0,99658	0,99755	0,99902	6,5620	0,79	0,81597	1,0425	0,66254	0,74524	0,88903	1,0208
0,08	0,08758	7,2616	0,99553	0,99800	0,99872	5,7520	0,80	0,82514	1,0382	0,65602	0,74000	0,88652	1,0185
0,09	0,09851	6,4613	0,99435	0,99596	0,99838	5,1240	0,81	0,83426	1,0342	0,64951	0,73474	0,88400	1,0165
0,10	0,10943	5,8218	0,99303	0,99502	0,99800	4,6236	0,82	0,84334	1,0305	0,64300	0,72947	0,88146	1,0146
0,11	0,12035	5,2992	0,99157	0,99398	0,99758	4,2146	0,83	0,85239	1,0270	0,63650	0,72419	0,87890	1,0128
0,12	0,13126	4,8643	0,98998	0,99284	0,99714	3,8740	0,84	0,86140	1,0237	0,63000	0,71890	0,87633	1,0111
0,13	0,14216	4,4968	0,98826	0,99160	0,99664	3,5881	0,85	0,87037	1,0207	0,62351	0,71361	0,87374	1,0097
0,14	0,15306	4,1824	0,98640	0,99027	0,99610	3,3430	0,86	0,87929	1,0179	0,61703	0,70831	0,87114	1,0083
0,15	0,16395	3,9103	0,98441	0,98884	0,99552	3,1310	0,87	0,88817	1,0153	0,61057	0,70300	0,86852	1,0070
0,16	0,17483	3,6727	0,98228	0,98731	0,99490	2,9474	0,88	0,89702	1,0129	0,60412	0,69769	0,86589	1,0059
0,17	0,18569	3,4635	0,98003	0,98569	0,99425	2,7855	0,89	0,90583	1,0108	0,59768	0,69237	0,86324	1,0049
0,18	0,19654	3,2779	0,97765	0,98398	0,99356	2,6420	0,90	0,91460	1,0089	0,59126	0,68704	0,86058	1,0040
0,19	0,20738	3,1122	0,97514	0,98217	0,99283	2,5141	0,91	0,92333	1,0071	0,58486	0,68171	0,85791	1,0032
0,20	0,21822	2,9635	0,97250	0,98027	0,99206	2,4004	0,92	0,93201	1,0056	0,57848	0,67639	0,85523	1,0025
0,21	0,22904	2,8293	0,96973	0,97828	0,99125	2,2976	0,93	0,94065	1,0043	0,57212	0,67107	0,85253	1,0019
0,22	0,23984	2,7076	0,96685	0,97621	0,99041	2,2046	0,94	0,94925	1,0031	0,56578	0,66575	0,84982	1,0014
0,23	0,25063	2,5968	0,96383	0,97403	0,98953	2,1203	0,95	0,95781	1,0021	0,55946	0,66044	0,84710	1,0009
0,24	0,26141	2,4956	0,96070	0,97177	0,98861	2,0434	0,96	0,96633	1,0014	0,55317	0,65513	0,84437	1,0006
0,25	0,27216	2,4027	0,95745	0,96942	0,98765	1,9732	0,97	0,97481	1,0008	0,54691	0,64982	0,84162	1,0003
0,26	0,28291	2,3173	0,95408	0,96699	0,98666	1,9088	0,98	0,98325	1,0003	0,54067	0,64452	0,83887	1,0001
0,27	0,29364	2,2385	0,95060	0,96446	0,98563	1,8456	0,99	0,99165	1,0001	0,53446	0,63923	0,83611	1,0000
0,28	0,30435	2,1656	0,94700	0,96185	0,98456	1,7950	1,00	1,00000	1,0000	0,52828	0,63394	0,83333	1,0000
0,29	0,31504	2,0979	0,94329	0,95916	0,98346	1,7446	1,01	1,00831	1,0001	0,52213	0,62866	0,83055	1,0000
0,30	0,32572	2,0351	0,93947	0,95638	0,98232	1,6979	1,02	1,01658	1,0003	0,51602	0,62339	0,82776	1,0001
0,31	0,33638	1,9765	0,93554	0,95352	0,98114	1,6546	1,03	1,02481	1,0007	0,50994	0,61813	0,82496	1,0003
0,32	0,34701	1,9218	0,93150	0,95058	0,97993	1,6144	1,04	1,03300	1,0013	0,50389	0,61288	0,82215	1,0005
0,33	0,35762	1,8707	0,92736	0,94756	0,97868	1,5769	1,05	1,04114	1,0020	0,49787	0,60765	0,81933	1,0008
0,34	0,36821	1,8229	0,92312	0,94446	0,97740	1,5420	1,06	1,04924	1,0029	0,49189	0,60243	0,81651	1,0012
0,35	0,37879	1,7780	0,91877	0,94128	0,97608	1,5094	1,07	1,05730	1,0039	0,48595	0,59722	0,81368	1,0015
0,36	0,38935	1,7358	0,91433	0,93803	0,97473	1,4789	1,08	1,06532	1,0051	0,48005	0,59203	0,81084	1,0020
0,37	0,39988	1,6661	0,90979	0,93470	0,97335	1,4503	1,09	1,07330	1,0065	0,47418	0,58685	0,80800	1,0025
0,38	0,41039	1,6587	0,90516	0,93129	0,97193	1,4236	1,10	1,08124	1,0079	0,46835	0,58169	0,80515	1,0030
0,39	0,42087	1,6234	0,90044	0,92782	0,97048	1,3985	1,11	1,08914	1,0095	0,46256	0,57655	0,80230	1,0036
0,40	0,43133	1,5901	0,89562	0,92428	0,96899	1,3749	1,12	1,09699	1,0113	0,45682	0,57143	0,79944	1,0043
0,41	0,44177	1,5587	0,89071	0,92066	0,96747	1,3527	1,13	1,10480	1,0132	0,45112	0,56632	0,79657	1,0050
0,42	0,45218	1,5289	0,88572	0,91697	0,96592	1,3318	1,14	1,11256	1,0153	0,44545	0,56123	0,79370	1,0057
0,43	0,46256	1,5007	0,88065	0,91322	0,96434	1,3122	1,15	1,12030	1,0175	0,43983	0,55616	0,79083	1,0065
0,44	0,47292	1,4740	0,87550	0,90940	0,96272	1,2937	1,16	1,12800	1,0198	0,43425	0,55112	0,78795	1,0073
0,45	0,48326	1,4487	0,87027	0,90552	0,96108	1,2763	1,17	1,13560	1,0222	0,42872	0,54609	0,78507	1,0081
0,46	0,49357	1,4246	0,86496	0,90157	0,95940	1,2598	1,18	1,14320	1,0248	0,42323	0,54108	0,78218	1,0090
0,47	0,50385	1,4018	0,85958	0,89756	0,95769	1,2443	1,19	1,15000	1,0276	0,41778	0,53610	0,77929	1,0099
0,48	0,51410	1,3801	0,85413	0,89349	0,95595	1,2296	1,20	1,15830	1,0304	0,41238	0,53114	0,77640	1,0108
0,49	0,52432	1,3594	0,84861	0,88936	0,95418	1,2158	1,21	1,16580	1,0334	0,40702	0,52620	0,77350	1,0118
0,50	0,53452	1,3398	0,84302	0,88517	0,95238	1,2027	1,22	1,17320	1,0366	0,40171	0,52129	0,77061	1,0128
0,51	0,54469	1,3212	0,83737	0,88092	0,95055	1,1903	1,23	1,18060	1,0398	0,39645	0,51640	0,76771	1,0138
0,52	0,55482	1,3034	0,83166	0,87662	0,94869	1,1786	1,24	1,18790	1,0432	0,39123	0,51154	0,76481	1,0149
0,53	0,56493	1,2864	0,82589	0,87227	0,94681	1,1675	1,25	1,19520	1,0468	0,38606	0,50670	0,76190	1,0159
0,54	0,57501	1,2703	0,82005	0,86788	0,94489	1,1571	1,26	1,20250	1,0504	0,38090	0,50189	0,75900	1,0171
0,55	0,58506	1,2550	0,81416	0,86342	0,94295	1,1472	1,27	1,20970	1,0542	0,37586	0,49710	0,75610	1,0182
0,56	0,59508	1,2403	0,80822	0,85892	0,94098	1,1378	1,28	1,21690	1,0581	0,37083	0,49234	0,75319	1,0193
0,57	0,60506	1,2263	0,80224	0,85437	0,93898	1,1289	1,29	1,22400	1,0621	0,36585	0,48761	0,75029	1,0205
0,58	0,61500	1,2130	0,79621	0,84977	0,93696	1,1205	1,30	1,31100	1,0663	0,36092	0,48291	0,74738	1,0217
0,59	0,62491	1,2003	0,79012	0,84513	0,93491	1,1126	1,31	1,23820	1,0706	0,35603	0,47823	0,74448	1,0229
0,60	0,63480	1,1882	0,78400	0,84045	0,93284	1,1050	1,32	1,24520	1,0750	0,35119	0,47358	0,74158	1,0241
0,61	0,64466	1,1766	0,77784	0,83573	0,93074	1,0979	1,33	1,25220	1,0796	0,34640	0,46895	0,73867	1,0254
0,62	0,65448	1,1656	0,77154	0,83096	0,92861	1,0912	1,34	1,25910	1,0842	0,34160	0,46436	0,73577	1,0267
0,63	0,66427	1,1551	0,76540	0,82616	0,92646	1,0849	1,35	1,26600	1,0890	0,33697	0,45980	0,73287	1,0279
0,64	0,67402	1,1451	0,75913	0,82132	0,92428	1,0788	1,36	1,27290	1,0940	0,33233	0,45527	0,72997	1,0292
0,65	0,68374	1,1356	0,75283	0,81644	0,92208	1,0731	1,37	1,27970	1,0990	0,32774	0,45076	0,72707	1,0306
0,66	0,69342	1,1265	0,74650	0,81153	0,91986	1,0678	1,38	1,28650	1,1042	0,32319	0,44628	0,72418	1,0319
0,67	0,70307	1,1178	0,74014	0,80659	0,91762	1,0627	1,39	1,29320	1,1095	0,31869	0,44183	0,72128	1,0332
0,68	0,71268	1,1096	0,73376	0,80162	0,91535	1,0572	1,40	1,29990	1,1149	0,31424	0,43742	0,71839	1,0346
0,69	0,72225	1,1018	0,72735	0,79662	0,91306	1,0534	1,41	1,30650	1,1205	0,30984	0,43304	0,71550	1,0359
0,70	0,73179	1,0944	0,72092	0,79158	0,91075	1,0492	1,42	1,31310	1,1262	0,30549	0,42869	0,71261	1,0373
0,71	0,74129	1,0873	0,71448	0,78652	0,90842	1,0451	1,43	1,31970	1,1320	0,30119	0,42436	0,70973	1,0387

FUNCIONES PARA EL FLUJO ISENTROPICO COMPRESIBLE UNIDIMENSIONAL ($\gamma = 1,40$) (Continuación)

M	M*	A/A*	p/p ₀	/ o	T/T ₀	F/F*	M	M*	A/A*	p/p ₀	/ o	T/T ₀	F/F*
1,44	1,32620	1,1379	0,29693	0,42007	0,70685	1,0401	2,17	1,70590	1,9525	0,09802	1,90330	0,51499	1,1474
1,45	1,33270	1,1440	0,29272	0,41581	0,70397	1,0415	2,18	1,70990	1,9698	0,09650	1,88210	0,51269	1,1487
1,46	1,33920	1,1502	0,28856	0,41158	0,70110	1,0430	2,19	1,71390	1,9873	0,09500	1,86120	0,51041	1,1500
1,47	1,34560	1,1565	0,28445	0,40738	0,69823	1,0444	2,20	1,71790	2,0050	0,09352	0,18405	0,50813	1,1513
1,48	1,35200	1,1629	0,28039	0,40322	0,69537	1,0458	2,21	1,72190	2,0229	0,09207	0,18200	0,50586	1,1526
1,49	1,35830	1,1695	0,27637	0,39909	0,69251	1,0473	2,22	1,72580	2,0409	0,09064	0,17998	0,50361	1,1539
1,50	1,36460	1,1762	0,27240	0,39498	0,68965	1,0487	2,23	1,72970	2,0592	0,08923	0,17798	0,50136	1,1552
1,51	1,37080	1,1830	0,26848	0,39091	0,68680	1,0502	2,24	1,73360	2,0777	0,08784	0,17600	0,49912	1,1565
1,52	1,37700	1,1899	0,26461	0,38687	0,68396	1,0516	2,25	1,73740	2,0964	0,08648	0,17404	0,49689	1,1578
1,53	1,38320	1,1970	0,26078	0,38287	0,68112	1,0531	2,26	1,74120	2,1154	0,08514	0,17211	0,49468	1,1590
1,54	1,38940	1,2042	0,25700	0,37890	0,67828	1,0546	2,27	1,74500	2,1345	0,08382	0,17020	0,49247	1,1603
1,55	1,39550	1,2115	0,25326	0,37496	0,67545	1,0560	2,28	1,74880	2,1538	0,08252	0,16830	0,49027	1,1616
1,56	1,40160	1,2190	0,24957	0,37105	0,67262	1,0575	2,29	1,75260	2,1734	0,08123	0,16643	0,48809	1,1629
1,57	1,40760	1,2266	0,24593	0,36717	0,66980	1,0590	2,30	1,75630	2,1931	0,07997	0,16458	0,48591	1,1641
1,58	1,41350	1,2343	0,24233	0,36332	0,66699	1,0605	2,31	1,76000	2,2131	0,07873	0,16275	0,48374	1,1653
1,59	1,41950	1,2422	0,23878	0,35951	0,66418	1,0620	2,32	1,76370	2,2333	0,07751	0,16095	0,48158	1,1666
1,60	1,42540	1,2502	0,23527	0,35573	0,66138	1,0635	2,33	1,76730	2,2537	0,07631	0,15916	0,47944	1,1678
1,61	1,43130	1,2583	0,23181	0,35198	0,65858	1,0650	2,34	1,77090	2,2744	0,07513	0,15739	0,47730	1,1690
1,62	1,43710	1,2666	0,22839	0,34826	0,65579	1,0665	2,35	1,77450	2,2953	0,07396	0,15564	0,47517	1,1703
1,63	1,44290	1,2750	0,22501	0,34458	0,65301	1,0580	2,36	1,77810	2,3164	0,07281	0,15391	0,47305	1,1715
1,64	1,44870	1,2835	0,22168	0,34093	0,65023	1,0694	2,37	1,78170	2,3377	0,07168	0,15220	0,47095	1,1727
1,65	1,45440	1,2922	0,21839	0,33731	0,64746	1,0710	2,38	1,78520	2,3593	0,07057	0,15052	0,46885	1,1739
1,66	1,46010	1,3010	0,21515	0,33372	0,64470	1,0725	2,39	1,78870	2,3811	0,06948	0,14885	0,46676	1,1751
1,67	1,46570	1,3039	0,21195	0,33016	0,64194	1,0740	2,40	1,79220	2,4031	0,06840	0,14720	0,46468	1,1763
1,68	1,47130	1,3190	0,20879	0,32664	0,63919	1,0755	2,41	1,79570	2,4254	0,06734	0,14557	0,46262	1,1775
1,69	1,47690	1,3282	0,20567	0,32315	0,63645	1,0770	2,42	1,79910	2,4479	0,06630	0,14395	0,46056	1,1786
1,70	1,48250	1,3376	0,20259	0,31969	0,63372	1,0785	2,43	1,80250	2,4706	0,06527	0,14235	0,45851	1,1798
1,71	1,48800	1,3471	0,19955	0,31626	0,63099	1,0800	2,44	1,80590	2,4936	0,06426	0,14078	0,45647	1,1810
1,72	1,49350	1,3567	0,19656	0,31286	0,62827	1,0815	2,45	1,80930	2,5168	0,06327	0,13922	0,45444	1,1821
1,73	1,49890	1,3665	0,19361	0,30950	0,62556	1,0830	2,46	1,81260	2,5403	0,062290	0,13768	0,45242	1,1833
1,74	1,50430	1,3764	0,19070	0,30617	0,62286	1,0845	2,47	1,81590	2,5640	0,06133	0,13610	0,45041	1,1844
1,75	1,50370	1,3865	0,18782	0,30287	0,62016	1,0860	2,48	1,81920	2,5880	0,06038	0,13465	0,44841	1,1856
1,76	1,51500	1,3967	0,18499	0,29959	0,61747	1,0875	2,49	1,82250	2,6122	0,05945	0,13316	0,44642	1,1867
1,77	1,52030	1,4071	0,15220	0,29635	0,61479	1,0890	2,50	1,82580	2,6367	0,05853	0,13169	0,44444	1,1879
1,78	1,52560	1,4176	0,17944	0,29314	0,61211	1,0905	2,51	1,82900	2,6615	0,05763	0,13023	0,44247	1,1890
1,79	1,53080	1,4282	0,17672	0,28697	0,60945	1,0920	2,52	1,83220	2,6865	0,05674	0,12879	0,44051	1,1901
1,80	1,53600	1,4390	0,17404	0,28682	0,60680	1,0935	2,53	1,83540	2,7117	0,05586	0,12737	0,43856	1,1512
1,81	1,54120	1,4499	0,17140	0,28370	0,60415	1,0950	2,54	1,83860	2,7372	0,05500	0,12597	0,43662	1,1923
1,82	1,54630	1,4610	0,16879	0,28061	0,60151	1,0965	2,55	1,84170	2,7630	0,05415	0,12458	0,43469	1,1934
1,83	1,55140	1,4723	0,16622	0,27756	0,59888	1,0980	2,56	1,84480	2,7891	0,05332	0,12321	0,43277	1,1945
1,84	1,55640	1,4837	0,16369	0,27453	0,59626	1,0995	2,57	1,84790	2,8154	0,05250	0,12185	0,43085	1,1956
1,85	1,56140	1,4952	0,16120	0,27153	0,59365	1,1009	2,58	1,85100	2,8420	0,05169	0,12051	0,42894	1,1967
1,86	1,56640	1,5069	0,15874	0,26857	0,59105	1,1024	2,59	1,85410	2,8689	0,05090	0,11918	0,42705	1,1978
1,87	1,51400	1,5188	0,15631	0,26563	0,58845	1,1039	2,60	1,85720	2,8960	0,05012	0,11787	0,42517	1,1989
1,88	1,57630	1,5308	0,15392	0,26272	0,58586	1,1054	2,61	1,86020	2,9234	0,04935	0,11658	0,42330	1,2000
1,89	1,58120	1,5429	0,15156	0,25984	0,58329	1,1068	2,62	1,86320	2,9511	0,04859	0,11530	0,42143	1,2011
1,90	1,58610	1,5552	0,14924	0,25699	0,58072	1,1083	2,63	1,86620	2,9791	0,04784	0,11403	0,41957	1,2021
1,91	1,59090	1,5677	0,14695	0,25417	0,57816	1,1097	2,64	1,86920	3,0074	0,04711	0,11278	0,41772	1,2031
1,92	1,59570	1,5804	0,14469	0,25138	0,57561	1,1112	2,65	1,87210	3,0356	0,04639	0,11154	0,41589	1,2042
1,93	1,60050	1,5932	0,14247	0,24862	0,57307	1,1126	2,66	1,87500	3,0647	0,04568	0,11032	0,41406	1,2052
1,94	1,60520	1,6062	0,14028	0,24588	0,57054	1,1141	2,67	1,87790	3,0938	0,04498	0,10911	0,41224	1,2062
1,95	1,60990	1,6193	0,13813	0,24317	0,56802	1,1155	2,68	1,88080	3,1233	0,04429	0,10792	0,41013	1,2073
1,96	1,61600	1,6326	0,13600	0,24049	0,56551	1,1170	2,69	1,88370	3,1530	0,04361	0,10674	0,40863	1,2083
1,97	1,61930	1,6461	0,13390	0,23784	0,56301	1,1184	2,70	1,88650	3,1830	0,04295	0,10557	0,40684	1,2093
1,98	1,62390	1,6597	0,13184	0,23522	0,56051	1,1198	2,71	1,88940	3,2133	0,04230	0,10442	0,40505	1,2103
1,99	1,62850	1,6735	0,12981	0,23262	0,55803	1,1213	2,72	1,89220	3,2440	0,04166	0,10328	0,40327	1,2113
2,00	1,63300	1,6875	0,12780	0,23005	0,55556	1,1227	2,73	1,89500	3,2749	0,04102	0,10215	0,40151	1,2123
2,01	1,63750	1,7017	0,12583	0,22751	0,55310	1,1241	2,74	1,89780	3,3061	0,04039	0,10104	0,39976	1,2133
2,02	1,64200	1,7160	0,12389	0,22499	0,55064	1,1255	2,75	1,90050	3,3376	0,03977	0,09994	0,36801	1,2143
2,03	1,64650	1,7305	0,12198	0,22250	0,54819	1,1269	2,76	1,90320	3,3695	0,03917	0,09885	0,39627	1,2153
2,04	1,65090	1,7452	0,12009	0,22004	0,54576	1,1283	2,77	1,90600	3,4017	0,03858	0,09777	0,39454	1,2163
2,05	1,65530	1,7600	0,11823	0,21760	0,54333	1,1297	2,78	1,90870	3,4342	0,03800	0,09671	0,39282	1,2173
2,06	1,65970	1,7750	0,11640	0,21519	0,54091	1,1311	2,79	1,91140	3,4670	0,03742	0,09566	0,39111	1,2182
2,07	1,66400	1,7902	0,11460	0,21281	0,53850	1,1325	2,80	1,91400	3,5001	0,03685	0,09462	0,38941	1,2192
2,08	1,66830	1,8056	0,11282	0,21045	0,53611	1,1339	2,81	1,91670	3,5336	0,03629	0,09360	0,38771	1,2202
2,09	1,67260	1,8212	0,11107	0,20811	0,53373	1,1352	2,82	1,91930	3,5674	0,03574	0,09259	0,38603	1,2211
2,10	1,67690	1,8369	0,10935	0,20580	0,53135	1,1366	2,83	1,92200	3,6015	0,03520	0,09158	0,38435	1,2221
2,11	1,68110	1,8529	0,10766	0,20352	0,52898	1,1380	2,84	1,92460	3,6359	0,03467	0,09059	0,38268	1,2230
2,12	1,68530	1,8690	0,10599	0,20126	0,52663	1,1393	2,85	1,92710	3,6707	0,03415	0,08962	0,38102	1,2240
2,13	1,68950	1,8853	0,10434	0,19902	0,52428	1,1407	2,86	1,92970	3,7058	0,03363	0,08865	0,37937	1,2249
2,14	1,69360	1,9018	0,10272	0,19681	0,52194	1,1420	2,87	1,93220	3,7413	0,03312	0,08769	0,37773	1,2258
2,15	1,69770	1,9185	0,10113	0,19463	0,51962	1,1434	2,88	1,93480	3,7771	0,03262	0,08674	0,37610	1,2268
2,16	1,70180	1,9354	0,09956	0,19247	0,51730	1,1447	2,89	1,93730	3,8133	0,03213	0,08581	0,37448	1,2268

FUNCIONES PARA EL FLUJO ISENTROPICO COMPRESIBLE UNIDIMENSIONAL
($\gamma = 1,40$) (Final)

M	M*	A/A*	p/p ₀	ρ/ρ_0	T/T ₀	F/F*
2,90	1,93980	3,8498	0,03165	0,08489	0,37286	1,2277
2,91	1,94230	3,8866	0,03118	0,08398	0,37125	1,2286
2,92	1,94480	3,9238	0,03071	0,08308	0,36965	1,2295
2,93	1,94720	3,9614	0,03025	0,08218	0,36806	1,2304
2,94	1,94970	3,9993	0,02980	0,08130	0,36648	1,2313
2,95	1,95210	4,0376	0,02935	0,08043	0,36490	1,2322
2,96	1,95450	4,0763	0,02891	0,07957	0,36333	1,2331
2,97	1,95690	4,1153	0,02848	0,07872	0,36177	1,2340
2,98	1,95930	4,1547	0,02805	0,07788	0,36022	1,2348
2,99	1,96160	4,1944	0,02764	0,07705	0,35868	1,2357
3	1,96400	4,2346	0,02722	0,07623	0,35714	1,2366
3,1	1,98660	4,6573	0,02345	0,06852	0,34223	1,2450
3,2	2,00790	5,1210	0,02023	0,06165	0,32808	1,2530
3,3	2,02790	5,6287	0,01748	0,05554	0,31466	1,2605
3,4	2,04660	6,1837	0,01512	0,05009	0,30193	1,2676
3,5	2,06420	6,7896	0,01311	0,04523	0,28986	1,2743
3,6	2,08080	7,4501	0,01138	0,04089	0,27840	1,2807
3,7	2,09640	8,1691	0,00990	0,03702	0,26752	1,2867
3,8	2,11110	8,9506	0,00863	0,03355	0,25720	1,2924
3,9	2,12500	9,7990	0,00753	0,03044	0,24740	1,2978
4	2,13810	10,7190	0,00658	0,02766	0,23810	1,3029
4,1	2,15050	11,7150	0,00577	0,02516	0,22925	1,3077
4,2	2,16220	12,7920	0,00506	0,02292	0,22085	1,3123
4,3	2,17320	13,9550	0,00445	0,02090	0,21286	1,3167
4,4	2,18370	15,2100	0,00392	0,01909	0,20525	1,3208
4,5	2,19360	16,5620	0,00346	0,01745	0,19802	1,3247
4,6	2,20300	18,0180	0,00305	0,01597	0,19113	1,3284
4,7	2,21190	19,5830	0,00270	0,01463	0,18457	1,3320
4,8	2,22040	21,2640	0,00240	0,01343	0,17832	1,3354
4,9	2,22840	23,0670	0,00213	0,01233	0,17235	1,3386
5	2,23610	25,0000	0,00189	0,01134	0,16667	1,3416
6	2,29530	53,1800	0,000633	0,00519	0,12195	1,3655
7	2,33330	104,143	0,000242	0,00261	0,09259	1,3810
8	2,35910	190,109	0,000102	0,00141	0,07246	1,3915
9	2,37720	327,189	0,0000474	0,000815	0,05814	1,3989
10	2,39040	535,938	0,0000236	0,000495	0,04762	1,4044
	2,44950		0	0	0	1,4289

$$M^* = \frac{V}{V^*} = M \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{2}}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{\gamma} \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

$$F = p A \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) ; \quad \frac{F}{F^*} = \frac{1}{M} \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{\sqrt{2 \left(\frac{\gamma+1}{2} \right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}}$$

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} ; \quad \frac{T}{T^*} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{-(\gamma+1)/2} ; \quad \frac{p}{p^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{2 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]}} ; \quad \frac{p_0}{p_0^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{\gamma} \right]^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{1/(\gamma-1)} ; \quad \frac{\rho}{\rho^*} = \frac{1}{M^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}}$$

XI.- CICLOS DE MAQUINAS TÉRMICAS QUE FUNCIONAN CON GAS

XI.1.- CICLO DE CARNOT

El rendimiento del ciclo de Carnot es,

$$= \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{-1} = \left| \frac{V_A}{V_B} \right| = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{-1}$$

en la que r es la relación de compresión adiabática.

Si se quiere que un motor que funcione con éste ciclo tenga un buen rendimiento, es necesario que la relación de compresión sea grande, lo que implica construir cilindros grandes, por lo que se aumentaría el peso del motor; por otro lado interesa que el trabajo obtenido sea máximo, para un motor de peso dado.

Para un motor que funcionase según el ciclo de Carnot, la relación anterior es pequeña y aunque desde un punto de vista meramente termodinámico es un ciclo de rendimiento máximo, el motor real que se intentase construir para que funcionase con éste ciclo, sería prácticamente imposible de conseguir dadas las dificultades técnicas que se encontrarían en su realización.

XI.2.- CICLOS DE IGUAL RENDIMIENTO AL DE CARNOT

CICLO STIRLING.- Es el único ciclo de fluido perfecto que se ha podido aplicar a un motor y utilizar a nivel industrial (1960). Este ciclo está constituido por dos isotermas y dos isócoras; el rendimiento de este ciclo es máximo, igual al del ciclo de Carnot entre las mismas temperaturas extremas T_1 proporcionada por un foco caliente y T_2 que puede ser la del aire ambiente o la de cualquier otro medio de refrigeración.

Durante el funcionamiento es necesario que el fluido ceda calor a un regenerador durante una fracción del recorrido de la expansión para recuperar este calor durante una fracción del recorrido de compresión.

Para realizar el ciclo, Fig XI.1, se utiliza una máquina con dos pistones desplazándose dentro del mismo cilindro; una pared porosa separaría las dos mitades del cilindro.

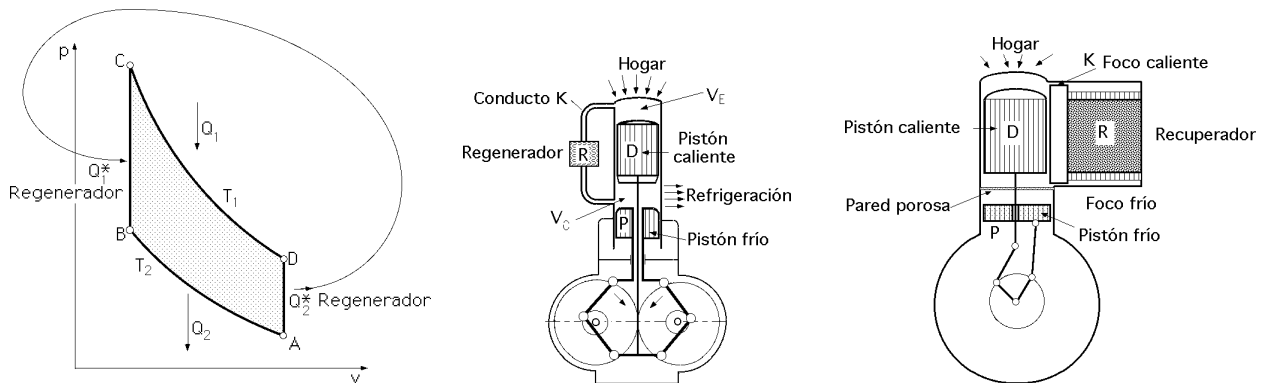


Fig XI.1.- Ciclo y esquemas de un motor de aire caliente Stirling

Principio mecánico.- En el cilindro hay dos pistones distintos, uno D (pistón caliente) y otro P (pistón frío), que conforman y delimitan en el transcurso de sus movimientos respectivos, dos volúmenes variables V_E y V_C ; el volumen correspondiente a la cámara caliente V_E está comprendido entre la culata caliente del cilindro y el pistón caliente D y el correspondiente a la cámara fría V_C que se refrigera lateralmente está comprendido entre el pistón caliente D y el pistón frío P. Estas cámaras están comunicadas entre sí libre y permanentemente, mediante un conducto que atraviesa el regenerador R, (intercambiador de calor).

La razón por la que no se llegaría a alcanzar el rendimiento del ciclo de Carnot estriba en la dificultad de realizar prácticamente las transformaciones isotermas que lleva consigo el ciclo Stirling.

En un ciclo real habría que comunicar a los pistones un movimiento senoidal de igual pulsación ω pero desfasados un determinado ángulo ; la variación de los volúmenes V_E y V_C se podría realizar en forma continua, obteniéndose el movimiento de los pistones mediante un sistema de bielas romboidal.

Funcionamiento del motor.- El funcionamiento teórico del ciclo correspondiente al esquema de motor de la Fig XI.2, se puede realizar en la siguiente forma,

Primer tiempo.- En la primera operación se parte del estado inicial A definido por p_A, V_A, T_2 . Se comprime el gas de V_A a V_B a temperatura constante T_2 dejando inmóvil el pistón caliente, realizándose la compresión por medio del pistón frío (primer tiempo); para que esta operación se haga a temperatura constante se precisa de un recuperador que permita extraer calor a medida que éste se vaya generando.

Segundo tiempo.- Una vez se ha llegado al estado B sobre el diagrama se pasa al estado C desplazándose los dos pistones simultáneamente hacia arriba; el calor necesario se toma a T_1 del foco caliente (segundo tiempo).

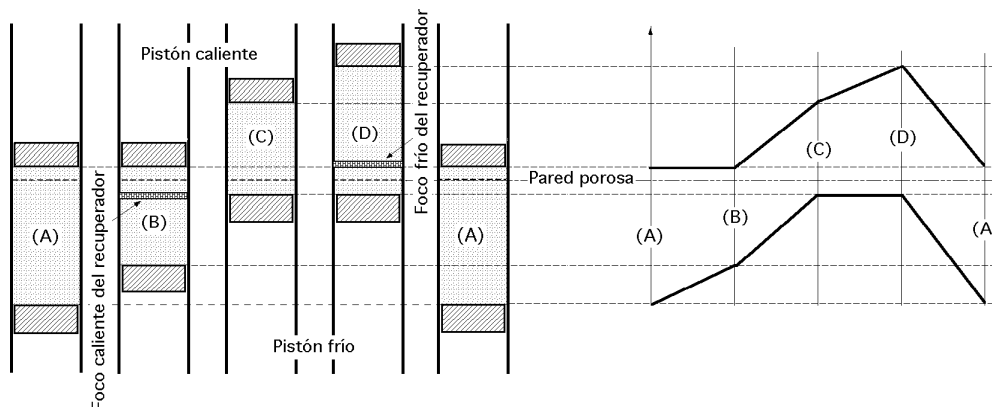


Fig XI.2.- Esquema del funcionamiento de la máquina Stirling

Tercer tiempo.- En el tiempo siguiente se efectúa una expansión isoterma y se alcanza el punto D del diagrama definido por p_D, V_D, T_1 comunicando calor para mantener la temperatura constante.

Cuarto tiempo.- Para volver al estado inicial A es preciso refrigerar el gas cediendo calor al recuperador (cuarto tiempo). La masa de aire que se ha expandido a T_1 hasta D se refrigera desde la temperatura T_1 punto D, hasta la T_2 punto A, (transformación isócara), cediendo el ciclo calor al regenerador R según (DA); cuando el pistón caliente desciende lo envía a otro regenerador dado por (BC) que lo devuelve cuando el pistón caliente asciende de forma que el aire se comprime isotérmicamente a T_2 recalentándose hasta T_1 mediante el regenerador citado.

Una máquina Stirling de doble efecto, Fig XI.3, se compondría de un cilindro 1 en el que se mueve el pistón motor 2 y de dos cilindros M en los que se mueven los pistones 3 y 3'; los cilindros M tienen un extremo que se calienta a partir de un hogar, mientras que el otro extremo está refrigerado por agua; ambos extremos del cilindro 1 están comunicados por dos conductos (ab) y (a'b').

La parte inferior de los cilindros M está unida a su parte superior por una tubería lateral en la que se encuentra el regenerador R.

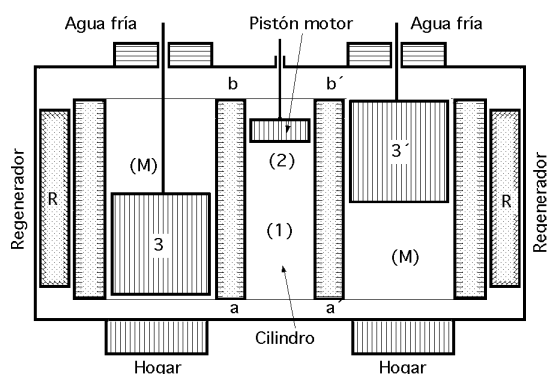


Fig XI.3.- Máquina Stirling de doble efecto

El funcionamiento de la máquina es el siguiente,

Los pistones 3 y 3' están suspendidos en las extremidades de un balancín oscilante, de forma que cuando uno sube, el otro baja y viceversa. El aire se transfiere alternativamente de un extremo a otro de los cilindros M bajo la acción del movimiento oscilante de los pistones 3 y 3', de forma que la presión aumenta cuando llegan a

la zona caliente y disminuye cuando llegan a la zona fría.

Debido al movimiento alternativo vertical de los pistones 3 y 3' la presión máxima se aplica sucesivamente sobre cada una de las caras del pistón motor 2 lo que provoca el movimiento alternativo.

Rendimiento térmico.- De acuerdo con el diagrama de la Fig XI.1 se tiene,

El calor tomado de la fuente caliente es,

$$Q_1 = R T_1 \ln \frac{V_D}{V_C}$$

El calor cedido a la fuente fría es,

$$Q_2 = R T_2 \ln \frac{V_A}{V_B}$$

El calor intercambiado a lo largo de la transformación (BC) es,

$$Q_1^* = c_v \{T_1 - T_2\}$$

El calor intercambiado a lo largo de la transformación (DA) es,

$$Q_2^* = c_v \{T_1 - T_2\}$$

ecuaciones en las que Q_1^* y Q_2^* son iguales en valor absoluto y de signos contrarios.

El recuperador R permite recibir alternativamente el calor Q_1^* y ceder el calor Q_2^* de forma que si la máquina está bien construida, en el curso de un ciclo no hay otro calor intercambiado con las fuentes exteriores que el Q_1 tomado a la temperatura T_1 y el Q_2 cedido a la temperatura T_2 por lo que el rendimiento térmico será,

$$= \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{R T_1 \ln \frac{V_D}{V_C} - R T_2 \ln \frac{V_A}{V_B}}{R T_1 \ln \frac{V_D}{V_C}} = \left| \begin{array}{l} V_D = V_A \\ V_C = V_B \end{array} \right| = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

que es el mismo que el de un ciclo de Carnot, entre las mismas temperaturas extremas.

Las ventajas del motor Stirling son,

- a) Un rendimiento térmico elevado, igual al del ciclo de Carnot entre las mismas temperaturas extremas.
- b) La máquina no comporta más que unas pocas piezas móviles y ninguna válvula.
- c) Su rendimiento útil varía poco con la velocidad de marcha
- d) Su funcionamiento no implica explosiones, por lo que su marcha es silenciosa y exenta de vibraciones.

CICLO ERICKSON.- El motor que funciona según el ciclo Erickson difiere del ciclo Stirling en que las transformaciones isócoras se sustituyen por isobaras, Fig XI.4. Consta de dos cilindros C_1 y C_2 del mismo diámetro, que están conectados mediante una tubería que contiene un regenerador

R. El cilindro C_1 se mantiene a una temperatura constante T_1 y el cilindro C_2 a una temperatura constante T_2 siendo, $T_2 < T_1$. En los cilindros se mueven los pistones P_1 y P_2 y entre ellos se encuentra una masa de gas (generalmente aire) que se reparte entre los cilindros C_1 y C_2 .

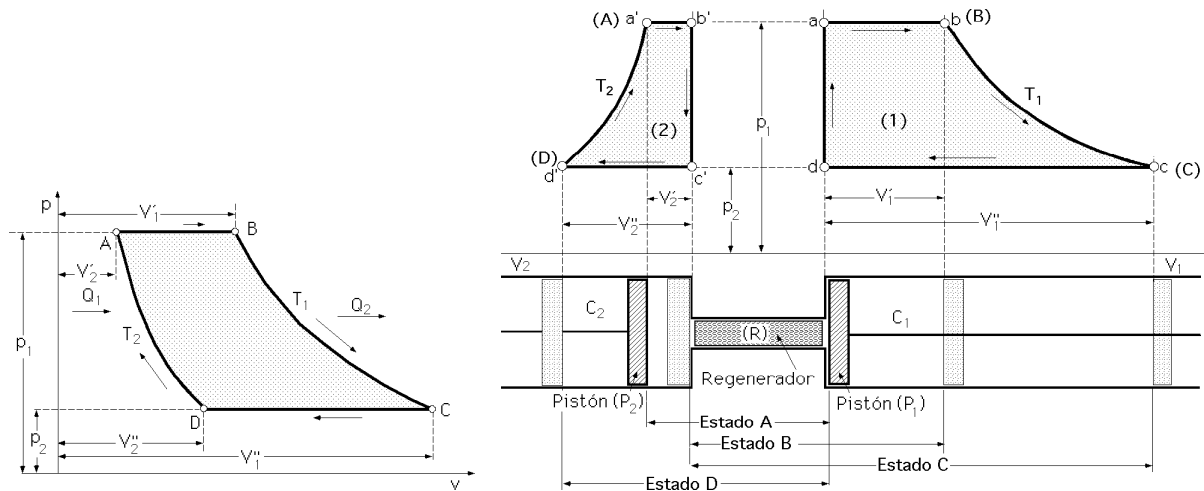


Fig XI.4.- Ciclo y diagrama del funcionamiento de la máquina Erickson

Si denotamos con el subíndice 1 al gas que se encuentra en el cilindro C_1 y con el subíndice 2 al gas que se encuentra en C_2 y si se supone inicialmente que todo el gas se encuentra en C_2 a la presión p_1 , siendo a' el punto representativo del estado del gas (presión p_1 , volumen, $V_2 = V_2'$, temperatura T_2) (punto A del diagrama), el estado representativo para el gas del cilindro C_1 (que en ese momento no contiene ningún gas) viene dado por el punto a a presión p_1 , volumen, $V_1 = 0$ y temperatura T_1 .

El conjunto de los pistones se desplaza de forma que la presión del gas permanece constante e igual a p_1 ; en este desplazamiento el gas de C_2 (punto b') atraviesa el regenerador en el cual se calienta pasando de T_2 a T_1 ; cuando el pistón P_2 llega al fin de la carrera el estado del gas en C_2 viene caracterizado por los parámetros p_1 , $V_2 = 0$, T_2 y el estado del gas C_1 por los parámetros p_1 , $V_1 = V_1'$, T_1 (punto B del diagrama).

La transformación en C_2 viene representada por la horizontal ($a'b'$) y en C_1 por la horizontal (ab) por lo que, $\frac{ab}{a'b'} = \frac{T_1}{T_2}$, es la relación entre los desplazamientos de los pistones.

A continuación el gas que está en C_1 se expande a la temperatura T_1 cediendo calor al medio exterior, transformación (bc), permaneciendo el pistón P_2 inmóvil, por lo que la presión pasa de p_1 a p_2 y su volumen de V_1' a V_1 , viniendo representado el estado final del gas por el punto c (p_2 , V_1 , T_1), (punto C del diagrama), siendo la evolución la isoterma (bc); en el cilindro C_2 el volumen que queda (cero) a la temperatura T_2 pasa de la presión p_1 a la p_2 . El estado final del gas en C_2 viene representado por el punto c' (p_2 , $V_2 = 0$, T_2) y la evolución por el segmento vertical ($b'c'$).

Cuando la presión del gas en C_1 alcanza el valor p_2 se desplaza de nuevo el conjunto de los dos pistones en sentido inverso, de forma que la presión del gas que queda se mantiene igual a p_2 ; mediante un razonamiento idéntico al anterior, se encuentra que los desplazamientos de los pistones

nes están en la misma relación que las temperatura T_1 y T_2 .

A lo largo de este desplazamiento, el gas atraviesa el regenerador en el cual se refrigera desde T_1 a T_2 y cuando el pistón llega al final de la carrera, el estado del gas en C_1 viene caracterizado por los parámetros (p_2 , $V_1 = 0$, T_1) y el estado del gas en C_2 por los parámetros (p_2 , $V_2 = V_2$, T_2), (punto D del diagrama).

La evolución en C_2 viene representada por la horizontal (c'd') y en C_1 por la horizontal (cd) de forma que la relación entre los desplazamientos de los pistones es,

$$\frac{c d}{c' d'} = \frac{T_1}{T_2}$$

El pistón P_1 queda inmóvil y se comprime el gas de C_2 a la temperatura constante T_2 hasta que el pistón P_2 llegue a su posición inicial (volumen V_2'), siendo p_1 la presión del gas en esta posición; el estado del gas viene ahora caracterizado en C_2 por los parámetros (p_1 , V_2' , T_2) y en C_1 por los parámetros (p_1 , $V_1 = 0$, T_1).

La evolución experimentada por el gas a C_2 viene representada por la isoterma (d'a') mientras que para el gas C_1 viene representada por el segmento vertical (da). De esta forma, el gas vuelve a su estado inicial completándose un ciclo completo.

Realización mecánica.- El movimiento discontinuo de los pistones del motor del ciclo Erickson consiste en un movimiento continuo biela-manivela, Fig XI.5. El problema que entraña la realización de carreras diferentes para los dos pistones se elimina dando a los pistones la misma carrera, lo cual precisa que las secciones respectivas de los dos cilindros estén en la misma relación que las temperaturas; los pistones tiene que estar ligados rígidamente entre sí, de forma que para su accionamiento no se precise más que una sola transmisión.

Por otra parte, para que el funcionamiento teórico (que rige las fases de parada de uno de los pistones) se pueda realizar, mientras que el otro permanece en movimiento, la máquina dispone de una válvula de distribución que, accionada convenientemente, aísla la masa de gas que debe expansionarse o comprimirse.

Se considerará que p_2 y T_2 son la presión y temperatura del medio ambiente y que la presión p_1 es prácticamente constante, (proporcionada por un depósito D, Fig XI.6, de gran capacidad); en la válvula de distribución T los desplazamientos tienen que estar sincronizados con el de los pistones de forma que,

- a) Cuando la válvula esté en la posición inferior se ponga en comunicación C_1 con el depósito D
- b) Cuando la válvula esté en la posición superior se ponga en comunicación C_1 con la atmósfera
- c) Cuando la válvula esté en la posición intermedia, el aire contenido en C_1 queda aislado

Funcionamiento del motor.- Si se supone que en el instante inicial los pistones están en la posición A del diagrama, Fig XI.4, el espacio comprendido entre los dos pistones comunica libremente con la atmósfera, como se indica en la Fig XI.6.

Primer tiempo.- (Transformación AB).- La válvula de distribución T está en la posición inferior, poniendo en comunicación C_1 con el depósito D. Los pistones P_1 y P_2 ascienden; el aire evoluciona a

presión constante p_1 que le es proporcionada por el depósito D atraviesa el regenerador R en el cual se recalienta de T_2 a T_1 produciéndose así la expansión isobárica a la presión p_1 .

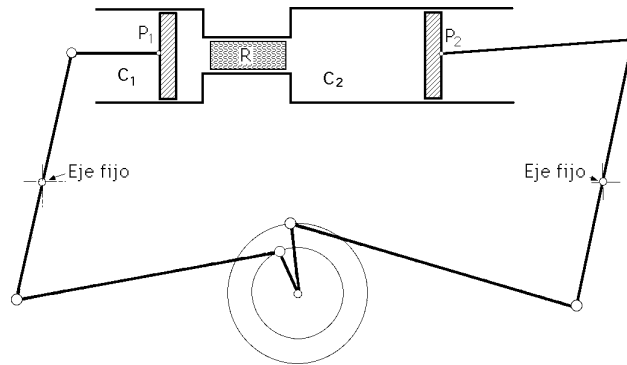


Fig XI.5.- Detalle cinemático del comando de los pistones del motor Erickson

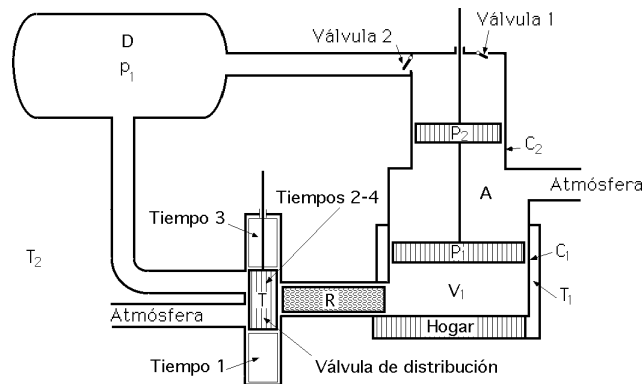


Fig XI.6.- Realización esquemática del motor Erickson

Segundo tiempo (Transformación BC).- Cuando el pistón P_1 ha realizado una fracción del ascenso, la válvula de distribución T pasa a una posición intermedia aislando el aire contenido en C_1 . La expansión de este aire, mantenido a la temperatura T_1 por el calor que procede del hogar completa el recorrido del pistón P_1 hasta su límite superior, completándose la expansión isotérmica a T_1 . Por otro lado y al mismo tiempo que el pistón P_1 , el pistón P_2 continúa la ascensión y comprime en el depósito D el gas que contiene, aunque debido a las grandes dimensiones del depósito, la presión p_1 prácticamente no se modifica.

Tercer tiempo (Transformación CD).- La válvula de distribución, en la posición superior, pone en comunicación C_1 con la atmósfera; el pistón C_1 desciende, enviando el aire de C_1 a la atmósfera atravesando de nuevo el regenerador R (en sentido inverso al anterior), en donde se refrigera de T_1 a T_2 (transformación isobárica a presión atmosférica p_2).

Al mismo tiempo que el pistón P_1 desciende, también desciende el P_2 ; la presión en C_2 baja a p_1 , la válvula 2 se cierra y la válvula 1 se abre, lo que permite la admisión en C_2 de aire fresco de la atmósfera.

Cuarto tiempo (Transformación DA).- Cuando el pistón P_1 ha realizado una fracción de su des-

censo, la válvula de distribución T pasa a su posición intermedia; el pistón P₁ completa su descenso comprimiendo el aire a la temperatura T₂ de forma que se restablece la presión inicial p₁; es la fase de compresión isotérmica a la temperatura T₂. El descenso de P₂ continúa al mismo tiempo que P₁ y se aspira aire atmosférico en el cilindro C₂; se cierra la válvula 1 se abre la 2 y se compensa la pérdida de aire que se ha enviado a la atmósfera en la transformación (CD).

Rendimiento térmico.- En el ciclo Erickson, el calor absorbido por el aire en la expansión isobárica (AB) es igual y de signo contrario al calor cedido durante la compresión isobárica (CD).

La expansión del aire según (BC) a, T₁ = Cte, se realiza recibiendo Q₁ calorías

$$Q_1 = R T_1 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

La compresión del aire según (CD) se efectúa cediendo calor al regenerador.

En la compresión del aire según (DA) a, T₂ = Cte, se ceden Q₂ calorías al foco frío (atmósfera),

$$Q_2 = R T_2 \ln \frac{P_1}{P_2}$$

El trabajo obtenido es, $T = R (T_1 - T_2) \ln \frac{P_1}{P_2}$

y el rendimiento térmico, $= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

XI.3.- CICLOS DE TURBINAS DE GAS

CICLO ATKINSON.- Una *turbina de gas de explosión* funciona según el ciclo termodinámico ideal tipo Atkinson, Fig XI.7a; consta de,

- a) Un compresor
- b) Una o más cámaras de combustión
- c) La turbina de gas propiamente dicha

Funcionamiento.- El compresor carga sucesivamente con aire las cámaras, estando controlado dicho orden por el mecanismo de la válvula de admisión. Cuando una cámara está cargada, se cierra la válvula de admisión y se introduce el combustible, que arde con explosión por la acción de una chispa, produciendo un incremento brusco de la presión.

A continuación se abre la válvula de escape E y los gases salen a gran velocidad, actuando directamente sobre los álabes de la turbina; la presión disminuye y cuando se alcanza la atmosférica se cierra la válvula de escape y se abre la de admisión llenándose nuevamente la cámara de aire.

Se suele disponer de varias cámaras dispuestas en una circunferencia concéntrica con el eje de la turbina, disponiendo el funcionamiento de las válvulas de tal manera que se descarguen sucesivamente, sometiendo a la corona de álabes de la turbina a una serie de impulsos que provocan su movimiento.

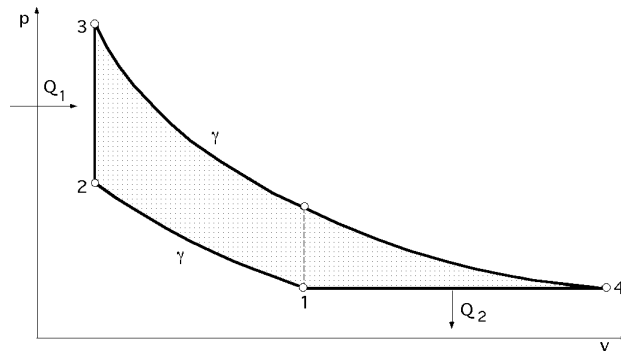


Fig XI.7a.- Ciclo de una turbina de combustión interna (Atkinson)

De acuerdo con el diagrama (p,v) las diversas temperaturas que intervienen en el proceso, en función de T_1 , son,

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(-1)/\gamma} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(-1)/\gamma}$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right) = T_2 a = T_1 a \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{(-1)/\gamma}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{(-1)/\gamma} = T_1 a \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{(-1)/\gamma} \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{(-1)/\gamma} = T_1 a \left(\frac{p_4}{p_2} \right)^{(-1)/\gamma} = T_1 a^{(1/\gamma)}$$

por lo que el rendimiento térmico es,

$$\begin{aligned} \tau = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} &= \left| \begin{array}{l} = \frac{p_2}{p_1} ; a = \frac{p_3}{p_2} \\ = \frac{p_3}{p_1} = a \end{array} \right| = 1 - \frac{T_1 a^{1/\gamma} - T_1}{T_1 a \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{(-1)/\gamma} - T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(-1)/\gamma}} = \\ &= 1 - \frac{a^{1/\gamma} - 1}{\left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{(-1)/\gamma} (a - 1)} = 1 - \frac{1/\gamma - 1/\gamma}{-} \end{aligned}$$

El envío intermitente de gases calientes a la turbina, somete a los álabes de la misma a temperaturas muy elevadas, por lo que el funcionamiento con este ciclo es muy poco racional y en la actualidad se encuentra prácticamente abandonado.

CICLO BRAYTON.- Las *turbinas de combustión* funcionan según un ciclo Brayton.

En estas máquinas rotativas el aire aspirado a la presión atmosférica se comprime en el compresor C elevando su temperatura y es conducido a la cámara de combustión D donde se inyecta el combustible que arde en forma continuada y suave; los productos calientes de la combustión se expansionan contra los álabes de la turbina desarrollando un trabajo útil y salen a la atmósfera a través del escape.

A veces los gases expansionados en la turbina todavía calientes se pueden aprovechar para producir vapor de agua en una caldera y utilizarlo posteriormente en una turbina de vapor o para precalentar en un regenerador el aire de la combustión.

Si los gases de escape se hacen llegar a una tobera de descarga, la turbina de gas se convierte en una máquina de chorro; la turbina una vez en marcha acciona el compresor.

El rendimiento térmico de una turbina de gas de este tipo viene determinado por la relación entre el trabajo útil generado y el calor de combustión del combustible consumido.

Para su cálculo consideraremos un ciclo recorrido por un gas perfecto, Fig XI.8a, en el que la cámara de combustión vendría sustituida por un cambiador de calor ficticio, en el que el gas recibe a presión constante una cantidad de calor igual al calor de combustión Q_1 .

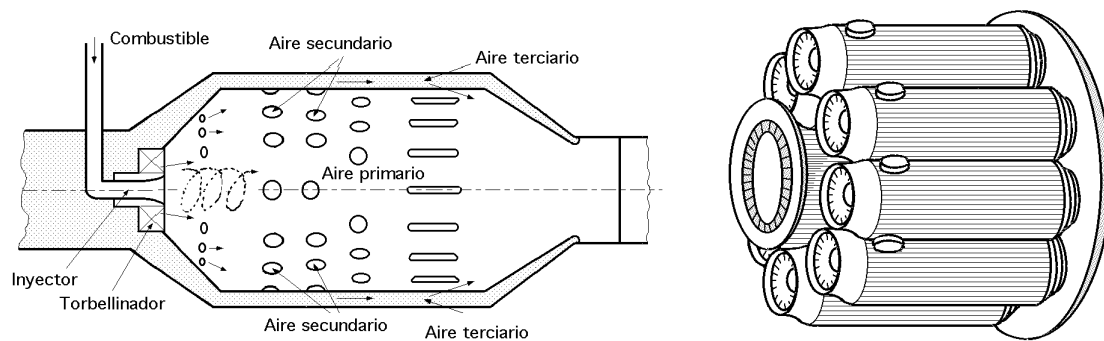


Fig XI.7.b.- Cámara de combustión tubular de una turbina de combustión interna (explosión)

De igual modo, los gases expulsados pasarían a otro cambiador de calor donde cederían a presión constante el calor Q_2 para volver a las condiciones iniciales.

En el caso ideal, las transformaciones (1-2) y (3-4) son isentrópicas y las (2-3) y (4-1) a presión constante.

Si se supone c_p constante, se tiene,

$$T = Q_1 - Q_2 = c_p (T_3 - T_2) - c_p (T_4 - T_1)$$

$$= \frac{T}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\text{Llamando a la relación de presiones, } \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}, \text{ se tiene,} \quad (1-2) \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$(3-4) \quad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

de las que se deduce,

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_1 \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_1$$

$$T_3 = T_4 \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_4 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_4$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

$$= 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_4 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} - T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}}$$

observándose que el rendimiento del ciclo térmico de esta turbina de gas depende exclusivamente de la relación de presiones a la entrada y a la salida del compresor.

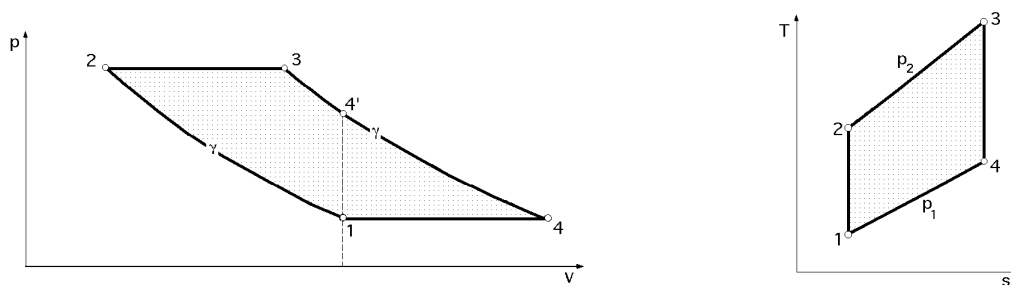


Fig XI.8.a.- Ciclo de una turbina de combustión interna (Brayton)

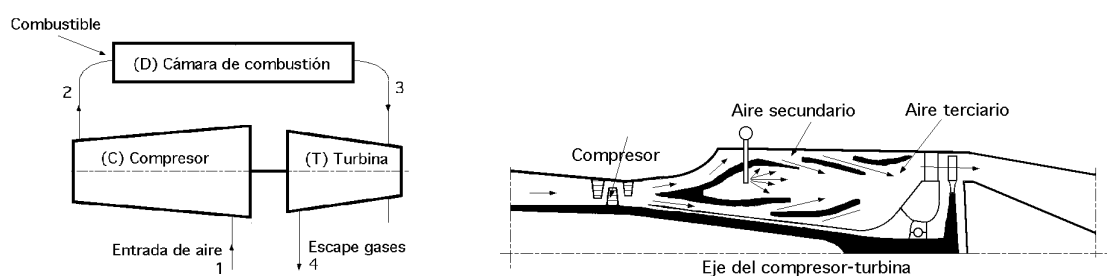


Fig XI.8.b.-Esquema simple de una turbina de gas de combustión y cámara de combustión

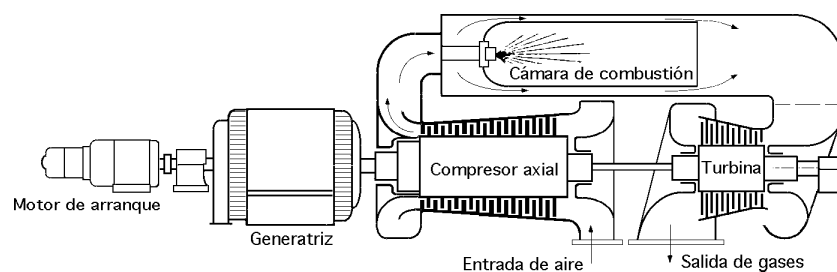


Fig XI.8.c.-Esquema de una turbina de gas industrial de combustión (Ciclo Brayton)

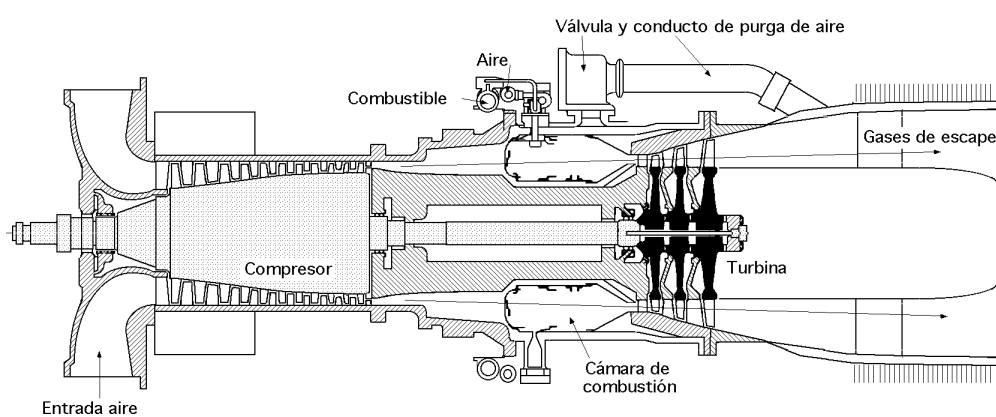


Fig XI.8.d.-Esquema de una turbina de gas axial (Ciclo Brayton)

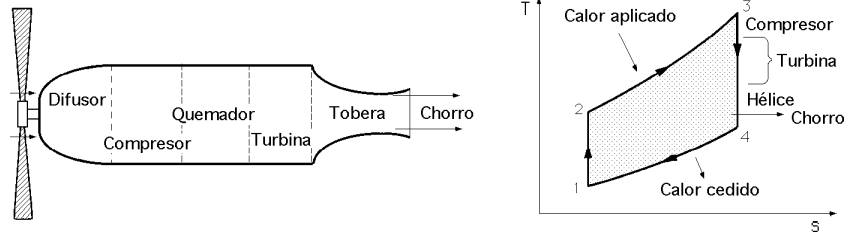
El buen funcionamiento de una turbina de gas exige:

a) Que la relación $\frac{p_2}{p_1}$ sea elevada, lo cual implica que $\frac{T_2}{T_1}$ también lo sea.

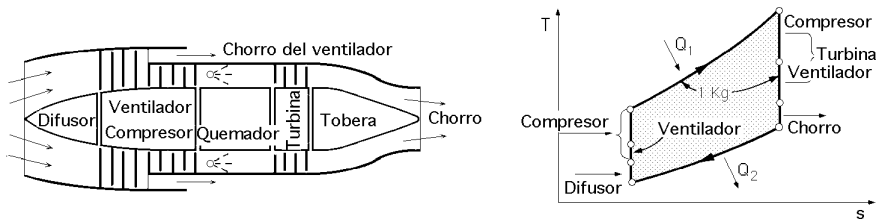
b) Una gran diferencia de temperaturas, $T_3 - T_2$, lo que supone que T_3 sea muy elevada y en consecuencia nos encontramos con el problema de la resistencia de los álabes de la turbina a las altas temperaturas.

c) Cuando el funcionamiento sea prolongado los gases de escape no deben sobrepasar los 800°C .

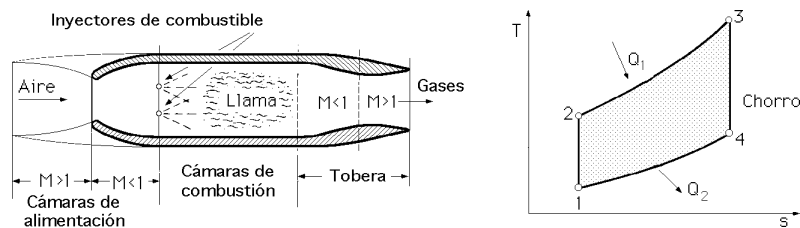
d) El rendimiento térmico es inferior al de un motor de combustión interna (ciclo Diesel) en el que, aunque por poco tiempo, las temperaturas pueden alcanzar 2.000°C .



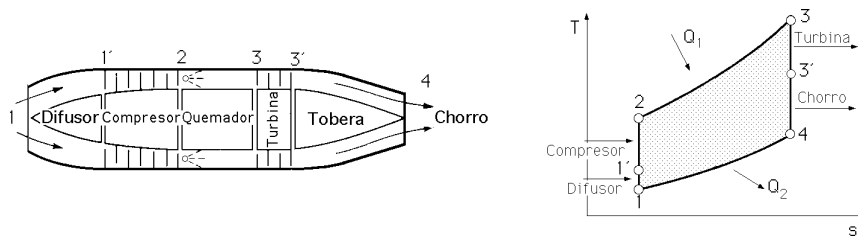
Esquema de una turbobhélice



Esquema de una turbosoplante

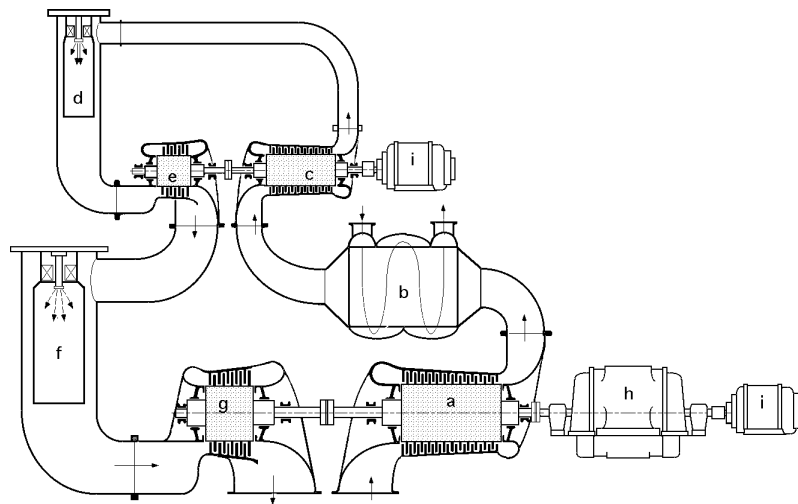


Esquema de una máquina de chorro



Esquema de un turborreactor

Fig XI.9.- Algunas aplicaciones de turbinas de gas con ciclo Brayton



a) Compresor de BP; b) Refrigerante de aire; c) Compresor de AP; d) Cámara de combustión de AP; e) Turbina de AP;

f) Cámara de combustión de BP; g) Turbina de BP; h) Alternador; i) Motor de arranque

Fig XI.10.- Esquema de una turbina de gas con dos escalonamientos con el receptor en el eje de BP

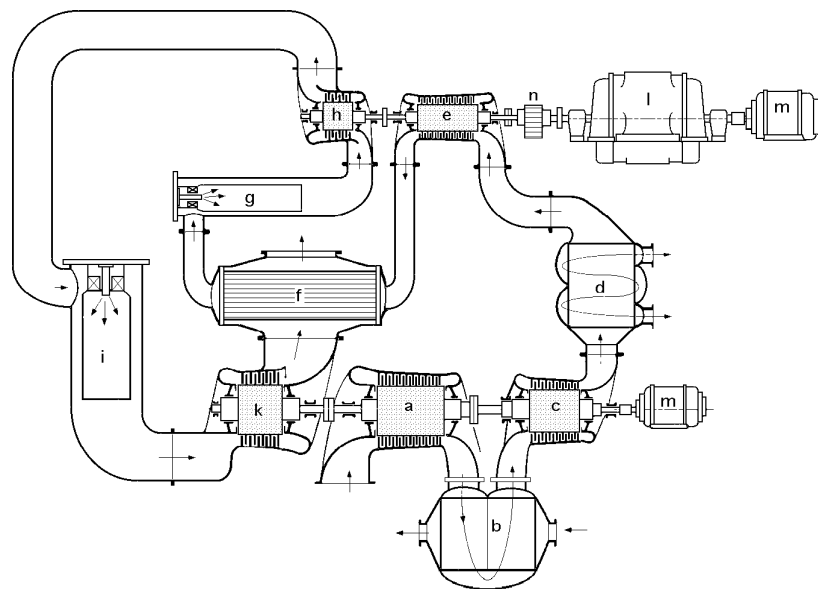


Fig XI.11.- Turbina de gas con tres escalonamientos de compresión y dos etapas de expansión, con las etapas montadas sobre dos ejes y reductor de engranajes n. (Receptor situado sobre el eje de AP)

XI.4.- CICLO OTTO-BEAU DE ROCHAS DE AIRE ESTANDAR

El ciclo Otto fue estudiado por Beau de Rochas en 1862, siendo Otto quien lo aplicó en 1867 a un motor de gasolina; el fluido utilizado es una mezcla de aire y gasolina finalmente pulverizada.

El ciclo se compone de dos transformaciones adiabáticas y dos isócoras y puede ser de 2 ó 4 tiempos.

MOTOR DE 4 TIEMPOS.- Para un motor de 4 tiempos, de acuerdo con el diagrama Fig XI.12 y con la Fig XI.14, se tiene,

Primertiempos (01) según el cual se produce la admisión o aspiración de la carga fresca (combus-

tible + aire) a través de la válvula de aspiración.

Segundo tiempo (12) según el cual se produce la compresión adiabática de la mezcla carburada. Con las válvulas cerradas el émbolo pasa de 1 a 2 recibiendo un trabajo que le permite realizar la compresión adiabática, al final de la cual el volumen de la mezcla (aire-combustible) se ha reducido al de la cámara de combustión aumentando la presión teórica hasta un máximo que depende de la relación de compresión r , de la forma,

$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

variando de $6 \div 8$ para gasolina sin plomo y de $8 \div 10$ para gasolina con aditamentos, alcanzándose en 2 las siguientes presiones,

Para $r = 1,4$; de $12,3 \div 18,4$ atm y de $18,4 \div 25$ atm respectivamente

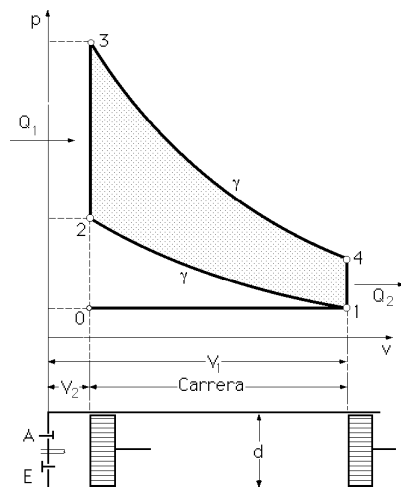


Fig XI.12.- Ciclo Otto

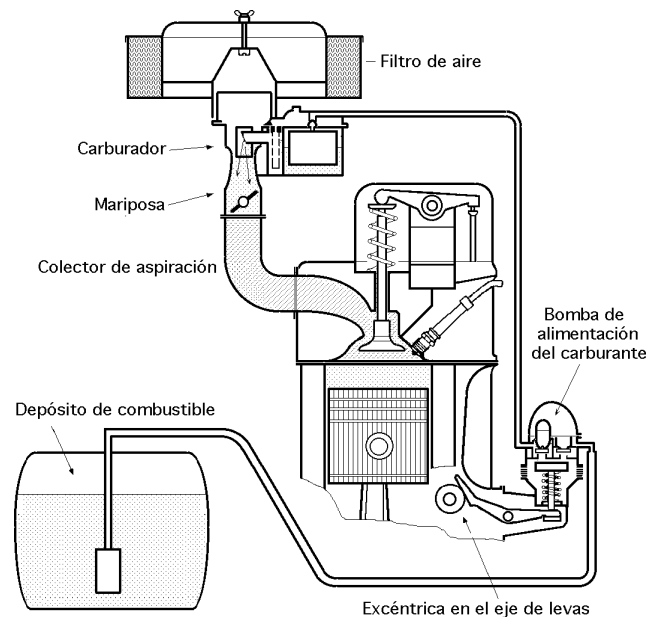


Fig XI.13.- Esquema de un motor de gasolina

Tercer tiempo (24).- Llegado el émbolo a 2 se provoca el encendido de la mezcla carburada comprimida mediante una chispa y se efectúa la explosión (23) a, $V = cte$, aumentando la temperatura a, $1500^{\circ}\text{C} < T_3 < 2200^{\circ}\text{C}$, y la presión a, $30 < p_3 < 40$ atm, recibiendo el fluido Q_1 calorías de la fuente caliente por liberación de la energía química de la mezcla carburada durante el proceso de la combustión. A continuación, el sistema constituido por los productos de la combustión realiza la expansión adiabática (34) hasta alcanzar el punto muerto inferior 4 que se corresponde con el volumen máximo V_1 .

Cuarto tiempo (40).- Se abre la válvula de escape y se produce un descenso de presión según (41) con el consiguiente enfriamiento a $V = Cte$ en el cual se ceden Q_2 calorías a la fuente fría; a continuación el émbolo realiza la operación de expulsión o escape de los productos de la combustión, para volver a introducir en el punto muerto superior 0 una nueva mezcla de aire y combustible en condiciones similares a la anterior, que permiten reanudar un nuevo ciclo.

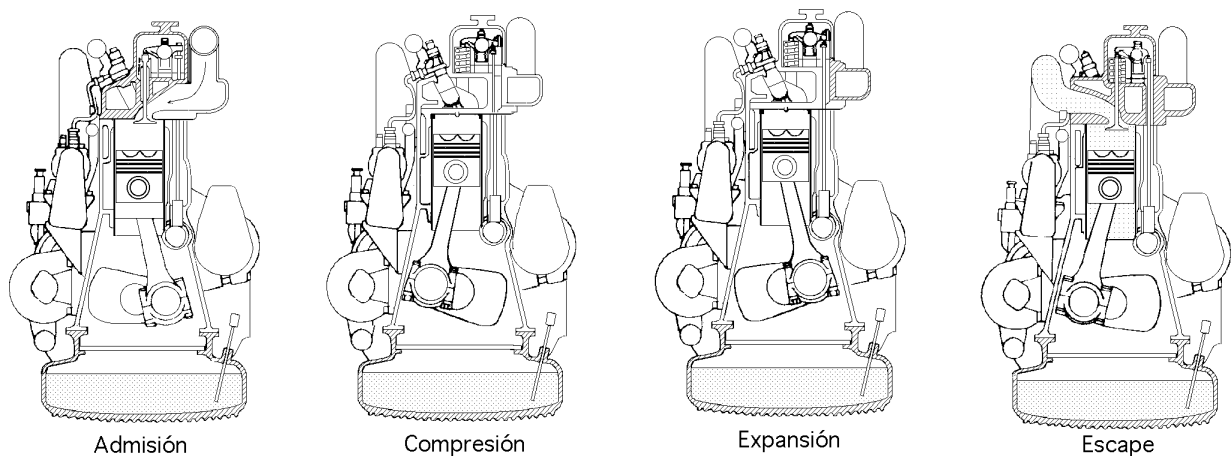


Fig XI.14.- Tiempos de un motor de gasolina

MOTOR DE 2 TIEMPOS.- Para un motor de 2 tiempos, la diferencia radica en que las operaciones (01) y (10) de admisión y escape no se realizan en dichas emboladas, por cuanto en estos motores de 2 tiempos existe una bomba que comunica con las lumbreras colocadas cerca del punto muerto inferior. El émbolo las descubre en su movimiento hacia dicho punto y los cierra en su carrera de vuelta, habiendo sustituido previamente mientras tanto, los productos de la combustión por una nueva carga fresca carburada.

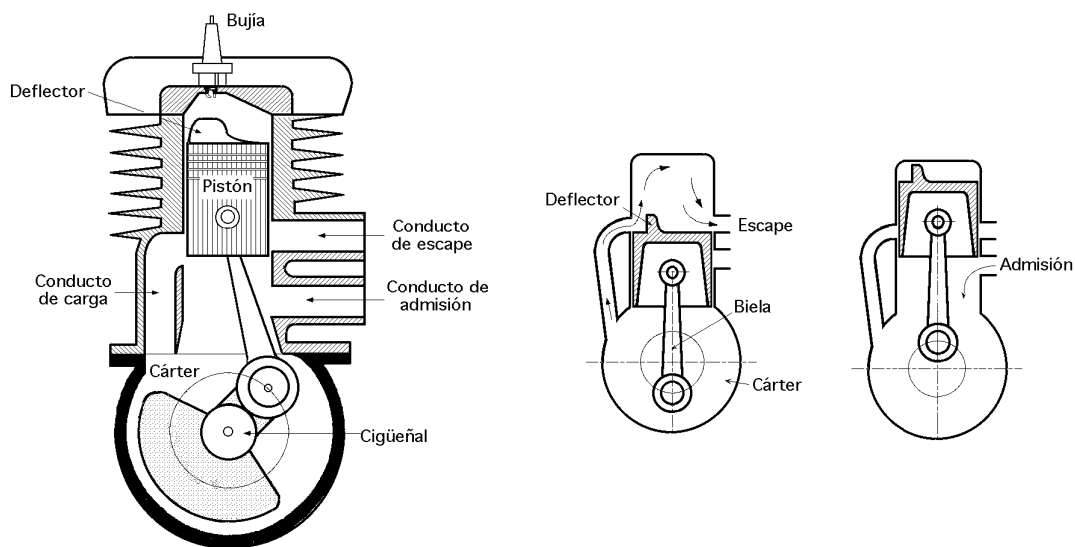


Fig XI.15.- Esquema de motor que funciona según un ciclo Otto de dos tiempos

En la práctica, para un ciclo real, la combustión teórica a volumen constante no se puede realizar, ni tampoco sería aconsejable hacerlo por el golpe brusco que ello significa; como el proceso real debe aproximarse al ideal, es necesario que se produzca el encendido antes de llegar el émbolo al punto muerto superior 3. Con este avance en el encendido se logra un mejor rendimiento.

Además, para tener bajas temperaturas en las superficies del pistón en contacto con la camisa del émbolo y lograr una buena lubricación disminuyendo el rozamiento, el cilindro va rodeado de un sistema de refrigeración; además, como las transformaciones (12) y (34) no son del todo adiabáticas, no se llegan a alcanzar las temperaturas que corresponderían al ciclo ideal.

En el ciclo real, la admisión de la mezcla fresca se hace a una presión algo inferior a la atmosférica.

rica y el barrido de los gases de la combustión a una presión algo superior.

Rendimiento térmico.- Para calcular el rendimiento del ciclo teórico vamos a despreciar la masa de gasolina que se mezcla con el aire, considerando únicamente la masa de éste último, ya que la gasolina supone aproximadamente un 1/10000 en volumen de aire.

A lo largo de las diferentes transformaciones del ciclo las cantidades de calor intercambiadas son,

$$\text{A lo largo de (23), } Q_1 = c_v (T_3 - T_2)$$

$$\text{A lo largo de (41), } Q_2 = c_v (T_4 - T_1)$$

A lo largo de (12) y (34) las cantidades de calor intercambiadas son nulas por tratarse de transformaciones adiabáticas.

El rendimiento térmico es,

$$= 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Teniendo en cuenta que, $v_3 = v_2$; $v_4 = v_1$ se puede poner,

$$\begin{aligned} T_1 v_1^{-1} &= T_2 v_2^{-1} ; T_2 = T_1 \left\{ \frac{v_1}{v_2} \right\}^{-1} \\ T_3 v_3^{-1} &= T_4 v_4^{-1} ; T_4 = T_3 \left\{ \frac{v_3}{v_4} \right\}^{-1} = T_3 \left\{ \frac{v_2}{v_1} \right\}^{-1} \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left\{ \frac{v_1}{v_2} \right\}^{-1} = \frac{T_3}{T_4} ; \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \end{aligned}$$

obteniéndose,

$$= 1 - \frac{T_3 \left\{ \frac{v_2}{v_1} \right\}^{-1} - T_1}{T_3 - T_1 \left\{ \frac{v_1}{v_2} \right\}^{-1}} = 1 - \frac{T_3 \left\{ \frac{1}{\frac{v_1}{v_2}} \right\}^{-1} - T_1}{T_3 - T_1 \left\{ \frac{1}{\frac{v_1}{v_2}} \right\}^{-1}} = 1 - \frac{1}{\frac{v_1}{v_2} - 1}$$

observándose que el rendimiento térmico depende de la relación de compresión y del coeficiente adiabático llegando a alcanzar rendimientos del orden del 40% al 54%. No se pueden alcanzar mayores rendimientos porque implicarían mayores relaciones de compresión y altas temperaturas al final de la compresión, dando lugar a una preignición de la mezcla carburada, con lo que se produciría un mal funcionamiento; existe, por lo tanto, un límite por encima del cual no se puede elevar la relación de compresión por cuanto la mezcla de combustible y aire explotaría prematuramente, antes de saltar la chispa, con el consiguiente perjuicio para la máquina y malfuncionamiento.

Además hay que tener en cuenta que:

a) El calor específico a volumen constante es distinto al variar los límites extremos de las temperaturas y sobre todo por ser distintos los fluidos que explotan (mezcla carburada) y los que se envían a la atmósfera (productos de la combustión).

b) Los valores del coeficiente adiabático γ resultan distintos en la compresión de la mezcla carburada y en la expansión de los gases de combustión, ya que en la compresión el fluido se compone de una mezcla, aire-combustible, mientras que en la expansión ésta se ha transformado en productos de combustión. Habría que

partir, por lo tanto, de las constantes de la mezcla de cada uno de los sistemas fluidos que evolucionan antes y después de la combustión.

Combustibles.- Utilizando sustancias antidetonantes se puede aumentar la relación de compresión hasta valores $8 < \gamma < 10$ y mejorar el rendimiento; en los motores de aviación de hélice se alcanzan relaciones de compresión más elevadas, no sólo por utilizar un mejor combustible, sino también porque su marcha es más regular (crucero), no teniendo las variaciones de potencia que se originan en pendientes y detenciones frecuentes en un motor de automóvil.

El **número de octano** indica la capacidad antidetonante de una gasolina; a más octanaje más antidetonación. La calidad antidetonante de una gasolina se determina comparándole con una mezcla de diferentes proporciones de heptano (octano 0) e isooctano (octano 100).

El primero es el más detonante de los hidrocarburos conocidos y se le cifra con un número de octano igual a cero (más antidetonante).

El segundo es el más refractario a la detonación y se le da un número de octano igual a 100.

Según la proporción de la mezcla de hidrocarburos que componen las gasolinas, más el porcentaje de plomo tetraetilo, así será el número de octano de la gasolina.

A título de ejemplo, si una gasolina posee las mismas características detonantes que una mezcla en volumen de 86 partes de isooctano y 14 de heptano, el número de octano sería 86.

Al aumentar el número de octanos de la gasolina se puede aumentar la relación de compresión.

Trabajo de compresión.- La compresión de la carga necesita de un cierto trabajo. Si llamamos, Fig XI.16, d al diámetro interior del cilindro, l a la carrera del pistón y γ a la relación de compresión, se tiene,

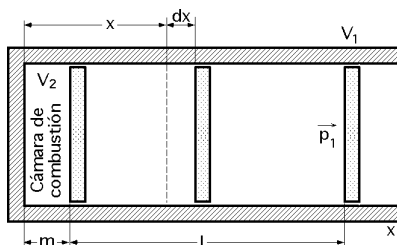


Fig XI.16.- Cilindro de trabajo

dro a la cabeza del émbolo igual a,

$$1 + \gamma = 1 + \frac{1}{\gamma - 1} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

por lo que el volumen,

$$V_1 = \frac{d^2}{4} \frac{l}{\gamma - 1}$$

La fuerza total que inicialmente se ejerce contra el émbolo, desde el interior del cilindro es,

$$F_1 = \frac{d^2}{4} p_1$$

$$= \frac{1 + \gamma}{\gamma} \quad \gamma = \frac{1}{\gamma - 1}$$

que es el *espacio muerto*, longitud de la cámara de explosión, que se considera como una prolongación del cilindro de expansión.

Cuando se inicia la fase de compresión se tiene una presión en el cilindro igual a p_1 siendo la distancia desde la culata del cilindro a la cabeza del émbolo igual a,

Si cuando empieza a moverse el pistón, éste se encuentra en un momento determinado en una posición x , la presión interior es,

$$p_1 V_1 = p_x V_x \quad p_x = p_1 \left(\frac{V_1}{V_x} \right) = p_1 \left(\frac{1}{x} \right) = p_1 \left(\frac{1}{x} \right) x$$

Si se mueve el émbolo una distancia infinitesimal $-dx$ (venciendo la presión interior) el trabajo es,

$$dT_{\text{comp}} = F_x dx = p_x dx = p_1 \left(\frac{1}{x} \right) x \frac{d^2}{4} dx$$

Integrándola,

$$T_{\text{comp}} = p_1 \left(\frac{1}{x} \right) \frac{d^2}{4} \frac{1}{x} dx = p_1 \frac{1}{x} \frac{d^2}{4} (x - 1)$$

resultado que no tiene en cuenta la acción de la atmósfera sobre el pistón. Este efecto se puede despreciar, ya que la energía aportada por la presión atmosférica exterior durante la compresión se disipa durante la fase de expansión siguiente.

Trabajo de expansión.- Al terminar la fase de compresión la carga se inflama con lo que su presión se multiplica varias veces. Llamando α a un factor multiplicador de la presión p_2 el trabajo de expansión es,

$$T_{\text{exp}} = p_1 \frac{1}{x} \frac{d^2}{4} (x - 1)$$

Trabajo útil del ciclo.- El área del diagrama del indicador representa el trabajo útil del ciclo realizado por los gases de la combustión sobre el émbolo durante la fase de expansión, menos la energía absorbida en la compresión de la mezcla carburada.

$$T_{\text{útil}} = T_{\text{exp}} - T_{\text{comp}} = p_1 \frac{1}{x} \frac{d^2}{4} (x - 1) \{ x - 1 \} = p_1 \frac{1}{x} \frac{d^2}{4} (x - 1) \{ x - 1 \}$$

Puesto que el diagrama real, al ser un movimiento continuo, tiene suprimidos los ángulos vivos, es necesario introducir un factor de corrección, coeficiente de calidad $\eta_g = 0,9$ que tiene en cuenta lo siguiente,

- Las pérdidas originadas por el suministro no instantáneo de calor a la carga.
- La apertura anticipada de la válvula de escape.
- La resistencia de los conductos de admisión y escape durante las fases de admisión y escape, que viene representada por la superficie comprendida entre las líneas de admisión y escape correspondientes del diagrama.

Por lo tanto, el trabajo útil del indicador queda en la forma,

$$T_{\text{indicador}} = p_1 \frac{-}{-1} \frac{d^2 l}{4 (-1)} \{ -1 \} \quad g$$

y el trabajo útil en el eje de la máquina,

$$T_{\text{útil}} = p_1 \frac{-}{-1} \frac{d^2 l}{4 (-1)} \{ -1 \} \quad g \quad m$$

Par motor.- El trabajo útil de la fase de expansión proporciona el par motor cada dos revoluciones completas del cigüeñal.

Para el par motor M en el cigüeñal, el trabajo realizado durante dos revoluciones es,

$$\text{Trabajo} = \text{Fuerza} \cdot \text{espacio} = F \cdot 2 \quad R n = (F R) \cdot 2 \quad n = M \cdot 2 \quad 2 = 4 \quad M$$

que tiene que ser igual al producto del trabajo indicado por el rendimiento mecánico m ,

$$4 \quad M = p_1 \frac{-}{-1} \frac{d^2 l}{4 (-1)} \{ -1 \} \quad g \quad m$$

de donde,

$$M = p_1 \frac{-}{-1} \frac{d^2 l}{16 (-1)} \{ -1 \} \quad g \quad m$$

Temperatura y presión alcanzados por la combustión en un ciclo Otto.- Para un ciclo ideal a $V = \text{cte}$ cuyo fluido motor está formado por aire y combustible, si llamamos G al peso del aire 15,25 kg que entran en el cilindro por 1 kg de combustible, en combustión estequiométrica, el número de kg de combustible x por 1 kg de mezcla carburada es,

$$x = \frac{1}{1 + G}$$

siendo el valor del calor aplicado,

$$Q_1 = 1 \text{ (Kg mezcla)} \quad c_v \quad T = \frac{1}{1 + G} \frac{\text{Kg comb}}{\text{Kg mezcla}} \quad P \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg comb}} = \frac{P}{1 + G} \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg mezcla}}$$

$$c_v \quad T = \frac{P}{1 + G} \quad ; \quad T = \frac{P}{(1 + G) \quad c_v} = T_3 - T_2$$

La temperatura máxima del ciclo es,

$$T_3 = T_2 + \frac{P}{(1 + G) \quad c_v} = T_1^{-1} + \frac{P}{(1 + G) \quad c_v} = T_1^{-1} + \frac{Q_1}{c_v}$$

y la presión máxima,

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = p_1 \frac{\frac{P}{(1 + G) \quad c_v} + T_1^{-1}}{T_1^{-1}} = \frac{p_1}{T_1} \left\{ \frac{P}{(1 + G) \quad c_v} + T_1^{-1} \right\}$$

Como el ciclo no es teórico, estos resultados se apartan bastante de los resultados prácticos en base a que,

- a) La compresión y la expansión no son adiabáticas, ya que a través de las paredes hay transmisión de calor.
- b) Los calores específicos son variables.
- c) Los gases, en la combustión, se disocian.
- d) La mezcla que se introduce en la cámara de combustión es una mezcla, aire-combustible-gases residuales.

La **presión media del ciclo** se define en la forma,

$$\text{Presión media} = \frac{\text{Trabajo ciclo}}{\text{Volumen barrido por el pistón}} = \frac{Q_1 - Q_2}{V_1 - V_2}$$

$$Q_1 = c_v (T_3 - T_2) = c_v T_2 (\mu - 1) = c_v^{-1} T_1 (\mu - 1)$$

$$Q_2 = c_v (T_4 - T_1) = c_v (\mu T_1 - T_1) = c_v T_1 (\mu - 1), \text{ con } \mu = T_3/T_2 = T_4/T_1$$

$$\text{Trabajo ciclo, } T_u = c_v T_1 (\mu - 1) (\gamma - 1)$$

$$\text{Volumen barrido: } V_1 - V_2 = V_1 - \frac{V_1}{\mu} = V_1 \frac{\mu - 1}{\mu} = \frac{R T_1}{P_1} \frac{\mu - 1}{\mu}$$

$$\text{Presión media} = \frac{c_v T_1 (\mu - 1) (\gamma - 1)}{\frac{R T_1}{P_1} \frac{\mu - 1}{\mu}} = \frac{\mu - 1}{\gamma - 1} \frac{\gamma}{\mu} P_1$$

XI.5.- CICLO DIESEL DE AIRE ESTANDAR

El ciclo Diesel se diferencia del ciclo Otto en que permite obtener relaciones de compresión más elevadas, generalmente de 14 a 17, por cuanto la inyección del combustible se realiza con posterioridad a la compresión del aire, que puede alcanzar presiones del orden de 40 kg/cm² lo cual supone un aumento del rendimiento térmico η .

El ciclo teórico se compone de dos transformaciones adiabáticas (1-2) y (3-4), una isobara (2-3) y una isócara (4-1), Fig XI.17.

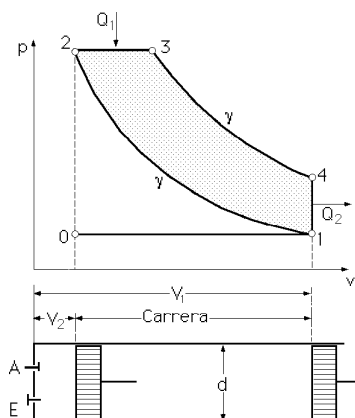


Fig XI.17.- Diagrama de un ciclo Diesel

En el **primer tiempo del ciclo**, por la válvula de aspiración se produce la admisión de una carga de aire que con las válvulas cerradas se comprime adiabáticamente en un segundo tiempo, compresión (1-2), al final de la cual el aire alcanza unos 800°C.

En el **tercer tiempo** comienza la inyección del combustible líquido finamente pulverizado, produciéndose la combustión (2-3) por efecto de la temperatura elevada a que se encuentra el aire, proceso que se efectúa a, $p = \text{cte}$, absorbiendo el sistema Q_1 calorías de la fuente caliente por liberación de la energía química del combustible durante la

combustión; a continuación se realiza la expansión adiabática (3-4) de los productos de la combustión, realizando el sistema un trabajo a expensas de su energía interna, hasta que el émbolo llega al punto muerto inferior.

El *cuarto tiempo* se realiza en dos partes; primero se abre la válvula de escape produciéndose un descenso de presión según (4-1) con el consiguiente enfriamiento a $V = \text{cte}$ en el cual se ceden Q_2 calorías a la fuente fría y a continuación se realiza la operación (1-0) de expulsión o escape de los productos de la combustión, llegándose nuevamente al estado inicial 0 en el cual se reinicia el ciclo.

RENDIMIENTO TÉRMICO.- Las cantidades de calor intercambiadas son,

$$\text{A lo largo de (2-3), } Q_1 = c_p (T_3 - T_2)$$

$$\text{A lo largo de (4-1), } Q_2 = c_v (T_4 - T_1)$$

Teniendo en cuenta que, $v_3 = v_2$; $v_4 = v_1$ siendo ϵ el grado de inyección, se puede poner,

Compresión adiabática (1-2),

$$T_1 v_1^{-1} = T_2 v_2^{-1} ; T_2 = T_1 \left\{ \frac{v_1}{v_2} \right\}^{-1} = T_1 \epsilon^{-1}$$

Combustión a presión constante (2-3),

$$T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} = T_2 \epsilon = \epsilon T_1$$

Expansión adiabática (3-4),

$$T_3 v_3^{-1} = T_4 v_4^{-1} ; T_4 = T_3 \left\{ \frac{v_3}{v_4} \right\}^{-1} = T_3 \left\{ \frac{\epsilon}{1} \right\}^{-1} = \epsilon^{-1} T_1$$

El rendimiento teórico del ciclo Diesel es,

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 - T_1}{\left\{ \epsilon^{-1} T_1 - \epsilon^{-1} T_1 \right\}} = 1 - \frac{1 - \epsilon^{-1}}{\epsilon^{-1} \{ \epsilon - 1 \}}$$

El ciclo real difiere del ideal en que:

a) Las presiones de admisión y escape son algo inferior y superior, respectivamente, a la presión atmosférica exterior.

b) Es difícil mantener la combustión a presión constante, siendo el ideal de la combustión (2-3) que la velocidad de inyección del combustible se ajuste al movimiento del émbolo para que la combustión se realice lo más aproximadamente posible a la línea de presión constante.

El rendimiento del ciclo Diesel aumenta cuando aumenta la relación de compresión y cuando disminuye la relación de inyección.

En la Tabla XI.1 indicamos el valor del rendimiento térmico para diversos valores de ϵ con, $\epsilon_c = 1,4$, observándose que para grados de inyección comprendidos entre 2 y 5 el rendimiento térmico varía entre un 60% y un 45%.

Tabla XI.1.- Rendimiento térmico en función de la relación de inyección

	2	3	4	5
= 13	0,56	0,53	0,49	0,45
= 14	0,58	0,55	0,51	0,47
= 15	0,59	0,56	0,52	0,58
= 16	0,6	0,57	0,53	0,5

Combustibles.- El índice de cetano proporciona una idea sobre el grado de inflamabilidad de los gasóleos, de forma que, en general, los hidrocarburos con número de cetano elevado poseen números de octano bajos; las parafinas normales son los mejores combustibles para máquinas de ignición por compresión, mientras que los hidrocarburos aromáticos son los peores.

El cetano $C_{16}H_{34}$ posee una inflamabilidad perfecta y se designa con el n° de cetano igual a 100.

El metilnaftaleno $C_{11}H_{10}$ tiene una inflamabilidad prácticamente nula y un n° de cetano igual a 0.

XI.6.- CICLO SEMIDIESEL-SABATHE

Este ciclo, Fig XI.18, realiza la aspiración y la compresión del aire en sus dos primeros tiempos, lo mismo que el Diesel, pero la relación de compresión no es tan alta como para realizar la combustión por simple contacto del combustible con el aire comburente caliente.

Cuando el motor está en marcha se mantiene caliente una superficie de la pared de la cámara de combustión no refrigerada por agua y se puede obtener la temperatura de ignición por una compresión baja, del orden de 20 a 25 kg/cm². Es un ciclo de cuatro tiempos, siendo su funcionamiento el siguiente,

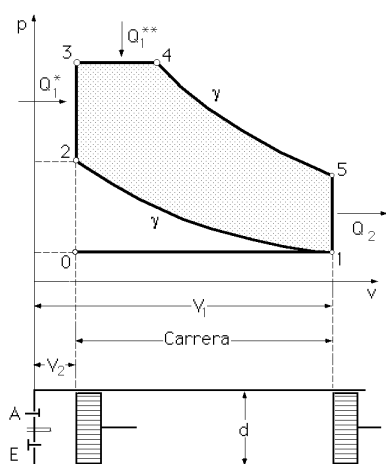


Fig XI.18.- Diagrama de un ciclo Semi-Diesel

el siguiente,

a) En el **primer tiempo** se abre la válvula de admisión y se produce la aspiración de aire según (0-1).

b) En el **segundo tiempo** se comprime el aire adiabáticamente según (1-2) alcanzándose al final de esta compresión una temperatura T_2 menor de 800°C por lo que para obtener la combustión por simple contacto del combustible pulverizado con el aire comprimido, se necesita aportar calor. La temperatura de ignición se puede conseguir de varias formas, mediante un calentamiento de la cámara de combustión o introduciendo el combustible a mayor temperatura, o haciendo incidir por choque, el combustible contra las paredes de la

cámara de combustión, o haciendo saltar en 2 una chispa mediante una bujía, etc.

c) En el **tercero tiempo** se produce la combustión de la mezcla (aire-combustible) a volumen constante (2-3) y a presión constante (3-4), de forma que al comienzo se produzca una combustión violenta (2-3), siendo más suave al final de la misma.

A lo largo de (2 -3), $Q_{1*} = c_v (T_3 - T_2)$

A lo largo de (3 -4), $Q_{1**} = c_p (T_4 - T_3)$

$$Q_1 = c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3)$$

Los gases producidos en la combustión se expansionan en el cilindro de trabajo generando un trabajo según la transformación adiabática (4-5).

d) En el *cuarto tiempo* se abre en 5 la válvula de escape y se produce una caída brusca de presión hasta 1, eliminándose Q_2 calorías al exterior a lo largo de (5-1),

$$Q_2 = c_v (T_5 - T_1)$$

A continuación, los gases de la combustión se expulsan al exterior según (5-1), renovándose la carga de aire en 0, reiniciándose el ciclo.

Teniendo en cuenta que, $v_4 = v_3$; $v_1 = v_2$; $p_3 = p_2$, se puede poner:

$$\text{Compresión adiabática (12): } T_1 v_1^{-1} = T_2 v_2^{-1} ; T_2 = T_1 \left\{ \frac{v_1}{v_2} \right\}^{-1} = T_1^{-1}$$

$$\text{Combustión a volumen constante (23): } T_3 = T_2 =^{-1} T_1$$

$$\text{Combustión a presión constante (34): } T_4 = T_3 =^{-1} T_1$$

$$\text{Expansión adiabática (45): } T_5 = T_1$$

por lo que *el rendimiento teórico del ciclo semi-Diesel* es,

$$= 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + (T_4 - T_3)} = 1 - \frac{1}{^{-1}} \frac{-1}{(-1) + (-1)}$$

La presión media del ciclo es la relación entre el trabajo producido T y el volumen barrido por el pistón.

$$\text{Presión media} = \frac{T_{\text{ciclo}}}{V_{\text{barrido}}} = \frac{-1}{-1} \frac{Q_1 - Q_2}{V_1}$$

$$\text{El volumen barrido es: } V_1 - V_2 = V_1 \left\{ 1 - \frac{1}{^{-1}} \right\} = V_1 \frac{-1}{^{-1}}$$

$$\text{El trabajo del ciclo es: } T_{\text{ciclo}} =_{\text{ciclo}} Q_1 = Q_1 - Q_2$$

$$Q_1 = c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) = c_v T_1^{-1} \{ -1 + (-1) \}$$

$$Q_2 = c_v (T_5 - T_1) = c_v T_1 \{ -1 \}$$

$$\begin{aligned} \text{Presión media} &= \frac{-1}{-1} \frac{1}{V_1} [c_v T_1^{-1} \{ -1 + (-1) \} - c_v T_1 \{ -1 \}] = \\ &= \frac{-1}{-1} \frac{c_v T_1^{-1}}{V_1} \{ -1 + (-1) - \frac{-1}{^{-1}} \} = \\ &= \frac{-1}{-1} \frac{p_1^{-1}}{-1} \{ -1 + (-1) - \frac{-1}{^{-1}} \} = \\ &= \frac{-1}{-1} \frac{p_1}{-1} \{ -1 + (-1) - \frac{-1}{^{-1}} \} \end{aligned}$$

La presión máxima del ciclo se puede expresar en función de la relación de presiones, $\frac{p_3}{p_2}$ que a su vez depende de los diferentes parámetros y de la cantidad de calor Q_1 ,

$$Q_1 = c_v T_1^{-1} \{ p_2 - 1 + \frac{1}{\gamma} (p_2 - 1) \}$$

$$= \frac{Q_1 + c_v T_1^{-1}}{c_v T_1^{-1} \{ 1 + \frac{1}{\gamma} (p_2 - 1) \}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\gamma} (p_2 - 1)} \left\{ \frac{Q_1}{c_v T_1^{-1}} + 1 \right\}$$

$$p_3 = p_2 = \frac{p_1}{1 + \frac{1}{\gamma} (p_2 - 1)} \left\{ \frac{Q_1}{c_v T_1^{-1}} + 1 \right\}$$

XII. - PROPIEDADES TERMODINÁMICAS DEL VAPOR DE AGUA

XII.1.- ESTUDIO DE LOS FLUIDOS CONDENSABLES

La necesidad de los fluidos condensables en general y de los vapores en particular, para su utilización industrial, tanto en procesos de calentamiento como de refrigeración, hacen aconsejable su estudio termodinámico.

En un gas ideal y en un diagrama (p,v) las isothermas son hipérbolas equiláteras y obedecen a la ecuación, $p v = Cte$, mientras que para un vapor, en el diagrama (p,v) toman la forma de la Fig XII.1, observándose que en el cambio de estado, la línea que representa la transformación isotérmica dentro de la campana de Andrews es una recta, que coincide con la línea representativa de la presión dada por un tramo horizontal (431). Si por ejemplo se trata del paso de líquido a vapor, la parte de isoterma correspondiente al estado líquido es prácticamente vertical (54), mientras que la isoterma que se corresponde con el estado de vapor, tiende a ser una hipérbola equilátera, sobre todo, en la región correspondiente a grandes volúmenes y bajas presiones.

Para temperaturas crecientes, el tramo de la fase líquido-vapor se va estrechando cada vez más, hasta llegar a un punto C, punto crítico, en el que el paso de líquido a vapor se hace sin zona de transición.

La isoterma crítica T_C tiene la particularidad de que en el punto C la tangente es horizontal y existe un punto de inflexión, por lo que,

$$\left. \frac{dp}{dv} \right|_T = 0 \quad ; \quad \left. \frac{d^2p}{dv^2} \right|_T = 0$$

El motivo de que el tramo de isoterma (42) del cambio de estado sea horizontal radica en el hecho de que en el diagrama (p,v) no son posibles tramos de transformaciones como la (a3b) por cuanto el índice n de una politrópica sólo puede tomar valores positivos y en este tramo serían negativos; por otro lado dp/dv tiene que ser siempre menor o igual que cero, nunca positiva, cosa que acontecería de ser posible el tramo (a3b).

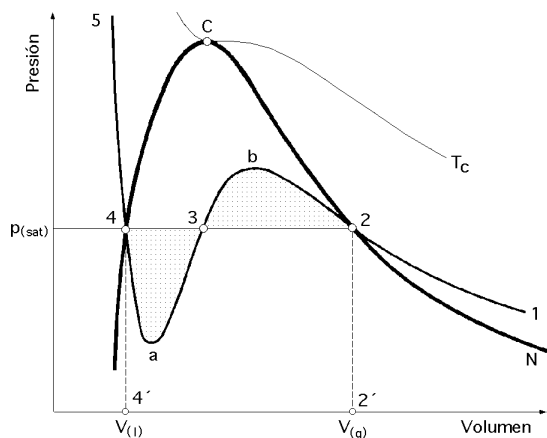


Fig XII.1.- Campana de Andrews e isothermas de Van der Waals

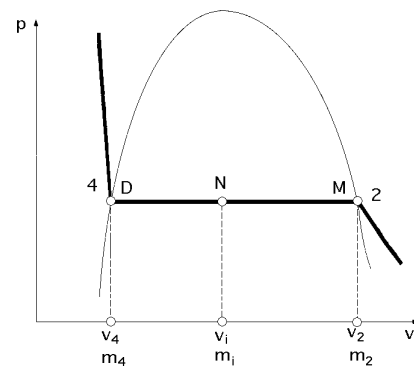


Fig XII.2.- Isotherma del cambio de fase

Por lo tanto, como el punto *a* y el punto *b* pertenecen a la misma isoterma, es lógico aceptar como experimentalmente se ha comprobado que, durante el cambio de estado la isoterma siga un camino horizontal (432), con la condición de que las áreas (4a34) y (23b2) sean iguales, como se puede comprobar haciendo uso de la función de Gibbs aplicada a los estados de equilibrio de las fases líquida y de vapor saturado seco.

En efecto, si los estados 4 y 2 que se corresponden con los volúmenes v_l y v_g son estados de equilibrio, se cumple que, $G_l = G_g$, y por lo tanto, al ser, $G = F + pv$, se tiene,

$$F_l + p_l v_l = F_g + p_g v_g$$

Como, $p_l = p_g = p_{\text{sat}}$, resulta,

$$F_l - F_g = p_{\text{sat}} (v_g - v_l)$$

A su vez,

$$F = u - Ts ; dF = du - T ds - s dT$$

y como la línea (12b3a4) es una isoterma, se tiene,

$$dF = du - T ds = -p dv$$

por lo que,

$$\int_{F_g}^{F_l} dF = F_l - F_g = - \int_{(12b3a4)} p dv = \int_{(4a3b21)} p dv = p_{\text{sat}} (v_g - v_l)$$

Como,

$$\int_{(4a3b21)} p dv = \text{área}(4'4a3b22'4') = p_{\text{sat}} (v_g - v_l) = \text{área}(4'4322'4')$$

y el área,

$$\text{área (4'4 a 3 b 2 2'4')} = \text{área (4'4 3 2 2'4')} + \text{área (3b23)} - \text{área (43a4)}$$

resulta,

$$\text{área (3b23)} = \text{área (43a4)}$$

es decir, las áreas por encima y por debajo de p_{sat} son iguales. La parte de isoterma entre a y b no tiene significado físico.

Presión de saturación.- Para determinar la presión de saturación a una temperatura determinada, sólo para el agua, y con las temperaturas en °C, existen una serie de ecuaciones experimentales, de la forma,

$$\text{Dieterici: } p_s = p_K e^{7,4(1-\frac{T_K}{T_s})}$$

$$\text{Duperray: } p_s = 0,984 \left(\frac{T_s}{100}\right)^4$$

Bordini, para el vapor de agua, y dentro de los intervalos que se indican, presenta,

$$\text{Entre } 20^\circ\text{C y } 100^\circ\text{C: } \log p_s = 5,978 - \frac{2224}{T_s}$$

$$\text{Entre } 100^\circ\text{C y } 200^\circ\text{C: } \log p_s = 5,649 - \frac{2101}{T_s}$$

$$\text{Entre } 200^\circ\text{C y } 300^\circ\text{C: } \log p_s = 5,451 - \frac{2021}{T_s}$$

Entre 300°C y 400°C , no hay formulación.

Dado que existen Tablas y Diagramas de los diferentes fluidos condensables, lo normal es recurrir a ellos para la toma de datos y representación de las distintas transformaciones.

Título de un vapor.- Se define el título x de un vapor como el tanto por uno de vapor saturado seco en la mezcla líquido-vapor, es decir, cada kg de vapor húmedo contiene x kg de vapor saturado seco y, $1 - x$, kg de líquido; su expresión es,

$$x = \frac{x \text{ Kg de vapor saturado seco}}{1 \text{ Kg de vapor húmedo}} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{DN}{DM}$$

lo cual se demuestra, a partir de la definición, en la siguiente forma,

$$v_2 = \frac{V_2}{m_2} \quad ; \quad v_i = \frac{V_i}{m_i} \quad ; \quad v_4 = \frac{V_4}{m_4}$$

Como el volumen total de vapor húmedo es,

$$V_T = V_{\text{vapor saturado seco}} + V_{\text{líquido}}$$

resulta para, $m_i = m_2 + m_4$; $V_i = V_2 + V_4$

$$v_i m_i = v_2 m_2 + v_4 m_4 = m_2 (v_2 - v_4) + v_4 m_i \quad m_i (v_i - v_4) = m_2 (v_2 - v_4)$$

por lo que se tendrá finalmente que,

$$x = \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_i - v_4}{v_2 - v_4} = \frac{DN}{DM}$$

y en consecuencia, los tramos correspondientes a fracciones de título iguales, son iguales.

XII.2.- ESTUDIO CALORIMÉTRICO DEL VAPOR DE AGUA

El calor necesario para transformar 1 kg de agua en 1 kg de vapor saturado seco, se puede descomponer en,

a) La energía q necesaria para elevar la temperatura desde el estado inicial a T_1 Fig XII.3, hasta la temperatura de saturación T_s correspondiente a su presión de saturación, es,

$$q = u_1 + T = u_1 + p_s (v' - v_1) \quad u_1 \text{ (válido hasta los } 220^\circ\text{C)}$$

siendo,

u_1 , la energía interna del líquido

$p_s (v' - v_1)$, el trabajo externo

q , la energía térmica comunicada al agua entre 1 y A

v_1 , el volumen específico inicial del agua

v' , el volumen específico del agua una vez lograda la T_s de saturación

También se puede poner,

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c \, dT$$

$$\text{siendo, } c = c(T) = 1 + 0,0004 (T_s - 273) + 0,000001 (T_s - 273) \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}^\circ\text{K}}$$

$$\text{Para el agua, } c = 1 \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}^\circ\text{K}}, \text{ por lo que, } q = T_s - T_1$$

b) El calor necesario Q_{1B} para llevar 1 kg de agua, a presión constante, desde la temperatura del estado líquido inicial T_1 hasta la temperatura de saturación T_B y obtener vapor saturado seco es,

$$Q_{1B} = u_A - u_1 + p_s (v - v') = (u_A - u_1) + r$$

$$r = p_s (v - v')$$

siendo,

u_A , la energía interna específica del punto A sobre la curva de líquido

u_1 , la energía interna específica correspondiente al punto 1 que es el punto de partida

v , el volumen específico final, sobre la curva de vapor saturado seco correspondiente a 1 kg de vapor, a la temperatura T_s de saturación.

r , el calor latente entre los estados líquido A y vapor saturado seco B, del cambio de estado.

Una fórmula práctica debida a Regnault que permite calcular el calor latente del cambio de estado r es de la forma,

$$r = 606,5 + 0,305 T, \text{ con } T \text{ en } ^\circ\text{C} \text{ y } r \text{ en Kcal/kg}$$

De acuerdo con la formulación de Clapeyron, el valor de r es de la forma,

$$r = T_s \frac{dp_s}{dT_s} (v'' - v')$$

El calor necesario para obtener 1 kg de vapor húmedo de título x , desde 1 hasta M es,

$$Q_x = q + x r$$

El calor a aplicar Q_{12} para conseguir un vapor recalentado, punto 2, a la presión p y temperatura T_2 , es,

$$Q_{12} = Q_{1B} + c_m (T_2 - T_s) \quad ; \quad Q_{12} = Q_{1B} + \int_{T_1}^{T_2} c_m(T) dT$$

en la que c_m ó $c_m(T)$ es el calor específico de la transformación isobara, constante en el intervalo de temperaturas mencionado, o dependiente de ellas, respectivamente.

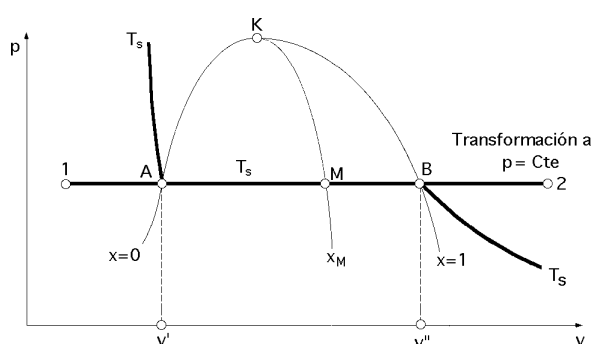


Fig XII.3.- Transformación isobárica en un diagrama (p,v)

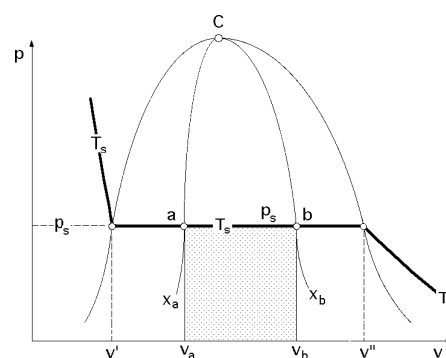


Fig XII.4.- Representación gráfica del trabajo del cambio de estado

En general, y por ser los procesos de precalentamiento, vaporización y recalentamiento, a presión constante, (1A), (AB) y (B2) respectivamente, Fig XII.3, el calor puesto en juego desde el punto de vista de la entalpía es,

$$Q_{1A} = i_A - i_1 \quad ; \quad Q_{AB} = i_B - i_A \quad ; \quad Q_{B2} = i_2 - i_B$$

y el calor necesario para pasar desde el estado 1 al 2 correspondiente al vapor recalentado, es,

$$Q_{12} = i_2 - i_1$$

El trabajo desarrollado para pasar del punto a al punto b sobre la misma isoterma T y dentro de la zona del vapor húmedo, Fig XII.4, es de la forma,

$$T_{ab} = p_s (v_b - v_a) = p_s (x_b - x_a) (v - v')$$

en la que, $v - v'$, es el aumento de volumen que experimenta 1 kg de fluido al pasar del estado líquido al de vapor saturado seco, y, $x_b - x_a$, es el número de kg de vapor saturado transformados al pasar el vapor de título x_a a x_b .

El calor necesario para pasar del título x_a al título x_b es,

$$Q_{ab} = r (x_b - x_a)$$

Las líneas de igual título x concurren en el punto crítico C.

XII.3.- DIAGRAMA DE IZART

En este diagrama, Fig XII.5, las isothermas correspondientes a un vapor húmedo vienen representadas por un segmento horizontal, entre los puntos A y B. La longitud (AB) representa la entropía de vaporización, r/T_s .

La curva de condensación en la región del agua líquida tiene una pendiente de la forma,

$$dQ = T ds \quad ; \quad c_{p1} dT = T ds \quad ; \quad \frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_{p1}}$$

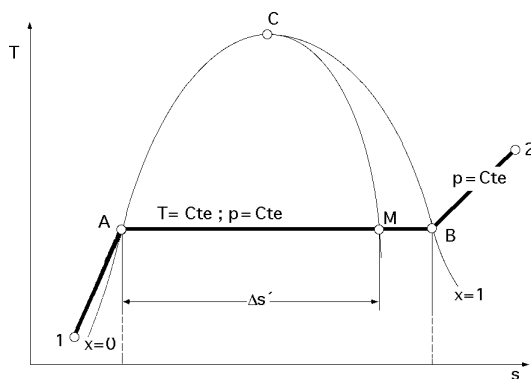


Fig. XII.5.- Diagrama de Izart

siendo c_{p1} el calor específico del líquido a la presión de saturación, punto A. A temperaturas moderadas c_{p1} crece poco con la temperatura y, por lo tanto, la pendiente decrece hasta anularse con tangente horizontal a la temperatura T_C ; su valor en el punto C es .

El diagrama (T-s) resulta útil para el estudio de expansiones adiabáticas en vapores recalentados, ya que en los procesos isentrópicos se representan mediante una vertical descendente, que puede caer dentro o fuera de la campana de Andrews.

Para determinar la entropía de cada una de las fases, se parte de,

$$s_A - s_1 = \int_1^A c(T) \frac{dT}{T}$$

aunque en la práctica es suficiente con tomar calores específicos medios en los intervalos de temperatura considerados.

Para pasar de T_1 a T_A se puede poner,

$$s_1 = c_m \ln \frac{T_s}{T_1}$$

Para el cambio de estado líquido-vapor saturado seco, T_s es constante, necesitándose un calor r que es el calor latente del cambio de estado, por lo que,

$$s_2 = \frac{r}{T_s}$$

y en la zona de vapor recalentado, desde la temperatura T_s a la T_2 máxima del vapor recalentado,

$$s_3 = c_{m_r} \ln \frac{T_2}{T_s}$$

La variación de entropía total para pasar del punto inicial al final, a lo largo de la curva de presión constante, es,

$$DS_{\text{Total}} = c_m \ln \frac{T_s}{T_1} + \frac{r}{T_s} + c_{m_r} \ln \frac{T_r}{T_s}$$

Para obtener las curvas de título constante x podemos considerar que para un vapor de título x , se consumen, $r x$, Kcal en llevarle a ese estado, es decir,

$$s' = \frac{x r}{T_s} = AM \quad ; \quad AB = s_{AB} = \frac{r}{T_s} \quad ; \quad \frac{s'}{s_{AB}} = x$$

por lo que dividiendo el segmento (AB) en partes iguales, se tienen intervalos de títulos también iguales, obteniéndose las curvas de título constante, por cuanto para una misma presión, el valor de s_{AB} es constante, proporcional a x , y por lo tanto, las curvas de título constante se pueden obtener dividiendo el segmento AB en partes iguales.

XII.4.- DIAGRAMA DE MOLLIER

En el diagrama de Mollier, Fig XII.6, las curvas representativas de las transformaciones isotermales, fuera de la campana de Andrews, en la zona de vapor recalentado, son casi horizontales para un vapor real, mientras que son horizontales para un vapor perfecto.

Dentro de la curva de Andrews, la pendiente de las isobaras coincide con la temperatura T en cada punto,

$$di = du + p dv + v dp = T ds + v dp = dQ + v dp$$

luego, $T = \frac{di}{ds}_p$, es la ecuación de las curvas de presión constante.

A medida que aumenta la temperatura, aumenta la inclinación de estas rectas en el interior de

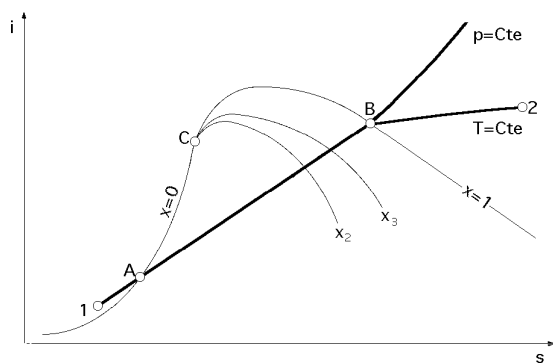


Fig XII.6.- Diagrama de Mollier

la campana. El punto crítico C no coincide con el máximo de la campana, sino con el punto de tangencia de la recta temperatura crítica T_C con la campana, a la izquierda del máximo de la misma.

A lo largo de una transformación a presión constante desde el estado líquido, hasta el de vapor recalentado, se tienen las siguientes entalpías y entropías,

Dentro del estado líquido hasta la temperatura de saturación T_s ,

$$di = c_m dT \quad ; \quad i_1 = c_m (T_s - T_1) \quad ; \quad s_1 = c_m \ln \frac{T_s}{T_1}$$

Dentro de la campana de vaporización,

$$i_2 = r \quad ; \quad s_2 = \frac{r}{T_s} \quad ; \quad \frac{i_2}{s_2} = T_s$$

que son rectas que empiezan en los puntos A de la curva de líquido y terminan en los puntos B sobre la curva de vapor saturado seco, Fig XII.6.

En la zona de vapor recalentado, desde T_s a T_2 , se tiene,

$$di = c_{m_r} dT \quad ; \quad i_3 = c_{m_r} (T_2 - T_s) \quad ; \quad s_3 = c_{m_r} \ln \frac{T_2}{T_s}$$

Las curvas de temperatura constante se obtienen gráficamente trazando tangentes a las curvas de presión constante en la zona de vapor recalentado, paralelas a las correspondientes T_s de la zona de vapor húmedo.

Esto se demuestra teniendo en cuenta que en el punto M de la Fig XII.7, la tangente a la curva

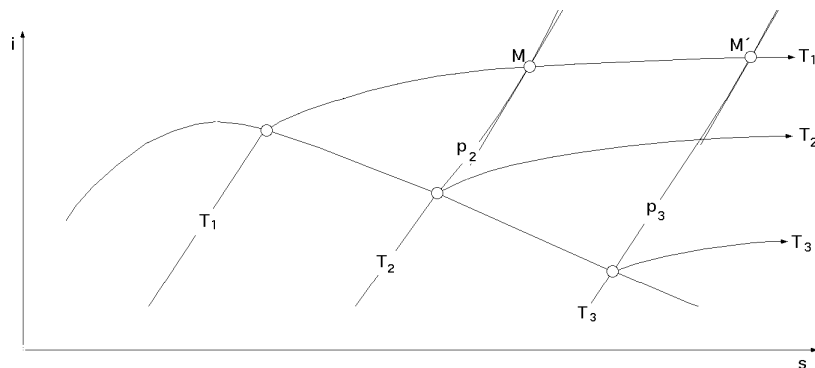


Fig. XII.7.- Construcción de las curvas de $T = Cte$

de, $p = Cte$, es la temperatura, $T = \frac{i}{s}$, y por lo tanto, esta tangente tiene que ser paralela a la de la temperatura T correspondiente a la zona de vapor húmedo, por ser la temperatura la misma.

Para determinar el calor absorbido o disipado en una evolución isoterma en la zona de vapor recalentado, se tiene, de acuerdo con la Fig XII.8,

$$CD = AD \operatorname{tg} \alpha ; AD = \Delta s ; \operatorname{tg} \alpha = \frac{di}{ds} = T_1 ; CD = \Delta s T_1 = Q$$

Esta construcción se puede realizar en cualquier punto del diagrama (i,s) y permite determinar muy rápidamente, en forma gráfica, el calor puesto en juego en una transformación isotérmica, proyectando sobre el eje de entalpías las transformaciones y midiendo sobre dicho eje el intervalo de entalpías correspondiente.

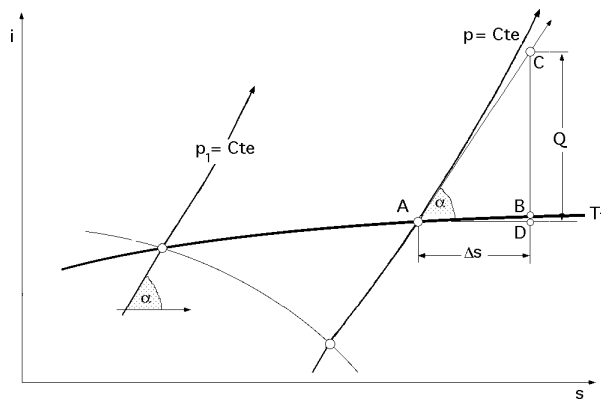


Fig.XII.8.- Representación gráfica del calor en un diagrama (i,s)

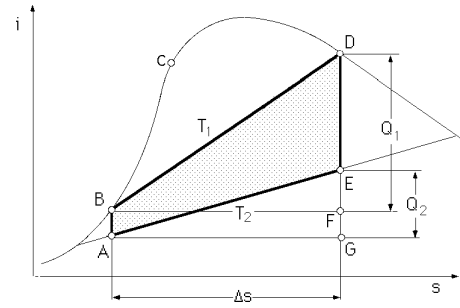


Fig XII.9.- Ciclo de Carnot en un diagrama (i,s)

El rendimiento térmico del ciclo de Carnot en el diagrama (i,s), Fig XII.9, es de la forma,

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{(EB)}{(DF)}$$

viniendo dadas las magnitudes de los segmentos (EB) y (DF) en las mismas unidades que la entalpía i .

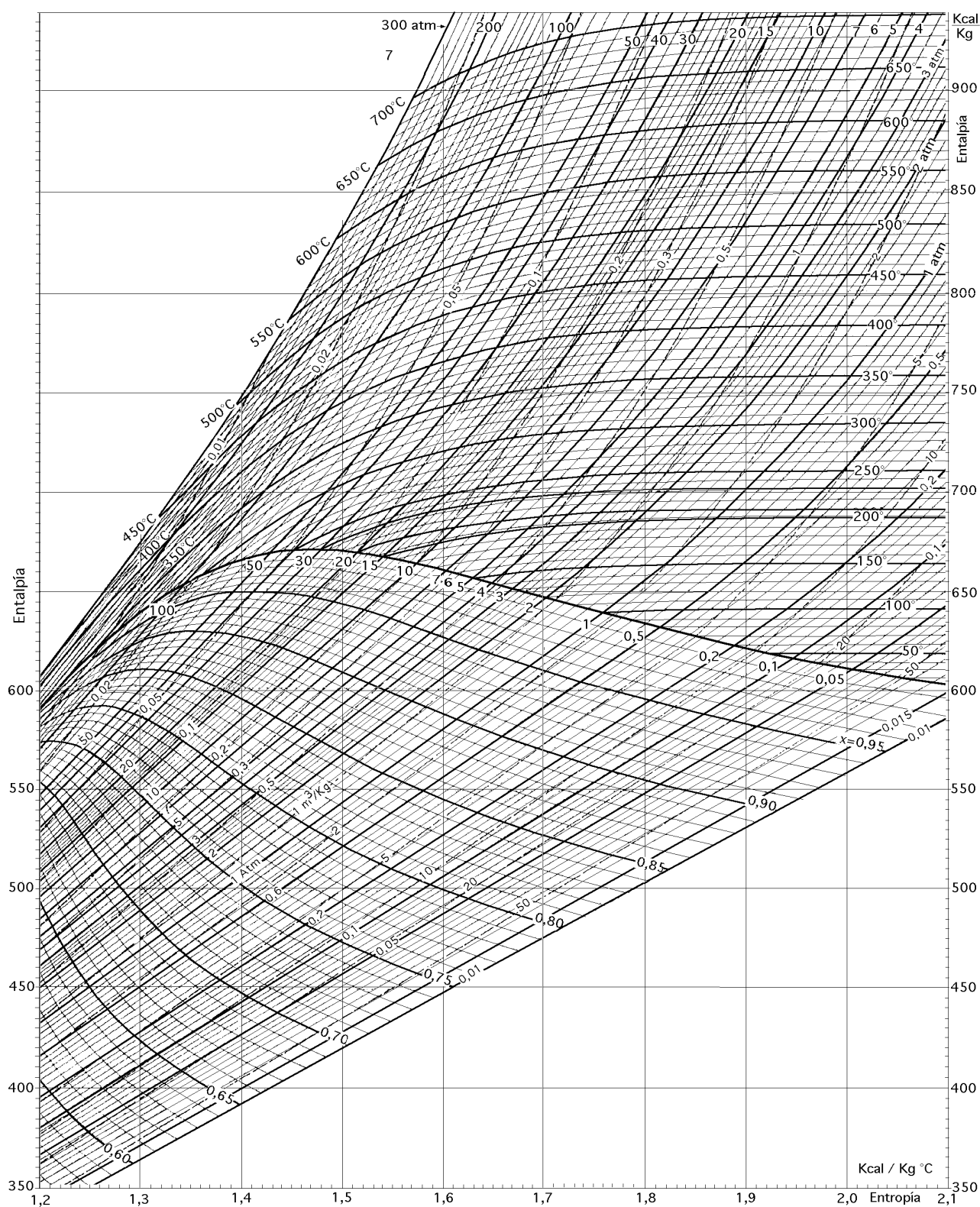


Diagrama de Mollier del vapor de agua

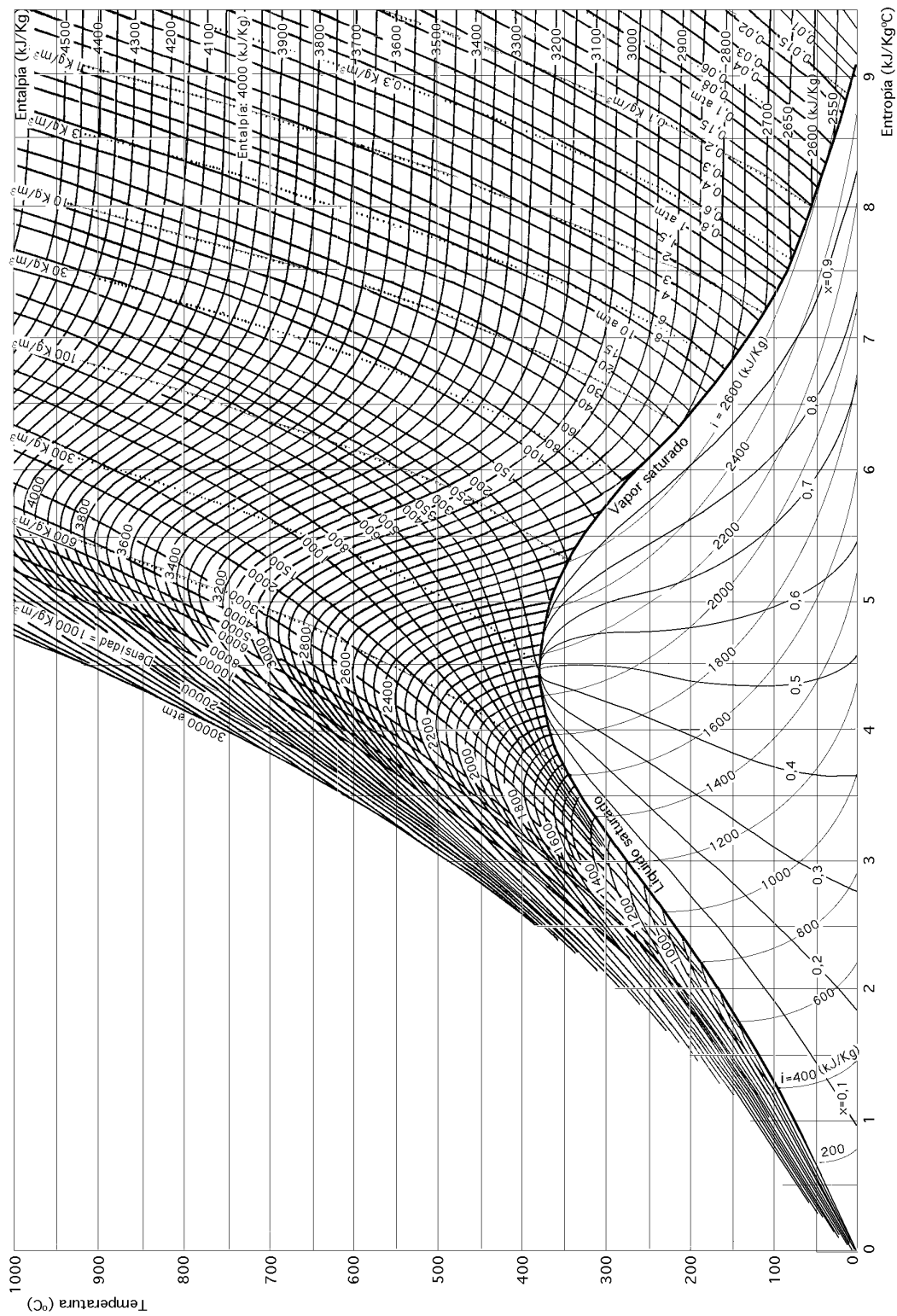


Diagrama de Izart del vapor de agua

XIII.- CICLOS DE MAQUINAS TÉRMICAS

XIII.1.- INTRODUCCIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LAS MAQUINAS TÉRMICAS

Se llaman máquinas térmicas a todos aquellos sistemas que funcionando periódicamente sean susceptibles de transformar calor en trabajo; el calor puede proceder, en la mayoría de los casos, de una reacción química (combustión), siendo absorbido por el fluido o agente motor, encargado de poner en movimiento los mecanismos que ejercen las fuerzas sobre el medio exterior.

La **combustión** se puede realizar,

a) Fuera de la máquina térmica, (motores de combustión externa),

De movimiento alternativo, como las máquinas de vapor de émbolo

De movimiento rotativo, como las turbinas de vapor

b) Dentro del mismo cilindro de trabajo (motores de combustión interna),

De movimiento alternativo, como los motores de explosión

De movimiento rotativo, como las turbinas de gas

El **agente motor** puede ser,

a) *El agua que vaporizada en una caldera se expande en un cilindro de trabajo o en una turbina, (y en casos excepcionales el mercurio)*

b) *Una mezcla de gases, resultantes de la combustión de productos derivados del petróleo, en forma explosiva o progresiva, en el interior de un cilindro de trabajo*

La condición básica para el estudio de estas máquinas reside en el Segundo Principio de la Termodinámica, según el cual, las máquinas térmicas toman calor de un foco a temperatura T_1 (**Hogar**) y ceden una fracción del mismo a otro foco a menor temperatura T_2 (**Refrigerante**), transformando el resto en trabajo.

En la Fig XIII.1, el agua (o cualquier otro fluido condensable) contenida en la caldera recibe del hogar una cierta cantidad de calor, y se transforma en vapor a una temperatura determinada que depende de la presión existente en la caldera.

Este vapor saturado seco eleva aún más su temperatura, si se le hace pasar por un recalentador conectado directamente a la caldera, a la presión de la caldera, obteniéndose un vapor recalentado de entalpía determinada por la presión y temperatura correspondiente.

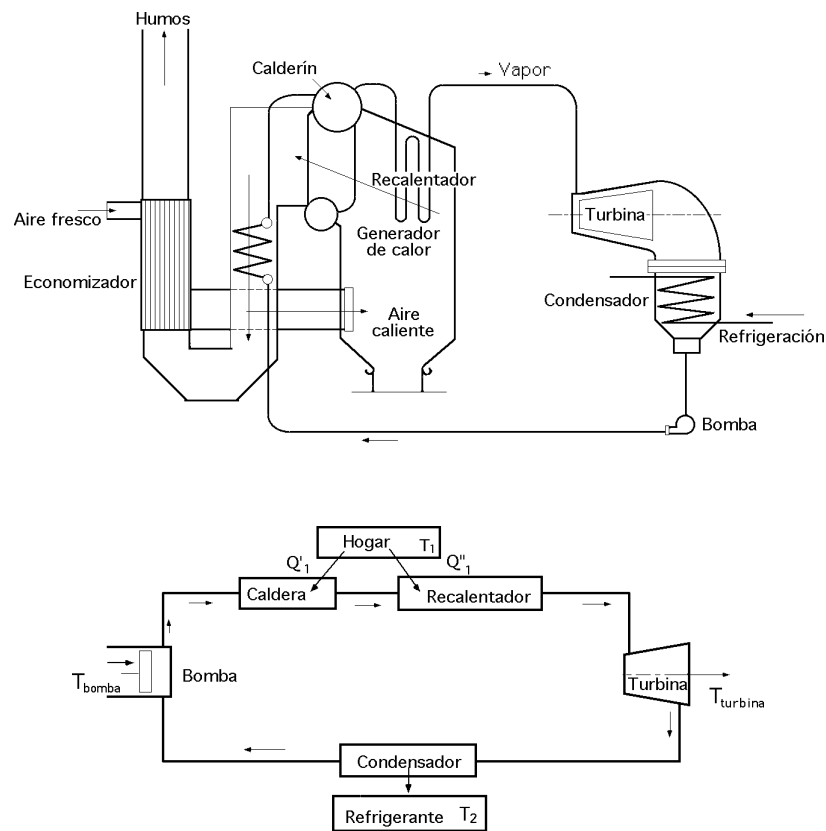


Fig XIII.1.- Esquema general del funcionamiento de una central térmica

El vapor así obtenido se hace pasar a través de los álabes de una turbina, o se le dirige contra el émbolo de un cilindro de expansión, obteniéndose así un trabajo y originándose una caída de la presión y temperatura del vapor, o lo que es lo mismo, una caída de entalpía.

El estado final del vapor puede ser de vapor recalentado, o de vapor húmedo; en este último caso habrá condensado parcialmente, pasando a continuación a un condensador, en donde licúa el vapor restante, a la temperatura ambiental, cediendo el calor de condensación al refrigerante, que suele ser la propia atmósfera o el agua.

El líquido condensado habrá cedido en esta operación Q_2 calorías al refrigerante; este líquido condensado, se introduce con ayuda de un sistema de bombeo, bien en un precalentador, o directamente en la caldera, cerrándose así el ciclo.

CICLO DE CARNOT.- Para una máquina térmica que funciona con un fluido condensable, el ciclo de Carnot, Fig XIII.2, no es el más indicado, por cuanto no sólo interesa obtener un rendimiento lo mayor posible, sino también un límite superior que podría alcanzarse con la misma suponiendo recorriera un ciclo ideal o perfecto.

A pesar de su mayor rendimiento térmico, el ciclo de Carnot tiene, en principio, dos limitaciones respecto al ciclo Rankine normal.

- La primera es que el calor que se aplica al fluido de trabajo se obtiene del enfriamiento de los gases calientes de una combustión a una temperatura inferior a la crítica, mientras que en el ciclo de Carnot los gases de la combustión no podrían enfriarse a temperaturas menores que la crítica, irreversibilidad térmica externa), produciéndose así un menor aprovechamiento de la energía de combustión.

- La segunda es que en la región, líquido-vapor, Fig XIII.2, la máquina térmica que funcionase con dicho

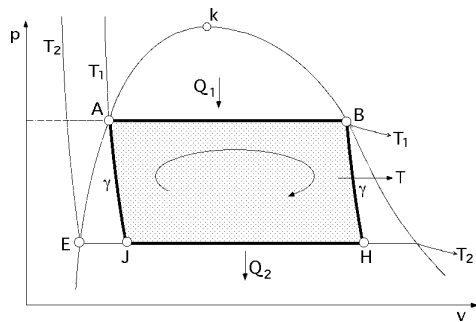


Fig XIII.2.- Ciclo de Carnot en un diagrama (p-V)

ciclo tendría que detener la condensación del vapor en un punto J, antes de que se consiga su licuación completa y, posteriormente, con ayuda de una bomba llevar adiabáticamente la mezcla de vapor húmedo hasta su licuación total, en el punto A, alcanzando la presión y temperatura de la caldera, y éste proceso de bombear mezclas de dos fases tiene problemas técnicamente imposibles de resolver.

Las operaciones realizadas por el ciclo de Carnot son las siguientes,

- La transformación (AB) es un proceso de vaporización en la caldera, recibiendo el fluido el calor Q_1
- La transformación (BH) se corresponde con la expansión adiabática en el cilindro o en la turbina
- La transformación (HJ) es la operación de condensación, (que se realiza en el condensador), según la cual se cede un calor Q_2 al medio exterior, y que se interrumpe en el punto J a partir del cual el vapor, con un cierto grado de humedad, se comprime adiabáticamente según la transformación (JA), para volver a su estado inicial a la entrada de la caldera.

CICLO RANKINE..- El ciclo Rankine difiere del de Carnot, Fig XIII.2, en la transformación (JA), ya que la condensación del vapor es total; las demás transformaciones son idénticas en ambos ciclos.

En el diagrama (T-s), la posición de los puntos F y E es muy próxima, por lo que suele sustituirse, sin error apreciable, la poligonal (EFA) por la curva de líquido (EA), Fig XIII.3; en el diagrama (i,s) la coincidencia es aún mayor. Como es lógico, el rendimiento del ciclo Rankine es menor que el correspondiente al ciclo de Carnot debido a la operación de calentamiento (FA).

La mayor temperatura media a la que se absorbe el calor, o la menor temperatura a la que se cede, tienden a mejorar el rendimiento térmico de este ciclo por aumentar la superficie del ciclo. Los cambios de presión en la caldera y en el condensador influyen en el rendimiento del ciclo; estas conclusiones obtenidas con referencia al ciclo Rankine ideal, son válidas cualitativamente para plantas de vapor reales; si se aumenta la presión de la caldera del ciclo Rankine ideal, manteniendo constante la del condensador, la temperatura media de absorción de calor aumenta.

A su vez, si se mantiene una misma presión de caldera pero presiones diferentes en el condensador, por ejemplo presión atmosférica y otra presión menor que la atmosférica, la temperatura media del calor cedido disminuye, y el ciclo de menor presión en el condensador tiene un rendimiento térmico mayor, que cuando se cede a la presión atmosférica.

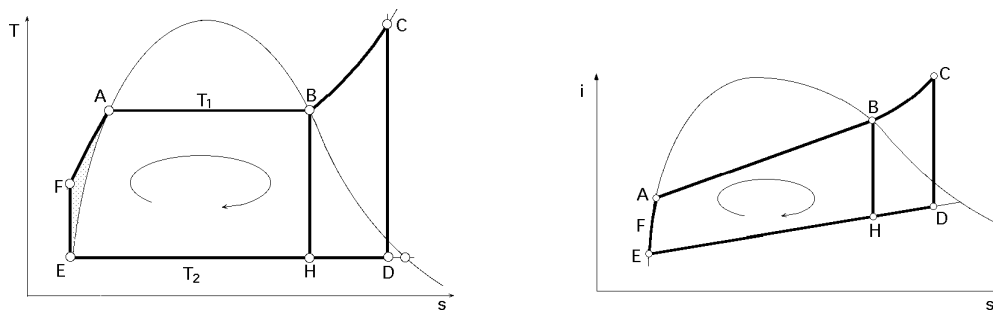


Fig XIII.3.- Ciclo Rankine normal y con sobrecalentamiento, en diagramas (T,s) e (i,s)

El rendimiento de la máquina térmica sabemos es de la forma,

$$\tau = \frac{T}{Q_1}$$

en la que el trabajo T, es el trabajo de circulación suministrado en la expansión adiabática (CD), menos el trabajo requerido para realizar la transformación (EF) a volumen constante, Fig XIII.3.

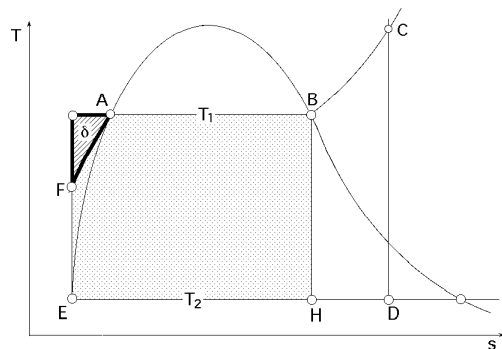


Fig XIII.4

La presión más baja posible en el condensador es la presión de saturación correspondiente a la temperatura ambiente. Para mantener la presión a la salida de la turbina lo más baja posible, es necesario incluir el condensador, para que el salto del vapor en la turbina sea mayor y se incremente el trabajo útil y el rendimiento térmico. El condensador permite que el fluido de trabajo recorra un ciclo cerrado, disposición que supone una circulación continua del mismo, pudiéndose utilizar agua tratada, menos corrosiva que

el agua de la red general.

La inferioridad del ciclo Rankine frente al de Carnot entre las mismas temperaturas extremas, es tanto más grande cuanto mayor es el área de la Fig XIII.4, y ésta es a su vez mayor cuando (EA) sea más inclinada, es decir, cuando se está más cerca del punto crítico, por lo que sería necesario utilizar el diagrama en la parte lo más alejada posible del punto crítico, para acercarse al rendimiento de Carnot.

El rendimiento del ciclo Rankine normal es,

$$\tau = \frac{T_{(\text{Rankine})}}{Q_{1(\text{Rankine})}} = \frac{T_{(\text{Carnot})} - T_2}{Q_{1(\text{Carnot})} - T_2} < \frac{T_{(\text{Carnot})}}{Q_{1(\text{Carnot})}} ; \quad (\text{Rankine}) < (\text{Carnot})$$

A su vez, para mejorar el rendimiento térmico se impone la necesidad de elevar la temperatura del foco caliente, por lo que será necesario conciliar en lo posible estas dos exigencias.

Irreversibilidades internas de un ciclo Rankine.- La principal irreversibilidad que experimenta el fluido de trabajo está asociada con su expansión en la turbina; el calor transferido al ambiente por la turbina es normalmente una pérdida térmica de importancia secundaria.

Una expansión real a través de la turbina va acompañada de un incremento de entropía y el

trabajo desarrollado por unidad de masa en este proceso es menor que el correspondiente a una expansión isentrópica.

Las irreversibilidades dentro de la turbina reducen significativamente el trabajo útil generado por la planta.

La eficiencia de la turbina tiene en cuenta el efecto de las irreversibilidades dentro de ella relacionando las cantidades de trabajo real e isentrópico.

El trabajo requerido por la bomba para vencer los efectos de rozamiento, reduce el trabajo útil producido por la planta.

En ausencia de transferencia de calor con el ambiente, la entropía crece a través de la bomba.

El trabajo necesario para el proceso real es mayor que para el correspondiente proceso isentrópico.

La eficiencia de la bomba tiene en cuenta el efecto de las irreversibilidades dentro de la bomba relacionando las cantidades de trabajo real e isentrópico.

Como el trabajo de la bomba es mucho menor que el de la turbina, las irreversibilidades en la bomba tienen un impacto en el trabajo útil del ciclo mucho menor que las irreversibilidades en la turbina.

Otras irreversibilidades relativamente menos importantes son las pérdidas de calor a través de las superficies de los equipos de la planta, que tienen un efecto negativo en el rendimiento ya que tales pérdidas reducen la cantidad de trabajo obtenido a partir del calor absorbido.

Los efectos del rozamiento que provocan caídas de presión en el fluido de trabajo son las fuentes de irreversibilidad que actúan en la caldera, el condensador y las tuberías que conectan diversos equipos. Sin embargo, para simplificar, se pueden ignorar.

Otro efecto negativo es debido a que la temperatura del fluido de trabajo que sale del condensador es más baja que la temperatura de condensación correspondiente a la presión del condensador. Esto es una desventaja ya que se requerirá una mayor cantidad de calor en la caldera para llevar el agua hasta la presión de vapor saturado.

Irreversibilidades externas.- Las fuentes más significativas de irreversibilidad en una central térmica con combustible fósil están asociadas con la combustión del combustible y la consiguiente transferencia de calor desde los productos de combustión calientes al fluido de trabajo del ciclo.

Otro efecto que ocurre en el entorno es la descarga de energía al agua de refrigeración, (más del 50% de la aplicada), que experimenta un aumento de temperatura de unos pocos grados por encima de la temperatura del medio ambiente

XIII.3.- CICLO RANKINE CON SOBRECALENTAMIENTO Y RECALENTAMIENTO

En la mayoría de las máquinas de vapor se instalan sobrecalentadores y recalentadores, que modifican el ciclo normal; a este ciclo se le denomina de Hirn o Rankine con recalentamiento.

Un incremento en la presión de la caldera o un descenso en la presión del condensador pueden provocar una reducción del título del vapor a la salida de la turbina; si es muy bajo, el impacto de las gotas de líquido a cierta temperatura en los álabes finales de la turbina puede erosionarlos y corroerlos, originando un descenso en la eficiencia de la turbina y un aumento en las necesidades de

mantenimiento.

En consecuencia, es práctica común mantener a la salida de la turbina un título de vapor no inferior a 0,9.

Una ventaja importante del sobrecalentamiento o del recalentamiento radica en que el vapor permanece prácticamente sin humedad durante casi toda la expansión adiabática, con lo que se disminuye considerablemente el riesgo de corrosión que el vapor húmedo efectuaría sobre las paredes, émbolos y álabes de la maquinaria a través de la cual se produce la expansión.

Sus transformaciones, Fig XIII.3, son las siguientes,

(AB) es el proceso de vaporización en la caldera a la presión de saturación

(BC) es el proceso de sobrecalentamiento a presión constante, que es la de la caldera

(CD) es la expansión adiabática en la turbina o en el cilindro de trabajo

(DE) es la condensación

(EF) es el aumento de presión de la fase líquida a volumen constante

(FA) es el precalentamiento hasta alcanzar la temperatura de saturación

El **sobrecalentamiento**, consiste en transferir al vapor saturado seco energía adicional antes de introducirlo por primera vez en la turbina. A la combinación de caldera y sobrecalentador se la conoce como generador de vapor. El ciclo con sobrecalentamiento tiene una mayor temperatura media de absorción de calor que el ciclo sin sobrecalentamiento, por lo que el rendimiento térmico es mayor. Además, el título del vapor que sale de la turbina es mayor que el correspondiente a la salida de la turbina sin sobrecalentamiento, con lo que se disminuye el problema del bajo título del vapor expulsado de la turbina. Con suficiente sobrecalentamiento, el estado a la salida de la turbina puede caer incluso en la región de vapor sobrecalentado.

Una segunda modificación que se emplea normalmente en plantas de potencia de vapor es el **recalentamiento**. Con recalentamiento, una central térmica puede beneficiarse de la mayor eficiencia que resulta de una presión de caldera más alta y también evitar el vapor de bajo título a la salida de la turbina. En el ciclo ideal con recalentamiento, Fig XIII.5, el vapor no se expande hasta la presión del condensador en una sola etapa; en la primera etapa de la turbina (proceso CD) se expande hasta una presión entre la del generador de vapor y la del condensador p_i . El vapor se recalienta entonces en el generador de vapor, proceso (DE). En el caso ideal no deben existir pérdidas de presión cuando el vapor se recalienta. Después del recalentamiento, el vapor se expande en una segunda etapa de la turbina hasta la presión del condensador, proceso (EF). La principal ventaja del recalentamiento es el incremento del título del vapor expulsado de la turbina. Esto puede verse en el diagrama (T-s) de la Fig XIII.5 al comparar el estado F con el estado F' que es el estado del vapor expulsado de la turbina sin recalentamiento.

La temperatura del vapor a la entrada de la turbina está restringida por las limitaciones metalúrgicas impuestas por los materiales usados para fabricar el sobrecalentador, el recalentador y la turbina.

Las altas presiones en el generador de vapor requieren tuberías que puedan soportar grandes esfuerzos a elevadas temperaturas. Aun cuando estos factores limitan las mejoras que pueden obtenerse con el sobrecalentamiento y recalentamiento, los progresos en materiales y métodos de

fabricación han permitido incrementos significativos en los últimos años en la temperatura máxima y en la presión del generador de vapor, con la correspondiente mejora en el rendimiento térmico.

Estos progresos han permitido diseñar ciclos de potencia con generadores de vapor que operan con presiones mayores que la presión crítica del agua y turbinas con temperaturas de entrada alrededor de 600°C y presiones de 250 atm (punto metalúrgico).

El sobrecalentamiento no proporciona un aumento apreciable del rendimiento térmico, pero sí mejora las condiciones de entrada del vapor en el condensador, evitando la condensación en los cilindros de expansión o en los álabes de la turbina y, en ciertas circunstancias, mejorando las condiciones de funcionamiento de las etapas de baja presión.

En el sobrecalentamiento se pueden encontrar problemas de lubricación, sobre todo en cilindros, ya que el aceite de trabajo se inflama alrededor de los 450°C , por lo que en estos casos la temperatura del vapor no puede ser excesiva.

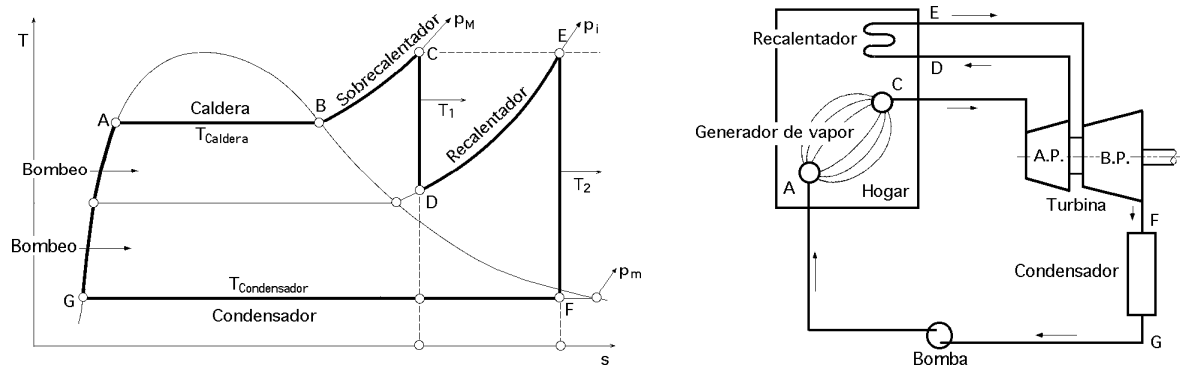


Fig XIII.5.- Ciclo Rankine con sobrecalentamiento y recalentamiento

La mayoría de los problemas que presentan un exceso de temperatura se subsanan haciendo un recalentamiento, Fig XIII.5, lo cual permite aumentar la presión del vapor sin aumentar su temperatura; así, en una primera etapa, el vapor se recalienta a la temperatura impuesta por el punto C, por encima de la crítica T_C , expansionándose a continuación y, antes de alcanzar una cierta humedad, se vuelve a recalentar a la presión p_2 en la misma fuente térmica, hasta alcanzar las condiciones del punto E.

A continuación se expansiona de nuevo hasta su entrada en el condensador; de este modo se consigue aumentar la temperatura media del ciclo, o lo que es lo mismo, a la temperatura media a la que la máquina térmica absorbe calor.

En la caldera se realizan los procesos (GA) y (AB), de calentamiento de líquido y vapor saturado seco; el vapor entra en el sobrecalentador, donde recibe una cantidad de calor q_1' a la presión p_1 ; en C pasa, por ejemplo, a una turbina de alta presión en la que realiza una expansión adiabática (CD), produciendo un trabajo T_1 . En el recalentamiento, a p_2 constante, según (DE), se lleva el vapor al estado E, y mediante una nueva expansión adiabática (EF), en una turbina de media o baja presión, se produce un nuevo trabajo T_2 .

La condensación se realiza en el condensador, según (FG), y a partir de G, mediante un sistema de bombeo, se envía el líquido a la caldera, cerrándose el ciclo; en A el líquido está a la presión p_A ,

pero prácticamente el hogar deberá comunicarle la energía necesaria para alcanzar la temperatura T_A de saturación, modificando su entalpía desde la del punto G, hasta la del punto A.

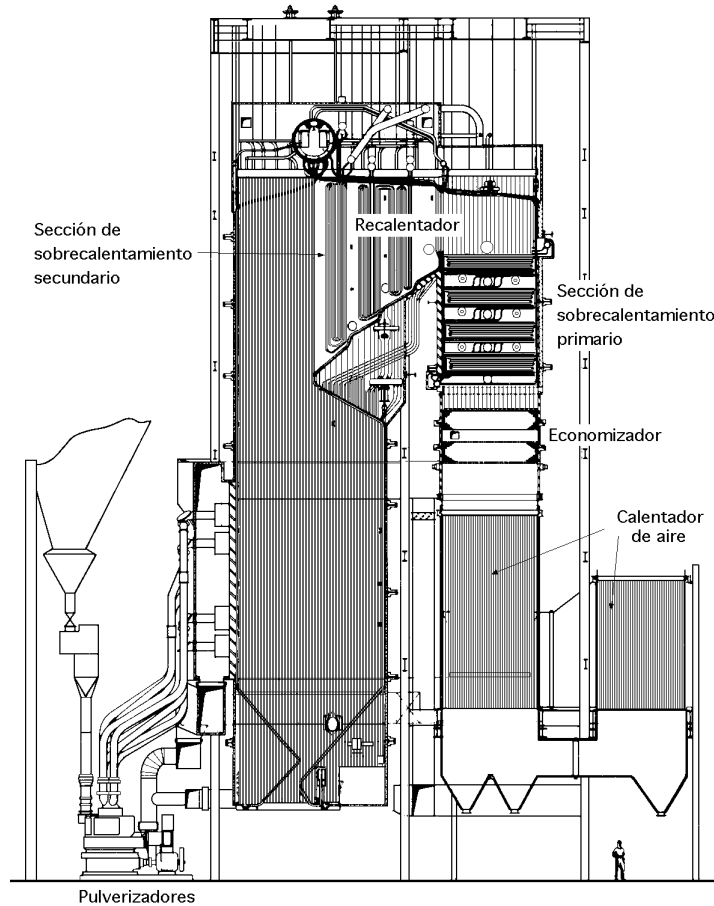


Fig XIII.6.- Sección del hogar de una central térmica de potencia

El trabajo útil es el generado en las dos expansiones en la turbina (CD) y (DE), menos el trabajo aplicado al equipo de bombeo para aumentar la presión del líquido desde G hasta A.

Para la transformación adiabática (CD) se tiene, $T_{CD} = i_C - i_D$

Para la transformación (EF), $T_{(EF)} = (p_F - p_E) v_E$

El trabajo útil es,

$$T_u = i_C - i_D - (p_F - p_E) v_E$$

La cantidad de calor que corresponde al calentamiento del fluido, proporcionado por el foco térmico a T_1 , es igual al calentamiento del líquido según (FA), más la producción de vapor según (AB) en la caldera, más el calor suministrado en el sobrecalentamiento (BC), Fig XIII.3, es decir,

$$Q_1 = Q_{FA} + Q_{AB} + Q_{BC} = i_C - i_F \quad i_C - i_E$$

El rendimiento térmico del ciclo Rankine con sobrecalentamiento es,

$$= \frac{i_C - i_D - v_{liq} (p_F - p_E)}{i_C - i_E}$$

El rendimiento térmico del ciclo Rankine con recalentamiento es,

$$= \frac{T_u}{Q_1} = \frac{(i_C - i_D) + (i_E - i_F) - v_{liq} (p_A - p_G)}{(i_C - i_G) + (i_E - i_D)}$$

XIII.4.- CICLOS DE REGENERACIÓN

El ciclo Rankine puede aproximarse al de Carnot, utilizando el método de *sangría de vapor o regeneración*, cuyo fundamento termodinámico se indica en la Fig XIII.7 en la que se han supuesto un ciclo de Carnot (EBCD) y un ciclo Rankine normal (FBCD), entre las mismas temperaturas extremas.

Cuando el vapor que se expansiona adiabáticamente a partir de C llega al estado indicado por el punto 1 se extrae una parte del vapor, con lo cual la mezcla restante adquiere las características del punto 2, que se expansiona de nuevo, hasta el punto 3, donde se extrae una nueva fracción, y así sucesivamente; en este proceso se describe, aproximadamente, la línea continua (C2468...D'), prácticamente conjugada con la (BF); cuanto más numerosas sean las sangrías, más se acercará la línea de expansión a la línea continua (CD').

El vapor que se extrae en cada sangría se utiliza para calentar el agua de alimentación del generador de vapor en los economizadores o precalentadores, a la temperatura correspondiente a la extracción; en estas condiciones, el área del ciclo de Carnot y el área del nuevo ciclo, son casi

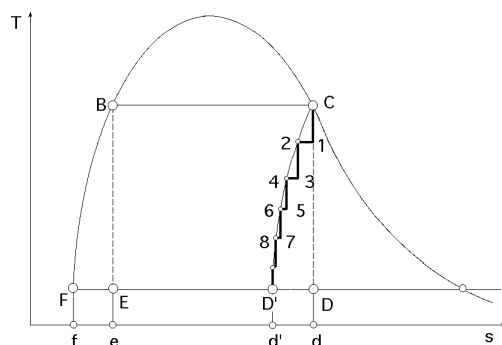


Fig XIII.7.- Ciclo Rankine normal con infinitas extracciones

iguales. Además, el calor cedido por el vapor en estas sangrías, área (Cdd'D'C) equivale, aproximadamente, al necesario para calentar el agua de F a B, área (BefFB), por lo que ambos rendimientos serían muy semejantes. Para estudiar el ciclo se puede suponer que el fluido de trabajo atraviesa isentrópicamente las etapas de la turbina y bombas, y que en el generador de vapor, en el condensador y en el precalentador del agua de alimentación, el

fluido no experimenta pérdidas de presión

Para una extracción de vapor, la presión óptima de la misma es la correspondiente a la temperatura media entre la temperatura de la caldera y la del condensador. Si el vapor se extrae en alguna situación límite, ya sea antes de la entrada en la turbina, o bien después de la misma, se encuentra que la eficiencia térmica no se modifica, y de ahí el que como la regeneración sí aumenta la eficiencia, la existencia de una presión óptima de extracción es fundamental; así se realizan las siguientes operaciones, Fig XIII.8,

(N2) es el calentamiento del líquido

(2M) es el proceso de vaporización en la caldera

(M3) es el sobrecalentamiento

(34) es la expansión en la turbina, 1 kg en (3A) y, (1-a) kg en (A4)

(41) es la condensación, (1-a) kg

(AN) es el proceso de la extracción de vapor, a kg

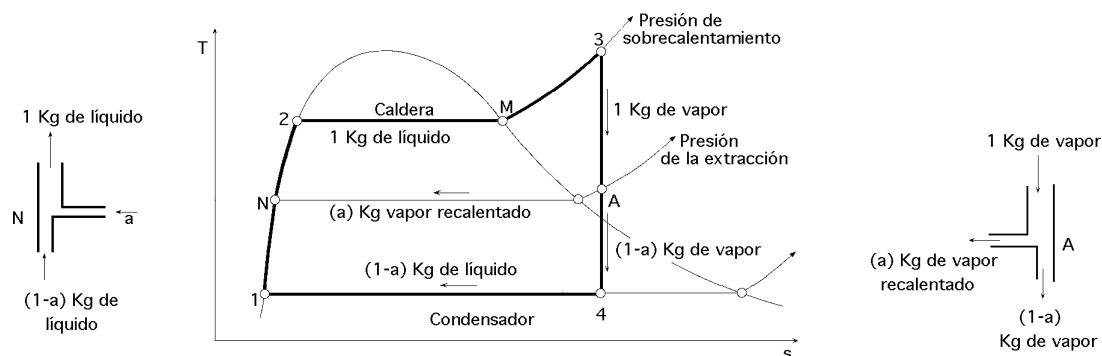


Fig XIII.8.- Ciclo Rankine con sobrecalentamiento y una extracción de vapor

En 1, la bomba de líquido permite llevar al condensado a la presión del precalentador, que puede ser de mezcla o de superficie, en el que el vapor procedente de la extracción de la turbina, va a calentar el líquido bombeado en las condiciones de temperatura del punto N, para posteriormente, y mediante otro sistema de bombeo, llevar todo el líquido, mezclado o por partes, a la caldera y reanudar el ciclo.

La cantidad de energía que se debe suministrar a partir de la combustión de un combustible fósil, u otra fuente, para vaporizar y sobrecalentar el vapor, es menor puesto que el agua entra en el generador de vapor a la temperatura que le proporciona el precalentador y no a la de salida del condensador. Como una parte del flujo total se expande a través de la segunda etapa de la turbina, el trabajo útil será menor. En la práctica se eligen las condiciones de operación de tal manera que la reducción en el calor absorbido compense el descenso en el trabajo útil producido, resultando un aumento del rendimiento térmico.

La regeneración mediante un precalentador de mezcla del agua de alimentación consiste en utilizar un intercambiador de calor de contacto directo en el que las corrientes entrantes de vapor y líquido, a diferentes temperaturas, se mezclan para proporcionar una corriente saliente a temperatura intermedia, que se lleva al generador de vapor, Fig XIII.9.

El calentamiento regenerativo del agua de alimentación también puede realizarse en un precalentador de superficie, Fig XIII.10, que es un intercambiador de calor de carcasa y tubos, en los que el agua de alimentación aumenta su temperatura debido a que el vapor extraído condensa en el exterior de los tubos, por el interior de los cuales circula el agua de alimentación. Como en el precalentador de superficiales no hay mezcla de corrientes sus presiones pueden ser distintas.

La recuperación del condensado formado en este precalentador se realiza con una bomba, cuya misión es llevarlo hasta un punto del ciclo a alta presión; mediante una válvula especial que sólo permite el paso de líquido hacia una región de presión más baja se puede llevar también a un precalentador del agua de alimentación que opera a menor presión, o al condensador Fig XIII.11.

Si el ciclo regenerativo de potencia tiene un precalentador de superficie del agua de alimentación, cuyo condensado se envía al condensador, Fig XIII.11, el fluido de trabajo pasa isentrópicamente

mente por las etapas de la turbina y bombas, y no sufre pérdidas de presión en otros componentes del ciclo.

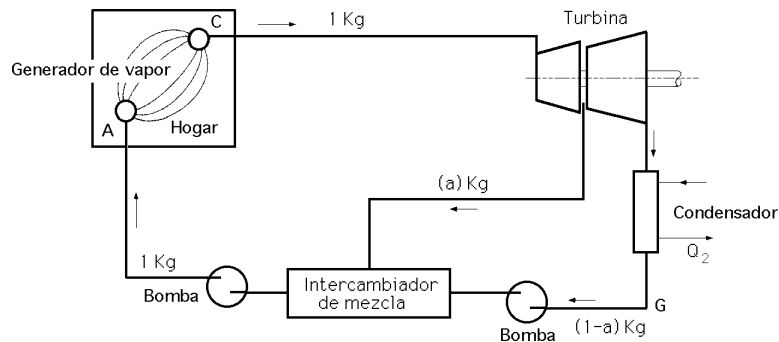


Fig XIII.9.- Ciclo Rankine con una extracción de vapor y precalentador de mezcla

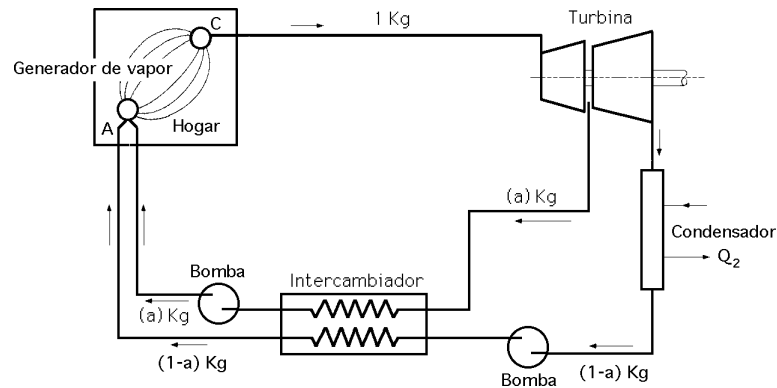


Fig XIII.10.- Ciclo Rankine con una extracción de vapor y precalentador de superficie

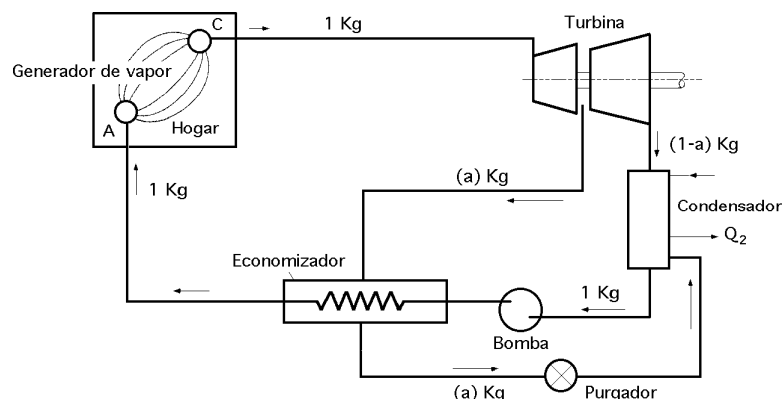


Fig XIII.11.- Ciclo Rankine con una extracción de vapor y precalentador de superficie

Todo el flujo de vapor se expande en la primera etapa de la turbina hasta la extracción, en donde una fracción a se envía al precalentador del agua de alimentación donde condensa.

Esta fracción sale del precalentador como líquido saturado a la presión de extracción.

El condensado se envía al condensador donde se une con la fracción, $1-a$, del flujo total que atraviesa la segunda etapa de la turbina.

La expansión a través de la válvula es irreversible. El flujo total sale del condensador como líquido saturado, se comprime hasta la presión del generador de vapor pasando a través del precalentador del agua de alimentación, de forma que la temperatura del agua de alimentación crece a su paso por el precalentador.

En este precalentador de superficie hay una fuente de irreversibilidad debido a la diferencia de temperatura entre sus corrientes.

La cantidad de vapor a a extraer en A, por kg de vapor que sale del recalentador, se calcula en el punto N mediante el siguiente balance de energía,

$$1 \text{ kg} \times i_H = a \text{ kg} \times i_A + (1 - a) \text{ kg} \times i_1$$

El calor aplicado Q_1 es,

$$Q_1 = 1 \text{ kg} (i_3 - i_N)$$

El trabajo T generado es,

$$T = 1 \text{ kg} (i_3 - i_A) + (1 - a) (i_A - i_4)$$

El *rendimiento térmico* (sin tener en cuenta el trabajo de bombeo) es,

$$T = \frac{(i_3 - i_A) + (1 - a) (i_A - i_4)}{i_3 - i_H}$$

El *calor Q_2 cedido a la refrigeración* es,

$$Q_2 = (1 - a) (i_4 - i_1)$$

Teniendo en cuenta el trabajo de bombeo, el trabajo útil es,

$$T_u = 1 (i_3 - i_A) + (1 - a) (i_A - i_4) - v_{liq} (p_N - p_1) (1 - a) - 1 (p_2 - p_N) v_H$$

y el rendimiento térmico del ciclo regenerativo,

$$T = \frac{1 (i_3 - i_A) + (1 - a) (i_A - i_4) - v_{liq} (p_N - p_1) (1 - a) - 1 (p_2 - p_N) v_H}{1 (i_3 - i_N)}$$

que se puede aumentar incorporando varios precalentadores del agua de alimentación a presiones convenientemente elegidas.

El número de calentadores utilizado se determina por consideraciones económicas, puesto que el incremento del rendimiento térmico que aporta cada calentador adicional debe justificar los aumentos de coste económico (calentador, tuberías, bombas, etc).

En el diseño de plantas de potencia se utilizan programas de ordenador para simular el comportamiento termodinámico y económico de diferentes diseños y con su ayuda se decide el número tipo de calentadores a usar y las presiones a las que deben operar.

Si se hacen dos extracciones de vapor, Fig XIII.12 se tiene,

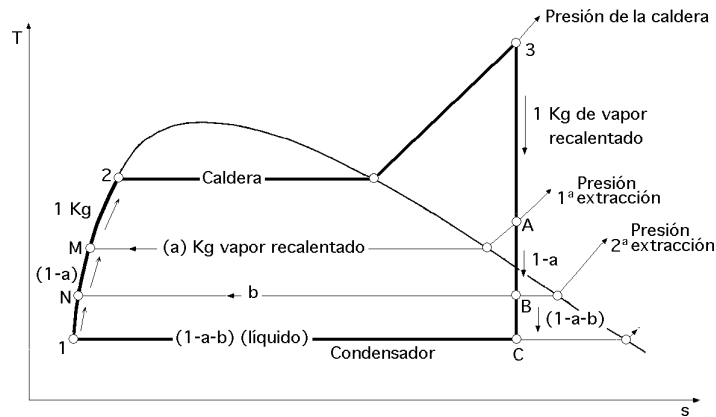


Fig XIII.12.- Ciclo Rankine con dos extracciones de vapor

Economizador en el punto M, $1 \cdot i_M = (1 - a) i_N + a i_A$

Economizador en el punto N, $(1 - a) i_N = (1 - a - b) i_1 + b i_B$

de las que se obtienen los valores de a y b , que son los kg de vapor extraídos en cada una de las extracciones,

$$a = \frac{i_M - i_N}{i_A - i_N} \quad ; \quad b = (1 - a) \frac{i_N - i_1}{i_B - i_1}$$

El calor aplicado es,

$$Q_1 = 1 (i_3 - i_M)$$

El calor cedido a la refrigeración es,

$$Q_2 = (1 - a - b) (i_C - i_1)$$

El trabajo útil es,

$$T_u = (i_3 - i_A) + (1 - a) (i_A - i_B) + (1 - a - b) (i_B - i_C) - (1 - a - b) (p_N - p_1) v_1 - \\ - (1 - a) (p_M - p_N) v_N - 1 (p_2 - p_M) v_M$$

El número máximo de economizadores puede llegar a ser de 6 a 8, para grandes turbinas y, aunque aumentan la eficiencia térmica, también es cierto que se aumenta el coste de la instalación, lo cual obliga a limitar su número; así que, aunque en principio un gran número de economizadores originaría un calentamiento progresivo del agua de alimentación de la caldera, la complejidad de tal instalación supondría que el número más usual de precalentadores se limitase a 3 ó 4.

Temperatura óptima de la primera extracción de vapor.- Se calcula de forma que exista la misma diferencia de temperaturas entre la temperatura T_s de entrada del vapor en la caldera y la temperatura de precalentamiento y la temperatura de precalentamiento y la temperatura de condensación. Para esta primera extracción hay que tener en cuenta el número de calentamientos que existen en el ciclo, dos, uno para el generador de vapor y otro para el precalentamiento del agua de alimentación.

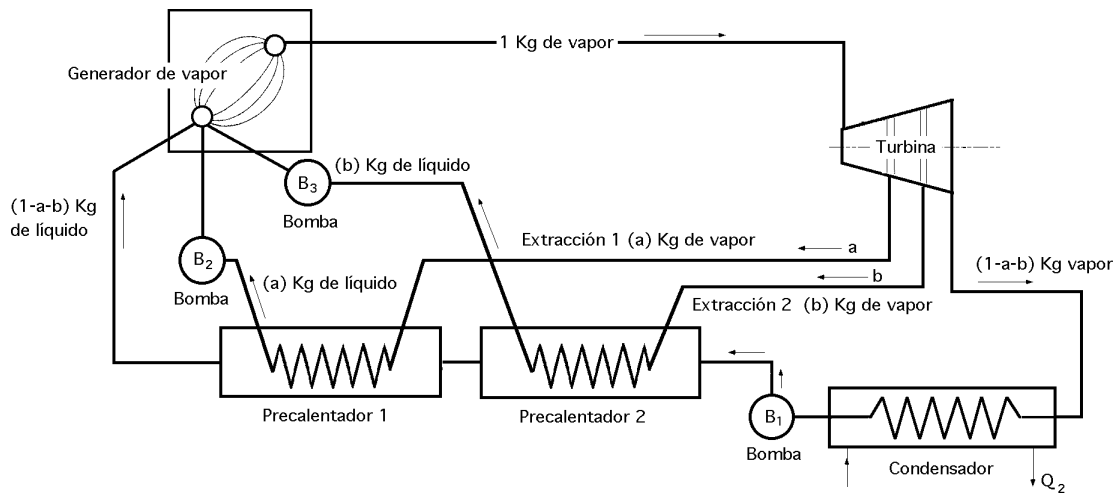


Fig XIII.13.- Esquema de un ciclo de vapor con dos extracciones y precalentadores de flujos paralelos

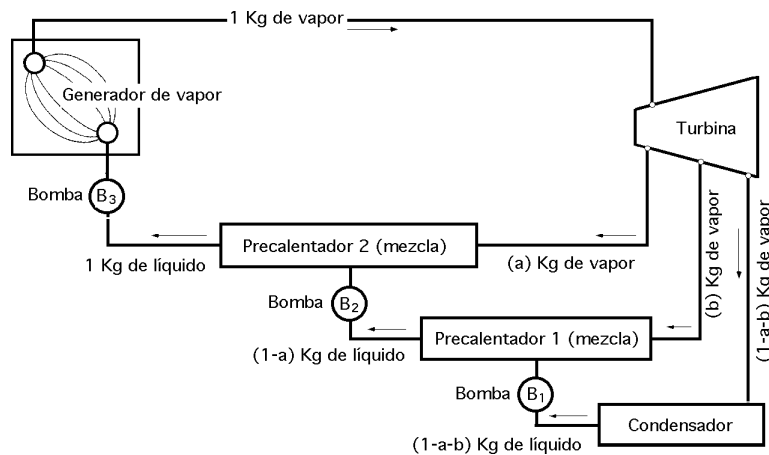


Fig XIII.14.- Esquema de un ciclo de vapor con dos extracciones y precalentadores de mezcla

Si por ejemplo, Fig XIII.15a, se supone que la temperatura del vapor que entra en la caldera es de 195°C , y la temperatura de entrada en el condensador de 39°C , 0,070 bar, el salto de temperaturas en la turbina es,

$$\text{Intervalo} = \frac{195^{\circ} - 39^{\circ}}{2} = 78^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Temperatura de la extracción} = T_{\text{cond}} + 78^{\circ} = 39^{\circ} + 78^{\circ} = 117^{\circ}\text{C}$$

que se corresponde con una presión, $p_{\text{ext}} = 1,806 \text{ bar}$

Temperaturas de extracción para dos sangrías de vapor.- Al incrementar el número de precalentamientos, se mantiene para la primera extracción la temperatura óptima calculada anteriormente, en nuestro ejemplo 117°C , Fig XIII.15b.

La segunda extracción se hace teniendo en cuenta el intervalo de temperaturas,

$$\frac{117^{\circ} - 39^{\circ}}{2} = 39^{\circ}\text{C}$$

por lo que, como a su vez la temperatura en el condensador es de 39°C, resulta,

$$T_{\text{Primer precalentamiento}} = 117^{\circ}\text{C} \quad 1,82 \text{ bar}$$

$$T_{\text{Segundo precalentamiento}} = 117^{\circ}\text{C} - 39^{\circ}\text{C} = 78^{\circ}\text{C} \quad 0,4375 \text{ bar}$$

Temperaturas de extracción para tres sangrías de vapor.- Se sigue manteniendo para la primera extracción la temperatura óptima, calculada anteriormente; en nuestro ejemplo 117°C, Fig XIII.15c, y a partir de élla, el resto.

Las extracciones se hacen teniendo en cuenta el intervalo entre las mismas,

$$\frac{117^{\circ} - 39^{\circ}}{3} = 26^{\circ}\text{C}$$

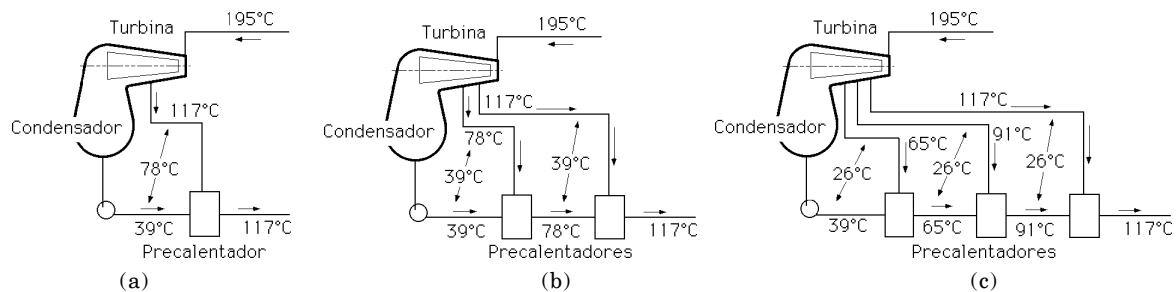


Fig XIII.15.- Efecto del número de precalentamientos entre las temperaturas del generador de vapor y el condensador

por lo que, como la temperatura en el condensador es de 39°C, resulta,

$$T_{\text{Primer precalentamiento}} = 117^{\circ}\text{C} \quad 1,82 \text{ bar}$$

$$T_{\text{Segundo precalentamiento}} = 117^{\circ}\text{C} - 26^{\circ}\text{C} = 91^{\circ}\text{C} \quad 0,7286 \text{ bar}$$

$$T_{\text{Tercer precalentamiento}} = 91^{\circ}\text{C} - 26^{\circ}\text{C} = 65^{\circ}\text{C} \quad 0,25 \text{ bar}$$

y así, sucesivamente, para más extracciones.

La Fig XIII.16 muestra la disposición de una central térmica con tres precalentadores de superficie y uno de mezcla, del agua de alimentación. Las plantas de potencia con precalentadores múltiples, tienen habitualmente uno de ellos de mezcla y opera a presión mayor que la atmosférica, de tal forma que el aire y otros gases disueltos en el fluido son evacuados del ciclo al exterior.

Este proceso, conocido como desgasificación, es necesario para mantener la pureza del fluido de trabajo a fin de minimizar la corrosión.

Las plantas de potencia reales tienen frecuentemente la misma configuración básica que la mostrada en la Fig XIII.16.

Para analizar ciclos de potencia regenerativos con múltiples precalentadores del agua de alimentación, hay que tener en cuenta las cantidades y estado de fluido que van a cada componente de la planta, la fracción del flujo total retirado en cada punto de extracción y la fracción del flujo total que circula en cada punto del ciclo. Las fracciones extraídas se determinan a partir de los balances de masa y energía aplicados a cada uno de los calentadores, empezando con el calentador de mayor presión y terminando por el de menor presión.

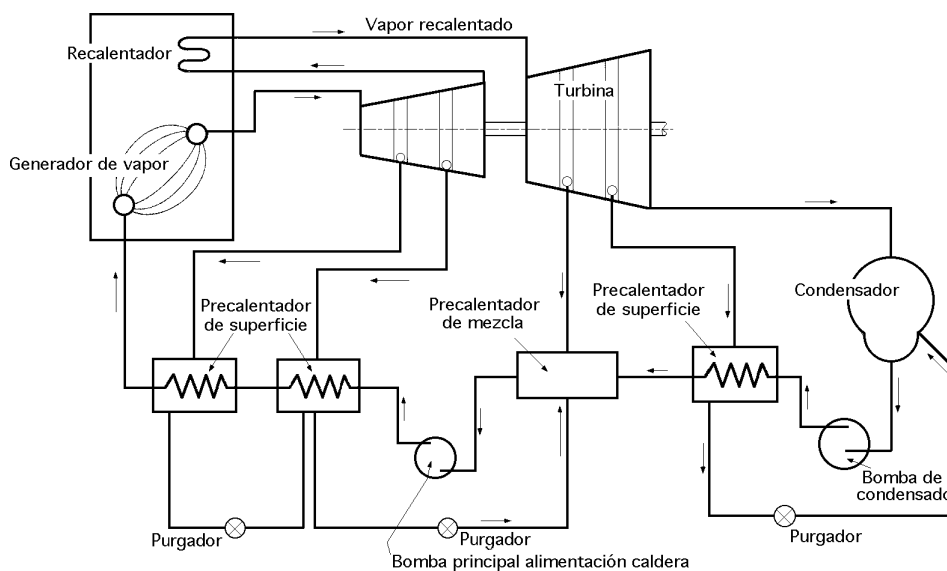


Fig XIII.16.- Esquema de central térmica

XIII.5.- CICLOS BINARIOS

El agua es el fluido de trabajo más utilizado en los sistemas de potencia con vapor, debido a que es abundante, barata, no tóxica, químicamente estable y relativamente no corrosiva. Además, el agua tiene unas variaciones de entalpía específica grande cuando vaporiza a presiones ordinarias en el generador de vapor, lo que permite reducir el flujo másico para una potencia útil dada del ciclo. Las propiedades del agua líquida y del vapor de agua permiten utilizar técnicas de recalentamiento y regeneración eficientes para mejorar el rendimiento térmico de la planta.

El agua es menos satisfactoria que algunos otros fluidos de trabajo respecto a otras características, ya que su temperatura crítica es solamente de $374,14^{\circ}\text{C}$, que es aproximadamente 225°C inferior a la temperatura máxima permitida en la entrada de la turbina. Por consiguiente, para alcanzar una temperatura media de absorción de calor alta y obtener un rendimiento térmico elevado, es necesario que el generador de vapor opere a presiones supercríticas, lo que requiere costosas tuberías y tubos de intercambio de calor capaces de soportar grandes presiones.

Otra característica indeseable del agua es su presión de saturación a la temperatura normal del condensador que es muy inferior a la presión atmosférica, por lo que el aire puede entrar en los circuitos del sistema, necesitándose eyectores especiales que permitan su desgasificación para retirar el aire en el condensador. A pesar de estos inconvenientes como fluido de trabajo, no se ha encontrado ningún otro fluido simple más satisfactorio para las centrales térmicas de generación de energía eléctrica.

Sin embargo, determinados ciclos de potencia de vapor destinados a usos especiales pueden emplear fluidos de trabajo que suponen una opción mejor que la utilización del agua. Estos ciclos pueden operar a presiones relativamente bajas utilizando un refrigerante como el amoníaco como fluido de trabajo. En ciclos de potencia para aplicaciones específicas se pueden utilizar, como fluido de trabajo, sustancias tales como el mercurio, que tiene mejores características térmicas a presiones relativamente altas como las que necesitan estos sistemas de potencia.

El mercurio tiene su, $T_C = 1100^{\circ}\text{C}$, pero no puede utilizarse solo por cuanto su vapor condensa

incluso a baja presión para temperaturas relativamente elevadas, ya que, por ejemplo, para una presión de vapor de 0,04 atm abs, 220°C , esta presión es sensiblemente igual a la que reina en los condensadores de las máquinas de vapor de agua; por debajo de esta temperatura, las turbinas que llegasen a funcionar con vapor de mercurio resultarían demasiado grandes.

Es posible utilizar el calor liberado en la condensación del mercurio, para vaporizar agua a unas

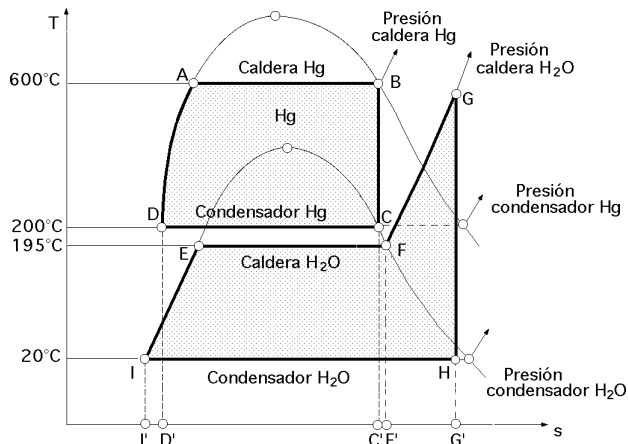


Fig XIII.17.- Ciclo binario $\text{H}_2\text{O}-\text{Hg}$

30 atm, conformando un ciclo binario, y este vapor una vez recalentado se expansionaría adiabáticamente en una turbina hasta la temperatura del condensador del vapor de agua, que como sabemos puede ser la del medio ambiente.

En un ciclo de potencia binario se utilizan, pues, dos fluidos de trabajo, uno con buenas características a altas temperaturas y otro con buenas características a temperaturas más bajas, dentro del rango operativo. En la Fig XIII.17 se muestra un diagrama esquemático de un ciclo binario que utiliza mercurio

y agua. En esta disposición se combinan dos ciclos Rankine, uno el seguido por el mercurio, normal, y el otro seguido por el agua con sobrecalentamiento, de modo que el calor cedido por el ciclo de alta temperatura H_g se utiliza como energía calorífica para vaporizar el ciclo a baja temperatura. Esta transferencia de energía se realiza en un intercambiador de calor, que funciona como condensador del vapor de mercurio y de caldera para la vaporización del agua, sin tomarla del hogar.

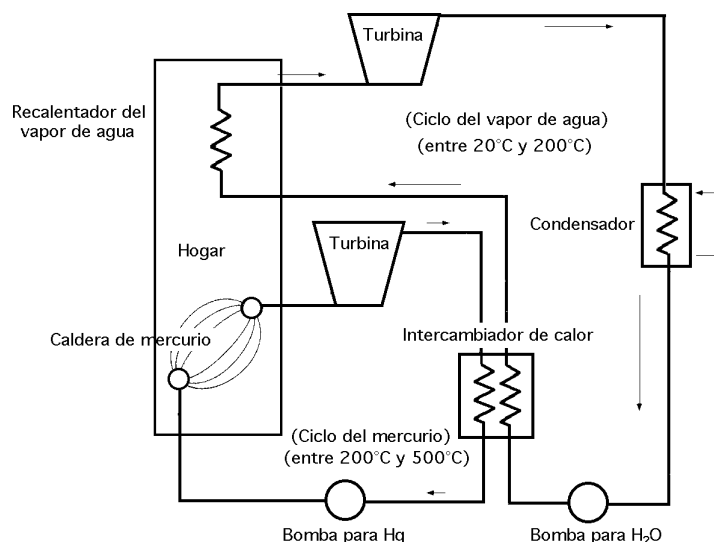


Fig XIII.18.- Esquema de un ciclo binario $\text{H}_2\text{O}-\text{Hg}$

El ciclo de potencia binario opera con una temperatura media de suministro de calor más alta que el ciclo convencional que utiliza sólo vapor de agua y permite obtener rendimientos mayores sin necesidad de recurrir a elevadas presiones. Sin embargo, el ahorro conseguido en el coste de

combustible, se compensa por el aumento de los costes de construcción y operación de esta configuración de ciclo más complejo; otra desventaja es que el H_g es tóxico y caro.

Como el incremento de entalpía específica del agua a su paso por el intercambiador de calor es varias veces mayor que la disminución de entalpía específica del mercurio, por cada kg de vapor de agua es necesario hacer circular G kg de mercurio, cuyo valor se calcula teniendo en cuenta que el calor cedido por el mercurio es, Fig XIII.18,

$$Q_{2\text{ Hg}} = G (i_C - i_D)$$

igual al que necesita 1 kg de agua para precalentarse y vaporizarse, en el supuesto de que en el intercambiador, condensador H_g -vaporizador H_2O no existan pérdidas térmicas, es decir,

$$Q_{1\text{ Agua}} = 1 (i_F - i_I) \quad ; \quad G (i_C - i_D) = 1 (i_F - i_I)$$

por lo que,

$$G = \frac{i_F - i_I}{i_C - i_D} = \frac{\text{área (I'IEFF')}}{\text{área (D'DCC')}}$$

y como el área (I'IEFF') es mayor que el área (D'DCC'), se requerirán varios kg de mercurio por cada kg de agua a vaporizar.

El rendimiento térmico de este ciclo se determina teniendo en cuenta que en el ciclo de alta temperatura evolucionan G kg de mercurio y en el ciclo de baja temperatura evoluciona 1 kg de agua.

El trabajo para el ciclo del mercurio es,

$$T_{Hg} = G (i_B - i_C) - G v_{Hg(D)} (p_{AB} - p_{DC}) = G (i_B - i_C) - G v_D (p_{AB} - p_{DC})$$

$$\text{El trabajo para el ciclo del agua es, } T_{H_2O} = i_G - i_H - v_{\text{agua}} (p_E - p_I) = i_G - i_H - v_I (p_E - p_I)$$

La cantidad de calor suministrada por el hogar es:

$$\text{Para el ciclo del agua, sobrecalentamiento, } Q_{1\text{agua}} = 1 (i_G - i_F)$$

$$\text{Para el ciclo del mercurio, caldera), } Q_{1\text{mercurio}} = G (i_B - i_D)$$

y, por lo tanto, el ***rendimiento térmico*** es,

$$T = \frac{G (i_B - i_C) - G v_D (p_A - p_D) + (i_G - i_H) - v_I (p_E - p_I)}{G (i_B - i_D) + 1 (i_G - i_F)}$$

pudiéndose despreciar las pérdidas correspondientes a las variaciones de presión que experimentan los fluidos en su movimiento por los diversos conductos, suponiendo que el error cometido es del orden de un 2% a un 3% del trabajo total.

XIII.6.- EXPANSIÓN EN CILINDROS DE TRABAJO

En un cilindro de trabajo, el diagrama teórico del indicador que se obtendría al realizarse las diversas transformaciones, es de la forma indicada en la Fig XIII.19.

a) El émbolo parte del punto muerto inferior A dejando un espacio nocivo v_0 ; a partir de dicho punto se abre la lumbrera de admisión y entra vapor a la presión de admisión p_A , que se puede suponer constante mientras la lumbrera permanezca abierta.

b) En B se inicia la expansión politrópica (BC) limitada en el punto C por la carrera del émbolo, a una presión superior a la del condensador. Al abrirse la lumbrera de escape en C, la presión cae idealmente según (CD) a volumen constante, con lo que finaliza el *primer tiempo del ciclo*.

c) En el *segundo tiempo del ciclo*, con la lumbrera de escape abierta, se produce la operación de expulsión o barrido (DE) que finaliza antes de completar el recorrido del émbolo E. El vapor que queda en el cilindro se comprime según (EF) adiabáticamente, y al llegar al punto muerto inferior F, se reinicia el ciclo nuevamente en A con la apertura de la lumbrera de admisión, de forma que entra en F vapor, que primero tiene que aumentar su presión hasta p_A a volumen constante y posteriormente desde A se reinicia el ciclo a presión constante.

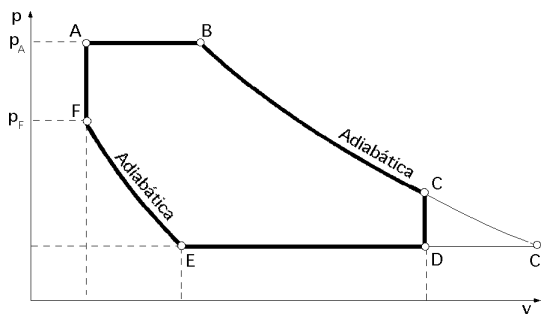


Fig XIII.19.- Diagrama teórico de la expansión del vapor en un cilindro de trabajo

En el ciclo ideal así descrito aparecen dos cuestiones fundamentales que reducen el trabajo mecánico a obtener, y son,

- a) La ausencia de la expansión (CC') hasta alcanzar la presión del condensador
- b) La realización de la compresión (EF) que finaliza a una presión inferior a la de admisión

El limitar la expansión en el punto C obedece a la necesidad de limitar el aumento

del volumen específico del vapor, el cual, a presiones próximas e inferiores a la atmosférica, implicaría aumentar mucho las dimensiones del cilindro; por ello se pierde un trabajo, área (CC'D), que no se aprovecha en el ciclo, y cuyo valor viene a ser del orden de un 20% del trabajo total.

El cierre de la lumbrera de escape en E viene impuesto por la necesidad de asegurar una superficie conveniente al ciclo, lo cual no se lograría al adelantar este cierre, y trae como consecuencia que al final de la compresión en F la presión en dicho punto sea inferior a la de admisión; al abrir entonces en A la lumbrera de admisión, el vapor que entra a la presión p_A se expande sin realizar trabajo mecánico hasta la menor presión p_F y este proceso, esencialmente irreversible, continuará hasta que la presión en el cilindro alcance el valor de p_A .

El diagrama real del indicador es el mostrado en la Fig XIII.20. La transformación (1-2) implica una caída de presión motivada por la laminación que se produce al cerrar la lumbrera de admisión al llegar a B. La expansión (2-3), es una politrópica de índice variable, debido a las diferencias de temperatura existentes entre el cilindro de trabajo, que se puede suponer constante, y la del vapor que es variable.

Al principio de la expansión 2, la temperatura del vapor es superior a la temperatura de las

paredes del cilindro, y por ello las cede calor, enfriándose si está recalentado y llegando a condensar parcialmente si está saturado seco; en cambio, al finalizar la expansión politrópica, la temperatura del vapor es menor que la de las paredes del cilindro, por lo que el fluido recibe parte del calor que antes entregó, aumentando su temperatura si está recalentado, o su título si se halla en estado de vapor húmedo; este proceso se traduce en una pérdida de trabajo debido a la irreversibilidad de la transmisión de calor.

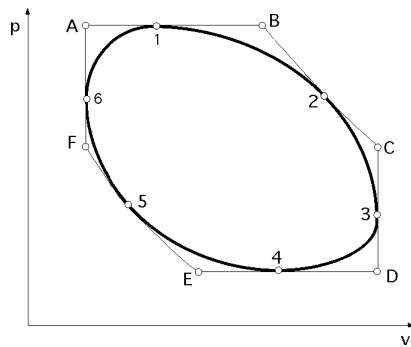


Fig XIII.20- Diagrama real del indicador

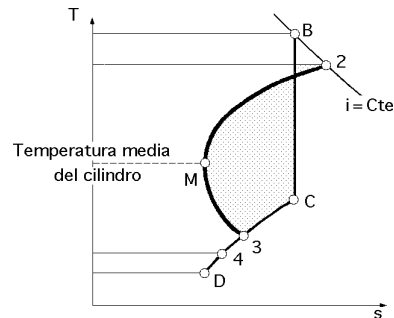


Fig XIII.21.- Pérdidas térmica en un cilindro

La caída de presión al abrir la lumbrera de escape se realiza según la transformación (3-4), cuya forma depende de la rapidez del tiempo de apertura de la lumbrera, de la velocidad angular de la máquina y de la diferencia de presiones que existe entre el cilindro y la cámara de salida. La transformación (4-5), según la cual el vapor es expulsado, se realiza a presión constante, algo superior a la presión del condensador indicada en el diagrama ideal.

El proceso real de compresión del vapor que queda en el cilindro al cerrar la lumbrera de escape, viene dado por la transformación (5-6). La entrada del vapor al abrir la lumbrera de admisión viene dada por la transformación (6-1), alcanzándose en 1 la presión p_A .

Estas modificaciones, en el diagrama (T,s), se observan en la Fig XIII.21, en la que se ha supuesto un ciclo Rankine sin recalentamiento. Las transformaciones (BC) y (CD) son las mismas que en la Fig XIII.20; el punto C se determina por la limitación de la presión inferior de la expansión y (CD) es un proceso a volumen constante.

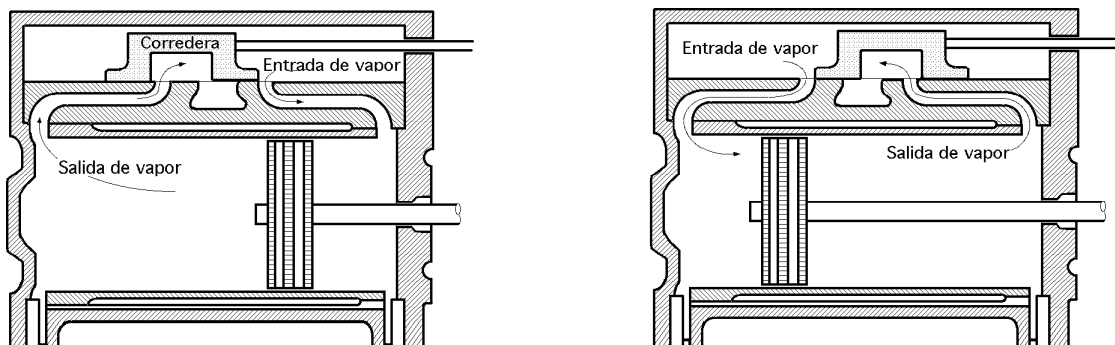


Fig XIII.22.- Mecanismo de funcionamiento de la corredera en un cilindro de doble efecto

Para el ciclo real, la posición del punto 2 se obtiene trazando por B una línea de entalpía constante, hasta encontrar la línea de menor presión p_2 real de admisión.

La transformación (2M) representa la cesión de calor a las paredes del cilindro con enfria-

miento y condensación parcial del mismo. La transformación (M3) representa el proceso inverso de reevaporación en la parte final del cilindro. El ciclo se completa con la transformación (3-4) hasta alcanzar una presión algo superior a la del condensador.

De las pérdidas mencionadas, la más importante es la que se produce en la expansión (2M3) con condensación y reevaporación del fluido. Su valor viene representado por el área sombreada y puede disminuirse empleando vapor recalentado, o mediante la utilización de un ciclo Compound.

XIII.6.1.- CICLOS COMPOUND

Los ciclos Compound son también conocidos como ciclos de expansión por etapas y en ellos, el vapor se expande en dos o más cilindros de trabajo.

Sus principales ventajas, frente a un ciclo simple, radican en que se reducen las pérdidas de energía motivadas por el proceso de condensación y reevaporación en el cilindro, y se utilizan

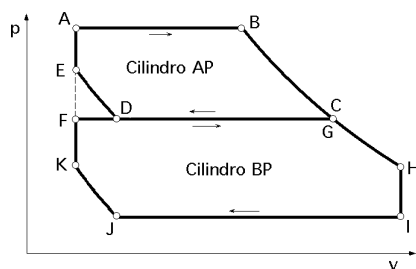


Fig XIII.23.- Ciclo Compound de dos etapas de expansión

cuando la presión excede de 8 atm; además, así se logran dimensiones más pequeñas, evitándose los sobredimensionamientos que implicarían la utilización de un único cilindro.

El diagrama ideal de este ciclo se representa en la Fig XIII.23, en la que se ha supuesto una expansión de dos etapas. La admisión del vapor se produce en el cilindro de alta presión, según la transformación (AB), expansionándose politrópicamente según (BC) y produciéndose la expulsión y escape de una parte del mismo, según (CD), que pasa al segundo cilindro de trabajo.

En el punto D se cierra la lumbrera de escape del cilindro de alta presión y el vapor residual que queda en el mismo recorre la línea (DEA) siendo muy importante el fijar la posición de este punto, ya que hay que conseguir que al segundo cilindro pase la mayor cantidad posible de vapor, compatible con una posición adecuada del punto E que permita la entrada de nuevo vapor.

El vapor que penetra en el cilindro de baja presión procedente del cilindro de alta, realiza la admisión (FG), la expansión politrópica (GH) restringida al punto H para limitar las dimensiones del cilindro, la apertura de la válvula de escape según (HI) a volumen constante, el barrido y expulsión del vapor según (IJ), cerrándose en J la lumbrera de escape, y por lo tanto, comprimiendo una parte del vapor que queda en dicho cilindro según (JKF), que se volverá a mezclar a partir de K con el que proviene del cilindro de alta presión.

En el diagrama entrópico, la transformación (2M3) se refiere al proceso de condensación y reevaporación en una máquina monocilíndrica, tal como se indica en la Fig XIII.23; para una máquina Compound de dos etapas, esta transformación tomaría la forma (2M'NM3) siendo el área sombreada entre ambas curvas proporcional a la energía no perdida al adoptar el ciclo Compound.

XIV.- CICLOS DE REFRIGERACIÓN POR COMPRESIÓN

La utilización del frío es un proceso conocido ya desde muy antiguo; en el siglo XII los chinos utilizaban mezclas de salitre con el fin de enfriar agua; los árabes en el siglo XIII utilizaban métodos químicos de producción de frío mediante mezclas; en los siglos XVI y XVII, investigadores y autores como Boyle, Faraday (con sus experimentos sobre la vaporización del amoníaco) etc, hacen los primeros intentos prácticos de producción de frío.

En 1834, Perkins desarrolla su patente de máquina frigorífica de compresión de éter y en 1835 Thilorier fabrica nieve carbónica por expansión; Tellier construyó la primera máquina de compresión con fines comerciales, Pictet desarrolla una máquina de compresión de anhídrido sulfuroso, Linde otra de amoníaco, Linde y Windhausen la de anhídrido carbónico, Vincent la de cloruro de metilo, etc. Un capítulo aparte merece Carré, propulsor de la máquina frigorífica de absorción y Le Blanc-Cullen-Leslie la de eyección.

Desde el punto de vista de sus aplicaciones, la técnica del frío reviste un gran interés dentro de la evolución industrial a que obliga el continuo alza de la vida. La refrigeración tiene un amplísimo campo en lo que respecta a la conservación de alimentos (Barcos congeladores de pescado en alta mar, plantas refrigeradoras de carnes y verduras), productos farmacéuticos y materias para la industria (Plantas productoras de hielo, unidades de transporte de productos congelados, barcos, aviones, trenes, camiones, etc), en sistemas de acondicionamiento de aire y calefacción, etc.

Esto da una idea del grandísimo interés universal que reviste el frigorífico industrial desde el punto de vista económico, humano y social.

XIV.1.- TÉCNICAS Y SISTEMAS DE PRODUCCIÓN DE FRÍO

Hablar de producción de frío es tanto como hablar de extracción de calor; existen diversos procedimientos que permiten su obtención, basados en el hecho de que si entre dos cuerpos existe una diferencia de temperaturas, la transmisión de calor de uno a otro se puede efectuar por conducción y radiación.

Procedimientos químicos.- Están basados en el uso de determinadas mezclas y disoluciones que absorben calor del medio que las rodea; se trata de procesos no continuos, de nulo interés y aplicación prácticos, sólo aptos para determinados trabajos de laboratorio.

Procedimientos físicos.- Se puede conseguir un descenso de temperatura mediante procesos físicos, como la expansión de un fluido en expansores y en válvulas de estrangulamiento, fundamento de las actuales máquinas industriales de producción de frío; este tipo de sistemas admite la siguiente clasificación,

Sistemas basados en el cambio de estado de una sustancia.- En estos sistemas interviene el calor latente del cambio de estado y se puede hacer la siguiente subdivisión,

- Por **fusión**, en que la producción de frío, o lo que es lo mismo, la sustracción de calor a la carga a refrigerar, se utiliza para pasar a una sustancia del estado sólido al de líquido; está muy extendida la fusión del hielo, o de mezclas eutécticas, que al cambiar de estado captan calor del entorno.

- Por **sublimación**, en que el paso se efectúa de sólido a gas mediante la adición de calor, siendo el ejemplo más representativo el anhídrido carbónico, para la producción de nieve carbónica.

- Por **vaporización**, en donde se engloban todos los procesos en los que un líquido pasa a fase de vapor al suministrársele una cierta cantidad de calor, pudiéndose distinguir dos casos,

Circuito abierto (vaporización directa), en donde el fluido capta el calor de la carga a enfriar y una vez ha modificado su estado ya no se vuelve a utilizar; este es el caso de algunos transportes que utilizan nitrógeno como medio de producción de frío.

Circuito cerrado, en que a diferencia del anterior, el fluido se recupera con vistas a ser utilizado en un proceso cíclico.

Como característica general de estos métodos, hay que hacer un aporte de energía al sistema y utilizar fluidos que vaporicen a baja presión

CLASIFICACIÓN

Las máquinas frigoríficas se pueden clasificar, según el sistema utilizado para la recogida de vapores, en la siguiente forma,

Máquinas de adsorción, en las que los vapores son captados mediante un absorbente sólido.

Máquinas de absorción, en las que los vapores que se forman añadiendo calor al sistema, son absorbidos y recuperados mediante un absorbente líquido.

Máquinas de compresión, en las que los vapores son aspirados y comprimidos mediante un compresor y licuados en un condensador; los compresores pueden ser de émbolo o rotativos, con o sin refrigeración intermedia. Los equipos frigoríficos a base de compresores de émbolos y funcionamiento automático, son los que se utilizan casi exclusivamente en los frigoríficos industriales.

Máquinas de eyección, en las que los vapores son arrastrados por el efecto Venturi que genera el paso de otro fluido a gran velocidad.

Sistemas basados en la expansión adiabática de un fluido gaseoso

En estos sistemas se consigue el enfriamiento del mismo, mediante dos tipos de máquinas,

a) Para la producción de aire líquido, (efecto *Joule-Thomson*)

b) Las máquinas *refrigeradoras de aire*, en las que el aire comprimido al expansionarse en un expansor (turbina o cilindro de trabajo), se enfría, realizando al mismo tiempo un trabajo, que puede ser aprovechado para la compresión del aire.

Sistemas basados en la elevación de la temperatura de un fluido frigorígeno.- En estos sistemas se utiliza un fluido frigorígeno (salmuera) que previamente se ha enfriado por algún tipo de procedimiento; durante el enfriamiento de la salmuera no se produce cambio de estado en la misma, ni tampoco cuando ésta capta calor del producto a enfriar, por lo que el calor eliminado de la carga lo toma la salmuera en forma de calor sensible.

Métodos especiales.- Existen otros métodos en los que la producción de frío se obtiene por técnicas distintas de las anteriormente descritas, pudiéndose enunciar, entre otras, las siguientes,

- Efecto Peltier (Termoeléctrico).- Este método está basado en el fenómeno que tiene lugar al pasar la corriente eléctrica por un circuito compuesto por dos conductores distintos, unidos por un par de soldaduras. Al pasar la corriente eléctrica por el circuito, una de las uniones se enfría, pudiéndose utilizar como fuente fría, mientras que la otra se calienta.

Efecto Haas-Keenson.- Es un método que permite alcanzar temperaturas próximas a 0°K , menores de $0,001^{\circ}\text{K}$, mediante la desimantación de una sal paramagnética. El proceso de descenso de la temperatura se inicia enfriando previamente la sal mediante helio líquido; una vez alcanzado el nivel térmico deseado, se somete a la sal a la acción de un campo magnético muy potente que orienta sus moléculas, lo que origina un desprendimiento de calor que se elimina a través del gas licuado; una vez conseguida la eliminación del calor se aísla la sal y se desconecta el campo magnético, con lo que las moléculas de la sal vuelven a su estado inicial, para lo que se requiere un trabajo que, por estar la sal completamente aislada, lo obtiene de su propia energía interna, ocasionando un descenso en la temperatura hasta los límites mencionados.

Efecto Ettingshausen (Termo-magneto-eléctrico).- Según este método, cuando por un conductor circula una corriente eléctrica, en presencia de un campo magnético perpendicular al mismo, el material del conductor se ve afectado por la presencia de un gradiente de temperaturas que se produce en dirección perpendicular a la de los campos, de forma que uno de los extremos del conductor absorbe calor, mientras que el otro lo desprende.

Efecto de Ranke-Hilsh (Torbellino).- Cuando una corriente de aire comprimido se inyecta tangencialmente a velocidad sónica en una cámara tubular, se crea un movimiento circular ciclónico, observándose un enfriamiento del aire en la zona cercana al eje del cilindro, fenómeno que es debido a la expansión de este aire y al descenso de temperatura que provoca; el aire situado en la periferia experimenta un calentamiento. Es un proceso apenas utilizado, restringido al acondicionamiento de equipos y trajes de trabajo en ambientes tóxicos y cálidos.

XIV.2.- COEFICIENTES DE EFECTO FRIGORÍFICO

Los ciclos inversos de motores térmicos, o ciclos frigorígenos, permiten la transferencia de calor desde una fuente fría, hasta otra fuente a mayor temperatura, fuente caliente; estos ciclos vienen caracterizados por un coeficiente de efecto frigorífico, que es la relación entre la cantidad de calor extraída a la fuente fría y el trabajo aplicado al ciclo mediante un compresor.

Para un mismo salto de temperatura entre la fuente caliente y la fuente fría, se pueden considerar los siguientes coeficientes de efecto frigorífico,

a) Coeficiente de efecto frigorífico teórico del ciclo $COP_{teór}$

b) Coeficiente de efecto frigorífico del ciclo de Carnot correspondiente COP_C

c) Coeficiente de efecto frigorífico real COP

El coeficiente de efecto frigorífico teórico del ciclo es,

$$COP_{teór} = \frac{q_v}{T_t}$$

en la que q_v es la potencia frigorífica o cantidad de calor extraída del foco frío (vaporizador) y T_t es el trabajo aplicado al fluido (por el compresor) en condiciones ideales

El *coeficiente de efecto frigorífico del ciclo de Carnot COP_C* correspondiente a las temperaturas de los focos frío T_v (vaporizador) y caliente T_c (condensador) es,

$$COP_C = \frac{T_v}{T_c - T_v}$$

El *coeficiente de efecto frigorífico real* es,

$$COP = \frac{q_v}{T_r}$$

siendo T_r el trabajo específico real aplicado al fluido por el compresor. Su valor se puede deducir a partir del concepto de crecimiento de entropía s^* a lo largo del ciclo, debido a la irreversibilidad del mismo, de la forma,

$$s^* = - \frac{q_v}{T_v} + \frac{q_c}{T_c}$$

y sustituyendo

$$q_c = q_v + T_r$$

y despejando T_r se obtiene,

$$T_r = s^* T_c + q_v \frac{T_c - T_v}{T_v} = s^* T_c + \frac{q_v}{(COP)_C} = s^* T_c + \frac{(COP) T_r}{(COP)_C}$$

De acuerdo con el Segundo Principio de la Termodinámica, el trabajo mínimo reversible a aplicar al ciclo se corresponde con el trabajo del ciclo de Carnot, por lo que,

$$T_{\text{Carnot}} = q_{c'} - q_v$$

en la que q_v es la misma que la del ciclo real, pero no, $q_{c'} = q_c$

En un proceso reversible se tiene que la variación de entropía total es cero, por lo que,

$$\frac{q_{c'}}{T_c} = \frac{q_v}{T_v} \quad q_{c'} = q_v \frac{T_c}{T_v}$$

El *trabajo del ciclo de Carnot* es,

$$T_c = q_v \frac{T_c}{T_v} - q_v = q_v \left(\frac{T_c - T_v}{T_v} \right) = \frac{q_v}{\text{COP}_c}$$

El *trabajo real* es,

$$T_r = s^* T_c + \frac{q_v}{\text{COP}_c} = s^* T_c + T_c$$

es decir, el trabajo real es igual al trabajo mínimo reversible aumentado en la cantidad, $T_c s^*$, que es una energía que hay que aplicar, que queda ligada al fluido frigorígeno y que no se puede aprovechar, porque es consecuencia de la irreversibilidad del proceso.

Una buena máquina frigorífica será aquella capaz de extraer una gran cantidad de calor de un foco frío q_v , a expensas de una pequeña cantidad de energía T_r aplicada a la misma mediante el compresor.

El significado del efecto frigorífico puede entenderse mediante el siguiente ejemplo, Si se dispone de un refrigerador doméstico funcionando entre las temperaturas -3°C y $+24^\circ\text{C}$, la eficiencia COP del ciclo de Carnot sería,

$$\text{COP}_c = \frac{T_v}{T_c - T_v} = \frac{270}{297 - 270} = 10$$

lo cual indica que la absorción, por ejemplo, de 10 W de energía en forma de calor del foco frío se realizaría, mediante una máquina de Carnot, a expensas de 1 W de trabajo externo; esto da una idea del significado de la eficiencia máxima entre dos temperaturas dadas, resultado que es inalcanzable.

Si, por ejemplo, se desea extraer calor de una fuente más fría, entre focos térmicos, por ejemplo, a 100°K y 297°K , resultaría una eficiencia COP igual a 0,5, es decir, para absorber 0,5 W de calor del foco frío habría que aplicar 1 W al compresor y esto comenzaría a ser no rentable, aparte de los problemas de tipo técnico que aparecerían. Si la temperatura del foco frío fuese aún mucho menor, del orden de 1°K , para extraer 1 W de dicho foco frío serían precisos 296 W de energía externa y de ahí la dificultad que se presenta para obtener temperaturas muy bajas por procedimientos mecánicos, hecho por otra parte técnicamente imposible.

XIV.3.- MAQUINAS FRIGORÍFICAS DE AIRE

Las máquinas frigoríficas de aire funcionan según un ciclo Joule; este tipo de máquinas tienen un importante consumo de energía, pero a pesar de ello, la seguridad que supone el utilizar aire como fluido frigorígeno y el poco peso de las instalaciones (compresores rotativos), hace que sean factores decisivos a la hora de su utilización en sistemas de acondicionamiento de aire.

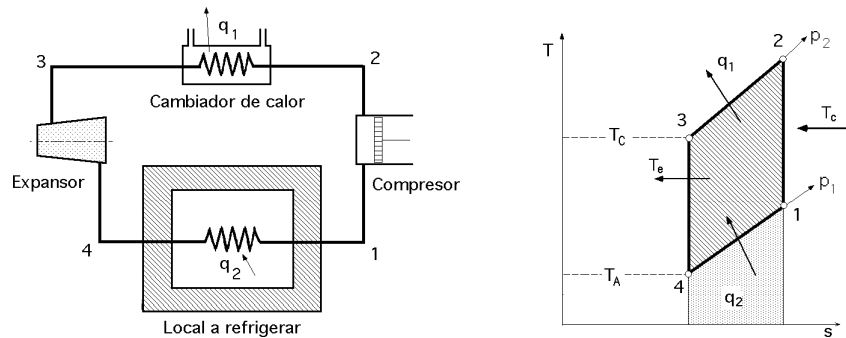


Fig XIV.1.- Esquema y diagrama de un ciclo Joule

CICLO TEÓRICO.- Teniendo en cuenta el esquema que se presenta en la Fig XIV.1, el aire se puede expandir en una máquina de pistón o en una turbina, de 3 a 4; el calor q_2 se extrae del medio a refrigerar según (41) a la presión p_1 y después el aire se comprime isentrópicamente hasta la presión p_2 que reina en el cambiador de calor; finalmente el aire se refrigera según (23) a presión constante.

El balance energético de este ciclo es,

$$T_{\text{real}} = T_{\text{compresor}} - T_{\text{expansor}} = q_{\text{cond}} - q_{\text{vap}} = (i_2 - i_3) - (i_1 - i_4) = (i_2 - i_1) - (i_3 - i_4)$$

El coeficiente de efecto frigorífico teórico es,

$$\text{COP}_{\text{teór}} = \frac{q_v}{T_{\text{real}}} = \frac{i_1 - i_4}{(i_2 - i_3) - (i_1 - i_4)}$$

Si se asimila el aire a un gas ideal, el calor específico se puede considerar constante $c_p = \text{Cte}$ y la expresión del efecto frigorífico teórico es,

$$\text{COP}_{\text{teór}} = \frac{T_1 - T_4}{(T_2 - T_3) - (T_1 - T_4)} = \frac{T_1 \left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right)}{T_2 \left(1 - \frac{T_3}{T_2}\right) - T_1 \left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right)}$$

Teniendo en cuenta que en las transformaciones adiabáticas se cumple,

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} ; \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} ; \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

resulta,

$$\text{COP}_{\text{teór}} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}$$

CICLO REAL.- En un ciclo real existe un incremento de entropía y las entalpías finales, tanto en la compresión como en la expansión, son más elevadas que en el ciclo ideal; el trabajo necesario para la compresión es mayor debido al rendimiento interno del compresor y el obtenido en la expansión, menor; los rendimientos internos del compresor y del expansor permiten introducir en los cálculos el concepto de irreversibilidad.

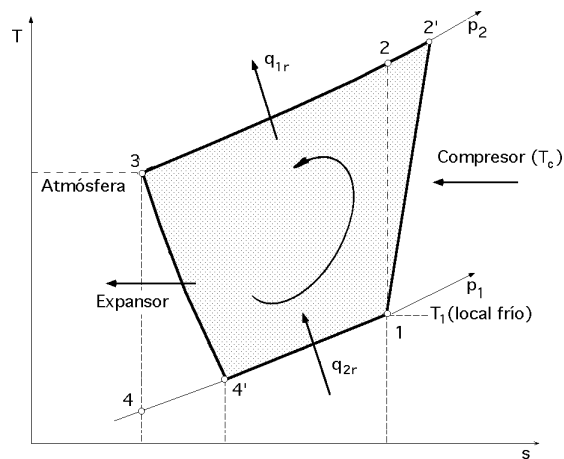


Fig XIV.2.- Diagrama de un ciclo real de aire

El rendimiento interno del compresor es,

$$c = \frac{i_2 - i_1}{i_{2'} - i_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_{2'} - T_1} = \frac{T_{tc}}{T_{rc}}$$

Las entalpías específicas de los diversos puntos del diagrama son,

$$i_1 = c_p T_1 ; i_2 = c_p T_2 ; i_{2'} = i_1 + \frac{i_2 - i_1}{c}$$

$$i_3 = c_p T_3 ; i_4 = c_p T_4 ; i_{4'} = i_3 - e (i_3 - i_4)$$

y de ellas se deducen los calores másicos, tanto el extraído del foco frío, $q_{2r} = q_{vr}$, como el eliminado al foco caliente, $q_{1r} = q_{cr}$, de la forma,

$$q_{cr} = c_p (T_{2'} - T_3) = i_{2'} - i_3 = i_1 + \frac{i_2 - i_1}{c} - i_3 = i_1 - i_3 + \frac{i_2 - i_1}{c}$$

$$q_{vr} = c_p (T_1 - T_{4'}) = i_1 - i_{4'} = i_1 - i_3 + e (i_3 - i_4)$$

El trabajo $T_{\text{útil}}$ que *el compresor aplica al fluido* es,

$$T_{\text{útil}} = (i_{2'} - i_3) - (i_1 - i_{4'}) = (i_{2'} - i_1) - (i_3 - i_{4'}) = \frac{i_2 - i_1}{c} - e (i_3 - i_4)$$

El trabajo que *el motor aplica al compresor* es,

$$T_{\text{motor}} = \frac{(i_2' - i_1) - (i_3 - i_4')}{\text{mec}} = \frac{\frac{i_2 - i_1}{c} - (i_3 - i_4)}{\text{mec}} e$$

El *trabajo teórico a aplicar al compresor*, (trabajo de circulación), se calcula en la forma,

$$T_{\text{c teórico}} = \frac{p_1 v_1}{-1} \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{-1}{c}} - 1 \right\} = i_2 - i_1$$

La *eficiencia COP del ciclo real* es,

$$\begin{aligned} \text{COP} = \frac{q_{\text{vr}}}{T_{\text{útil}}} &= \frac{(T_1 - T_3) + e(T_3 - T_4)}{\frac{T_2 - T_1}{c} - e(T_3 - T_4)} = \frac{\frac{T_1 - T_3}{T_3 - T_4} + e}{\frac{T_2 - T_1}{c(T_3 - T_4)} - e} = \left| \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_4} \quad T_2 = \frac{T_3 T_1}{T_4} \right| = \\ &= \frac{\frac{T_1 - T_3}{T_3 - T_4} + e}{\frac{\frac{T_3 T_1}{T_4} - T_1}{c(T_3 - T_4)} - e} = \frac{\frac{T_1 - T_3}{T_3 - T_4} + e}{\frac{T_1}{c T_4} - e} \end{aligned}$$

El ciclo real de la máquina de fluido no condensable muestra que a medida que nos aproximamos al ciclo ideal, el coeficiente de efecto frigorífico tiende al del ciclo de Carnot; haciendo, $e = c = 1$, se obtiene,

$$\text{COP} = \frac{T_4}{T_3 - T_4} = \frac{1}{\frac{T_3}{T_4} - 1} = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} - 1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

que es el coeficiente de efecto frigorífico del ciclo de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_2 ; se observa que al disminuir el efecto de la irreversibilidad externa, al tiempo que aumenta la irreversibilidad interna, debería existir un valor óptimo para el coeficiente de efecto frigorífico real COP.

Para su determinación partiremos de que el rendimiento interno del compresor c y del expansor e , son constantes.

Derivando la expresión del COP respecto a T_4 , e igualando a cero, se obtiene la siguiente condición,

$$(T_1 - T_3) T_1 T_4 - e(T_1 - T_3) c T_4^2 + (T_3 - T_4)(T_1 - T_3) T_1 + e(T_3 - T_4)^2 T_1 = 0$$

Dividiéndola por T_1 y ordenándola en T_4 , resulta,

$$e T_4^2 \left(\frac{T_3 - T_1}{T_1} c + 1 \right) - 2 e T_3 T_4 + T_3 (T_1 - T_3 + e T_3) = 0$$

que para, $c = e = 1$, se obtiene, $T_4 = T_1$, que dice que la temperatura de salida del expansor en

estas circunstancias tendría que ser igual a la de entrada en el compresor, cuestión que es imposible en el caso de que el fluido sea no condensable pero perfectamente válida para los condensables por cuando las presiones y temperaturas de salida de la expansión y de entrada en la compresión son respectivamente iguales; de ésto se deduce que los gases no son fluidos satisfactorios para ser utilizados en plantas de refrigeración.

XIV.4.- CICLO DE GAS CON REGENERADOR

Si a este ciclo se le hacen determinadas modificaciones, se pueden conseguir algunas mejoras en los ciclos de refrigeración con gas. En la Fig XIV.2 se observa que la temperatura T_1 del fluido después de extraer calor de la zona fría es menor que la T_3 del estado 3, a que entra en el expansor. Si se utiliza el gas frío del estado 1 para enfriar el gas en el estado 3, las expansiones siguientes le llevarían a una temperatura menor, la del estado A de entrada en el expansor, tal como se indica en el ciclo que representamos en la Fig XIV.3a; de esta forma se pueden obtener temperaturas extremadamente bajas, mediante la introducción en el ciclo de un intercambiador de calor (regenerador).

La transferencia de calor externa al ciclo produce la caída de temperaturas entre los estados 2 y 3; el regenerador permite un enfriamiento adicional del gas hasta A, que se expande hasta 4' y absorbe calor del local a enfriar entre 4' y 5 y en el regenerador, desde 5 a 1.

El balance energético en el regenerador, sin pérdidas térmicas, es,

$$i_3 - i_A = i_1 - i_5 \quad ; \quad c_p (T_3 - T_A) = c_p (T_1 - T_5) \quad ; \quad T_3 - T_1 = T_A - T_5 = T$$

$$T_3 = T_1 + T \quad ; \quad T_5 = T_A - T$$

Las entalpías en los diferentes puntos del ciclo son,

$$i_1 = c_p T_1 \quad ; \quad i_2 = c_p T_2 \quad ; \quad i_{2'} = i_1 + \frac{i_2 - i_1}{c}$$

$$i_3 = c_p T_3 = c_p (T_1 + T) \quad ; \quad i_A = c_p T_A$$

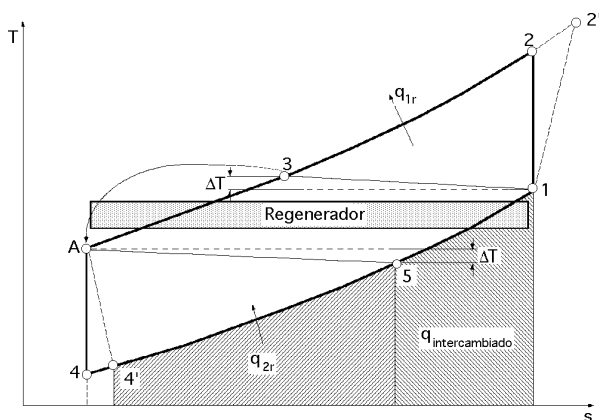
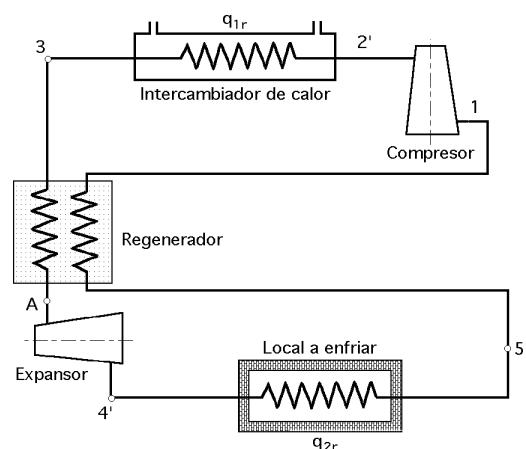


Fig XIV.3.- Ciclo de gas con regeneración



$$i_4 = c_p T_4, \text{ con, } T_4 = T_A \left(\frac{p_4}{p_A} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} = T_A \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} ; \quad i_{4'} = i_A - e (i_A - i_4)$$

$$i_5 = c_p T_5 = c_p (T_A - T)$$

El *calor extraído del foco frío* q_{2r} es,

$$q_{2r} = i_5 - i_{4'} = i_5 - i_A + e (i_A - i_4) = c_p \{ T_5 - T_A + e (T_A - T_4) \}$$

El *trabajo útil aplicado al fluido* es,

$$T_u = (i_{2'} - i_1) - (i_A - i_{4'}) = \left\{ \frac{T_2 - T_1}{\gamma} - c (T_A - T_4) \right\} c_p$$

El *trabajo motor a aplicar al compresor* es,

$$T_{\text{motor}} = \frac{(i_{2'} - i_1) - (i_A - i_{4'})}{\text{mec}} = \left\{ \frac{T_2 - T_1}{\gamma} - c (T_A - T_4) \right\} \frac{c_p}{\text{mec}}$$

La *eficiencia COP del ciclo*,

$$\text{COP} = \frac{q_{2r}}{T_{\text{útil}}} = \frac{T_5 - T_{4'}}{\frac{T_2 - T_1}{\gamma} + e (T_A - T_{4'})}$$

El ciclo de refrigeración con gas se puede aplicar a las instalaciones de aire acondicionado, p.e. de aviones, en donde los problemas de espacio son muy importantes; en general, comprimen aire que primero se enfría disipando calor a la atmósfera exterior y que, posteriormente, se expande en una turbina; el aire fresco procedente de la turbina pasa directamente al interior del avión.

XIV.5.- CICLO DE CARNOT DE UN FLUIDO CONDENSABLE

La ventaja del ciclo de una máquina frigorífica de fluidos condensables respecto a la máquina frigorífica de gas, radica en la utilización del fluido en sus dos fases, líquida y gaseosa, que permite no sólo el que técnicamente se pueda realizar el ciclo de Carnot inverso, sino porque las temperaturas al final de la expansión y a la entrada en el compresor son iguales, por lo que se puede optimizar el coeficiente de efecto frigorífico.

El funcionamiento de una máquina frigorífica de fluidos condensables que utiliza un ciclo de Carnot, Fig XIV.4, es como sigue:

Un compresor accionado por un motor aumentaría la presión del fluido desde p_2 a p_1 , según la transformación (AB), alcanzándose la temperatura T_1 ; esta compresión sería seguida de una condensación isoterma (BC) en la que el calor q_1 es evacuado al foco térmico caliente; el agua fría del condensador juega el papel de foco caliente de la máquina frigorífica, circulando en contracorriente con el fluido que viene del compresor y absorbiendo el calor q_1 .

El fluido una vez licuado se expansiona isentrópicamente en un expansor (CD), disminuyendo

su presión y temperatura, con lo que se vaporiza parcialmente, llegando en estas condiciones al evaporador, estado D, iniciándose la vaporización isoterma (DA), durante la cual el calor q_2 puede

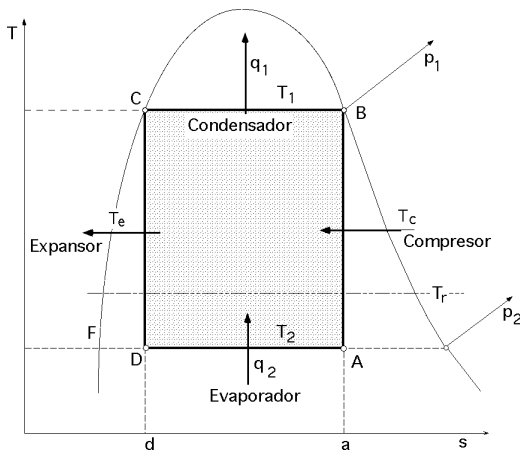


Fig XIV.4.- Ciclo de Carnot de un fluido condensable

(ABCD) sería el trabajo T_C aplicado al fluido por el compresor.

El *coeficiente de efecto frigorífico* viene dado, como sabemos, por,

$$\text{COP} = \frac{q_2}{T_C - T_e} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

El fluido que recorre el ciclo debe licuar fácilmente, por lo que su temperatura crítica tiene que ser superior a las temperaturas máximas de funcionamiento del fluido.

El trabajo mínimo reversible, necesario para extraer el calor q_2 del foco frío es,

$$T_{\text{mín.rev.}} = q_1 - q_2 = q_2 \frac{T_1}{T_2} - q_2 = q_2 \frac{T_1 - T_2}{T_2} = \frac{q_2}{\text{COP}_C}$$

$$\text{y el valor del } \text{COP}_C = \frac{q_2}{T_{\text{mín.rev.}}}$$

XIV.6.- MAQUINAS FRIGORÍFICAS DE FLUIDOS CONDENSABLES. CICLOS CON EXPANSIÓN ISENTÁLPICA

COMPRESIÓN EN RÉGIMEN HÚMEDO.- La expansión isentrópica (CD) no es rentable y, por lo tanto, a partir del estado C del diagrama se efectúa la expansión de forma irreversible, sustituyendo el expansor por una válvula de estrangulamiento, por la que el fluido circula a entalpía constante, Fig XIV.5; esto está motivado por una serie de dificultades técnicas y prácticas debido a que,

a) El posible trabajo que se puede obtener en el expansor sería una pequeña fracción del que debería suministrar el compresor, por cuanto el volumen específico del fluido (líquido) que se expande de C a D es más pequeño que el del fluido (vapor) que se comprime de A a B; el expansor debería trabajar con un fluido condensable de título muy pequeño, prácticamente cero, (líquido).

b) Hay dificultades en la lubricación cuando existe un fluido de dos fases, por cuanto la parte

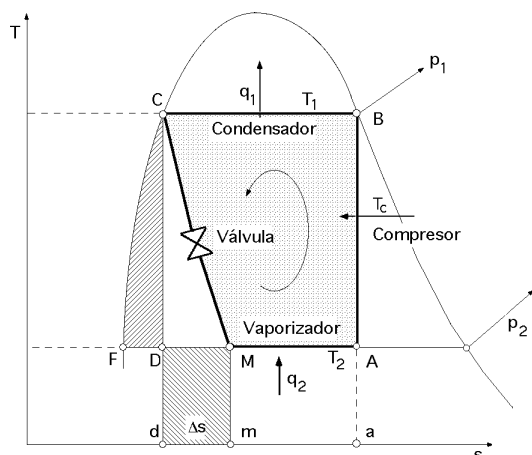


Fig XIV.5.- Compresión en régimen húmedo

líquida puede llegar a la solidificación.

c) La potencia recuperada en el expansor raras veces justifica el coste del mismo, lo que entraña, respecto al ciclo de Carnot, una disminución de la producción de frío, dada por el,

$$\text{área (dDMmd)} = i_M - i_D$$

y un aumento del trabajo de compresión igual al que se generaba en el expansor y se aprovechaba en el compresor.

El calor cedido al foco caliente es, $q_1 = i_B - i_C$

El calor extraído de la fuente fría es, $q_2 = i_A - i_M = \text{área (MAamM)}$

El trabajo aplicado es, $T_C = i_B - i_A$

El efecto frigorífico es, $r = \frac{q_2}{T_C} = \frac{i_A - i_M}{i_B - i_A}$

Las pérdidas relativas debidas al reemplazamiento del expansor isentrópico por la válvula de estrangulamiento, dependen de la naturaleza del fluido frigorígeno y, en particular, de su calor específico en estado líquido y de su calor latente de vaporización, pérdidas que son proporcionales a c_p/r y que en general, son pequeñas.

COMPRESIÓN EN RÉGIMEN SECO.- En este tipo de frigoríficos, se añade a la salida del evaporador un aparato separador de líquido, de forma que el compresor sólo pueda aspirar vapor saturado seco en lugar de vapor húmedo, como sucedía en el caso anterior.

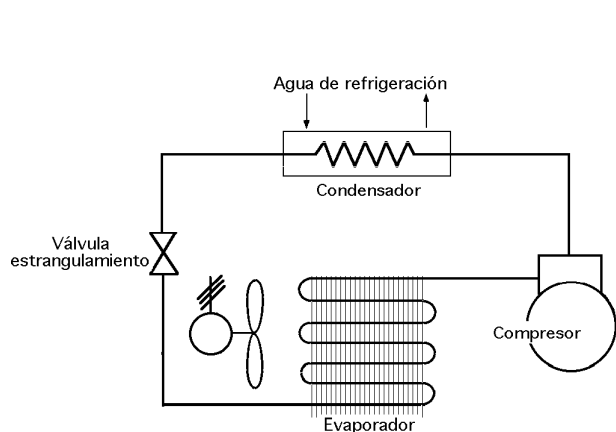
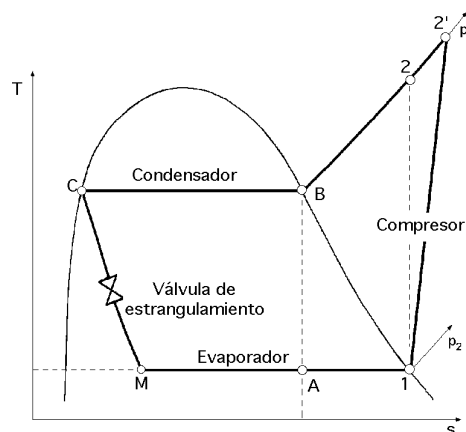


Fig XIV.6.- Compresión en régimen seco



Las transformaciones del ciclo son las siguientes,

1-2') Compresión rea, $T_C = i_2 - i_1$

2'-C) Enfriamiento (2'B) y condensación (BC), $q_1 = i_{2'} - i_C$

C-M) Estrangulación, $i_C = i_M$

M-1) Vaporización, $q_2 = i_1 - i_M$

A-1) Separador de líquido

El coeficiente de efecto frigorífico es, $COP = \frac{q_2}{T_C} = \frac{i_1 - i_M}{i_{2'} - i_1}$

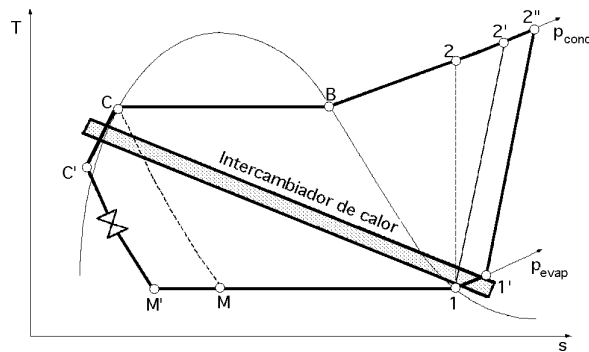


Fig XIV.7.a.- Ciclo frigorífico con subenfriamiento del líquido condensado mediante un intercambiador de calor

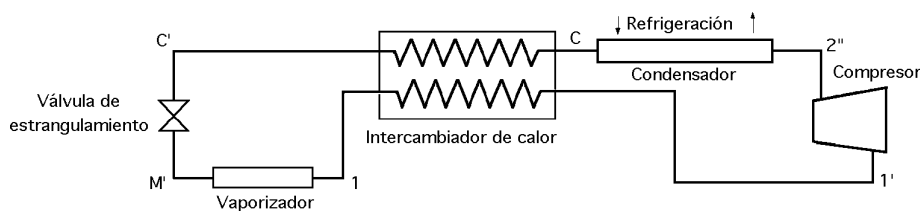


Fig XIV.7.b.- Esquema de ciclo frigorífico con subenfriamiento del líquido condensado mediante un intercambiador de calor

Una razón para realizar la compresión en régimen seco, Fig XIV.6, consiste en que la parte líquida del vapor húmedo frigorígeno pudiera quedar detenida en la culata del compresor, o tener un volumen mayor que el volumen muerto del compresor (golpe de líquido), con la posibilidad de averiar las válvulas o la propia culata; otro peligro es que el líquido llegue a arrastrar el aceite de lubricación de las paredes del cilindro, acelerando así su desgaste. Esto requiere un trabajo adicional en el compresor, por cuanto a la salida del mismo, estado 2', el fluido está recalentado. Además, la presencia de la fase líquida a la entrada podría provocar efectos corrosivos en el compresor.

Por otro lado, se puede someter al líquido condensado a un subenfriamiento (CC'), Fig XIV.7, mediante un intercambiador de calor, antes de proceder a su expansión en la válvula de estrangulamiento. Este proceso aumenta el efecto frigorífico, llevándose la compresión hacia la región de vapor recalentado, 1 - 1', donde el trabajo de compresión es mayor.

El estado 1' tiene un volumen específico mayor que el 1, por lo que el compresor debe proporcionar un caudal másico mayor. No obstante, el intercambiador queda justificado cuando haya que garantizar que no entre líquido al compresor, 1 - 1'; también hay que asegurar que en la válvula de estrangulamiento entre sólo líquido, para un correcto funcionamiento de la misma.

XIV.7.- SISTEMAS DE MULTICOMPRESION CON REFRIGERACIÓN INTERMEDIA

En el ciclo de compresión simple, la compresión y la expansión se producen en un solo salto, (máquinas domésticas y un gran número de equipos de carácter industrial); en estas máquinas las presiones y temperaturas (de condensación y evaporación) no difieren excesivamente.

Cuando la diferencia de presiones entre la aspiración y escape (salida) del compresor es muy grande, o lo que es lo mismo, la diferencia entre la temperatura del cambio de estado en el condensador y la reinante en el evaporador, se producen los siguientes fenómenos,

a) *Un aumento importante en la temperatura de escape del compresor puede originar la posible descomposición del aceite lubricante con el consiguiente acortamiento de la vida media de la máquina.*

b) *Un aumento de la relación de compresión implica que el rendimiento volumétrico propio del compresor simple disminuye, lo que da origen a una disminución de la capacidad frigorífica al bombear menor cantidad de fluido frigorígeno.*

c) *A medida que nos adentramos en la zona de vapor recalentado se produce una inclinación cada vez mayor de las líneas de entropía constante, hecho que se origina al aumentar la relación de compresión, lo que implica un incremento de la potencia requerida por el compresor.*

Por todo ésto, a partir de ciertos límites puede resultar más económico utilizar un ciclo de compresión múltiple, distinguiendo dos grandes tipos de instalaciones, La compresión múltiple directa y la compresión múltiple indirecta o en cascada

COMPRESIÓN MÚLTIPLE DIRECTA.- En estas instalaciones, el fluido frigorígeno se comprime dos o más veces, sucesivamente, existiendo un enfriamiento del vapor recalentado después de cada compresión. Lo más normal es la compresión doble directa; sistemas de compresión de más etapas son posibles, si bien menos frecuentes en la industria.

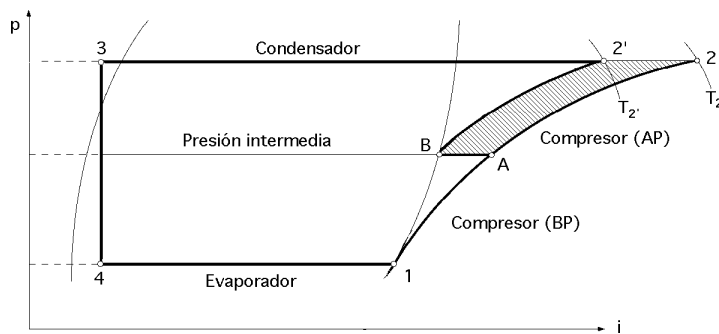


Fig XIV.8.- Ciclo teórico de multicompresión (doble compresión)

En la Fig XIV.8 se ha representado en un diagrama (p,i) un ciclo simple definido por el contorno (1-2-3-4-1) (con subenfriamiento); si superponemos un ciclo de compresión doble, que trabaja entre las mismas presiones que el anterior, la primera compresión se realiza entre la presión del vaporizador y una presión intermedia (1-A) y la segunda com-

presión entre esta presión intermedia y la del condensador (B-2'), realizando entre ambas compresiones la refrigeración intermedia del vapor recalentado del fluido frigorígeno, de forma que el estado A se desplaza hacia la izquierda, estado B, que puede quedar como vapor recalentado o como vapor saturado seco.

El límite de enfriamiento de la refrigeración intermedia, estado B, del vapor de escape de la etapa de compresión más baja, se encuentra como mucho en la línea de vapor saturado seco; ésto se hace así para evitar la entrada de líquido frigorígeno a la segunda etapa de compresión, hecho

que podría acarrear un golpe de líquido en el compresor alternativo de no conseguirse la vaporización total. El resto de las transformaciones en el ciclo de compresión múltiple son del mismo tipo a las ya vistas para el ciclo de compresión simple. Se observa que la temperatura final del vapor a la salida del compresor ha disminuido, pasando de T_2 a T_2' , respecto al ciclo simple; el área rayada representa, en forma aproximada, el ahorro de energía que se ha conseguido en el funcionamiento de la instalación.

FORMAS DE OBTENER EL ENFRIAMIENTO INTERMEDIO EN EL COMPRESOR.- La refrigeración intermedia (AB) en una compresión múltiple se puede conseguir de varias maneras, destacando las siguientes,

a) Refrigeración intermedia exterior.- Utilizando un intercambiador de calor de superficie que enfríe el vapor recalentado mediante un fluido externo, (aire, agua, etc); el enfriamiento así conseguido no es muy bajo dada la temperatura del fluido externo disponible y el bajo coeficiente de transmisión de calor, sobre todo el del aire.

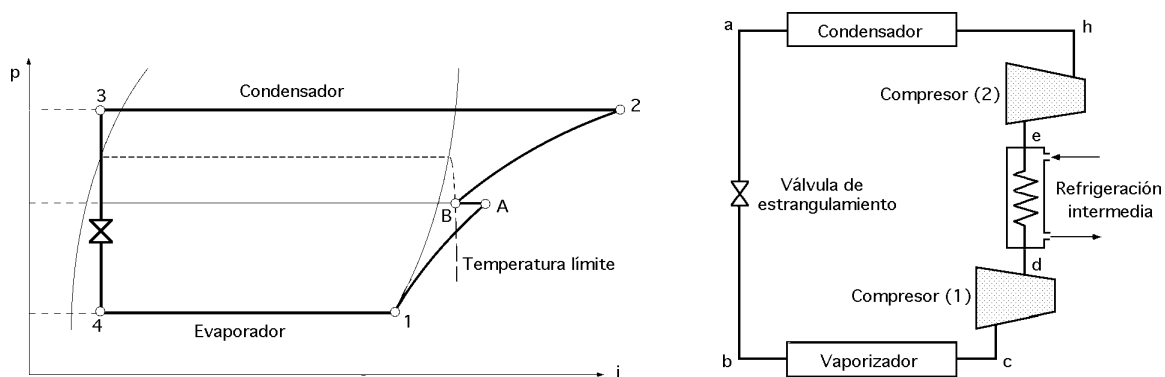


Fig XIV.9.- Temperatura límite de subenfriamiento cuando se utiliza el agua de refrigeración del condensador

Este procedimiento se utiliza en camiones frigoríficos de productos congelados, viéndose favorecida la transmisión de calor por el movimiento relativo del aire respecto al camión.

En el caso de utilizar agua se puede aprovechar la de refrigeración del condensador, por lo que la temperatura viene limitada por la temperatura de subenfriamiento, según se observa en la Fig XIV.9, en la que se presenta un esquema con la compresión de dos etapas con refrigeración intermedia y una laminación.

b) Inyección parcial de fluido frigorígeno.- Otro procedimiento consiste en utilizar una fracción del fluido frigorígeno, que se separa de la corriente principal en 5, Fig XIV.10 y que una vez condensado y expandido, enfría el vapor recalentado procedente del compresor de baja presión mediante un intercambiador de superficie.

Se observa que el líquido frigorígeno que proviene del condensador se lamina, en parte, en la válvula V_1 obteniéndose a la salida un vapor húmedo (líquido + vapor) que penetra en el intercambiador; el enfriamiento del vapor a la salida del compresor de baja presión se consigue principalmente por la evaporación del líquido presente en el vapor húmedo citado. La parte de líquido frigorígeno restante se lamina en la válvula V_2 para servir al evaporador de la instalación.

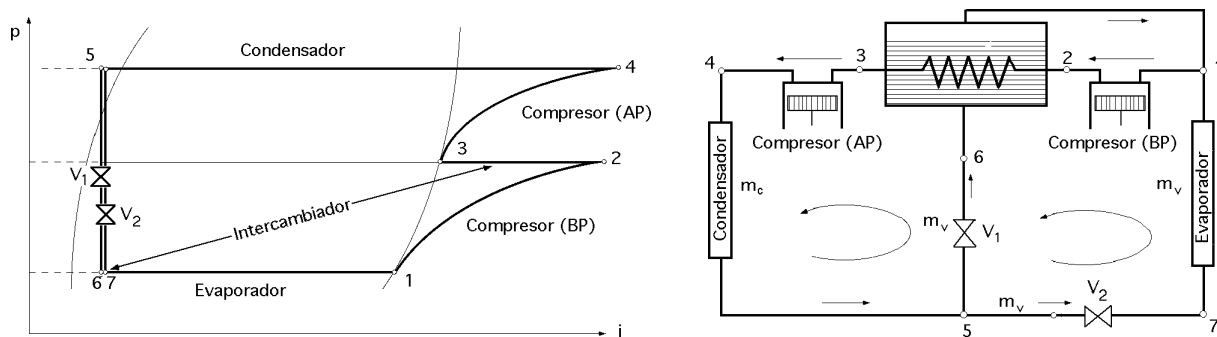


Fig XIV.10.- Método de multicompresión con refrigeración intermedia y dos expansiones

Mediante este dispositivo se puede conseguir la refrigeración intermedia del vapor hasta el estado de vapor saturado seco, estado 3; no obstante, como este enfriamiento se consigue mediante una reducción de la masa de fluido frigorígeno que circula por el evaporador, implica una disminución de la capacidad frigorífica de la instalación.

c) Inyección directa de fluido frigorígeno.- Otro procedimiento consiste en inyectar directamente fluido frigorígeno, una vez expandido en la válvula V_1 hasta la presión intermedia, a la salida del compresor de baja presión (mezcla). Al igual que en el caso anterior, la pérdida de calor sensible del vapor a la salida del compresor de baja presión se debe a la absorción de calor del cambio de estado de la parte de líquido a la salida de la válvula de expansión auxiliar V_1 , Fig XIV.11.

Se observa que la mezcla de las dos corrientes de fluido frigorígeno en los estados 2 y 6 da lugar a un estado 3 (en el diagrama se ha supuesto vapor saturado seco); como en el caso anterior, el enfriamiento (2-3) tiene por consecuencia una disminución de la potencia frigorífica en la instalación, producida por la desviación de una fracción del fluido hacia la válvula V_1 .

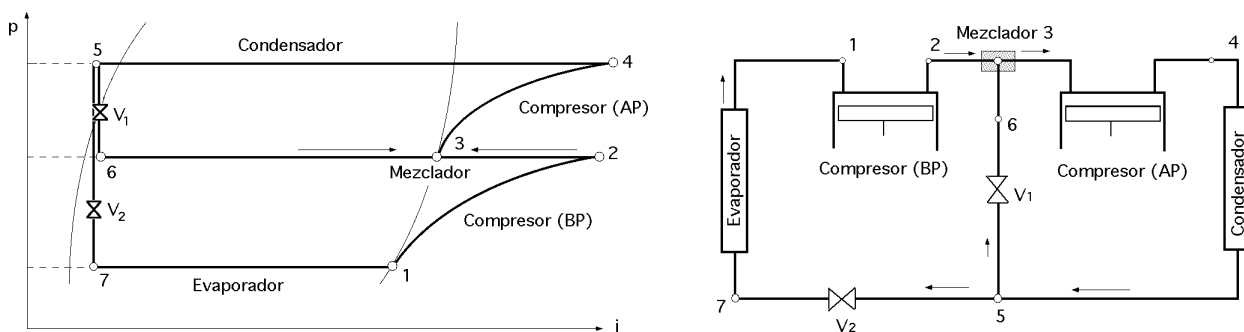


Fig XIV.11.- Enfriamiento intermedio por inyección directa de fluido frigorígeno

d) Sistema de doble compresión y expansión con enfriador intermedio y separador de líquido.-

En el caso de ser necesaria una compresión múltiple, este tipo de montaje es el más utilizado en instalaciones de media y gran potencia. Una fracción del fluido frigorígeno se evapora parcialmente hasta la presión intermedia p_i al producirse el estrangulamiento en la primera válvula de expansión V_1 ; el vapor así generado se extrae y sin experimentar cambio de estado posterior y sin participar en el enfriamiento del foco frío, se lleva a la segunda etapa del compresor (AP). El líquido restante se lamina en una segunda válvula V_2 y pasa por el evaporador produciendo el efecto frigorífico

Existen dos tipos de procedimientos según la configuración del enfriador intermedio:

d-1) Enfriador intermedio de tipo cerrado con inyección parcial, (intercambiador de superficie).- Se observa que la corriente de líquido m_c que pasa por el condensador, Fig XIV.12, en el estado 5 se bifurca en dos ramas, una m que se expande en la válvula V_1 hasta la presión intermedia p_i , suministrando una mezcla de vapor y líquido al intercambiador intermedio; la vaporización del porcentaje de líquido refrigerante absorbe calor, lográndose con ello dos fines,

Enfriar el vapor de escape del compresor de baja presión según la transformación (2-3).

- Subenfriar el resto del líquido m_v que no se ha derivado a través de la válvula V_2 , según la transformación (5-7), lográndose un aumento del salto entálpico en el evaporador, que pasa de ser, i_1-i_5 , en compresión simple a, i_1-i_8 , en esta configuración.

-La temperatura mínima que se pueden alcanzar en el subenfriamiento (temperatura del estado 7 es el de la temperatura correspondiente a la presión intermedia, es decir, $T_7 > T_3 = T_6$, en donde el signo de igualdad (imposible en la realidad) sería representativo de un funcionamiento ideal.

El enfriamiento intermedio se consigue por evaporación de la parte de líquido presente m en el estado 6, o lo que es lo mismo, por el paso del fluido refrigerante expandido desde el estado 6 al 3. La porción de vapor m del estado 6 es aspirada directamente por el compresor de alta presión, junto a la m_v , que proviene del evaporador, de forma que por el condensador pasa, $m_c = m + m_v$.

La masa de fluido que circula por el condensador m_c se calcula haciendo un balance de energía en el volumen de control, (en el supuesto de que no existan pérdidas térmicas en el intercambiador-separador), obteniéndose,

$$m_c i_5 + m_v i_2 = m_c i_3 + m_v i_7 \quad ; \quad m_c = \frac{i_2 - i_7}{i_3 - i_5} m_v$$

La potencia frigorífica (calor extraído en el evaporador) q_2 , es,

$$q_2 = m_v (i_1 - i_8) \quad ; \quad m_v = \frac{q_2}{i_1 - i_8}$$

por lo que la masa de fluido que circula por el condensador m_c queda en la forma,

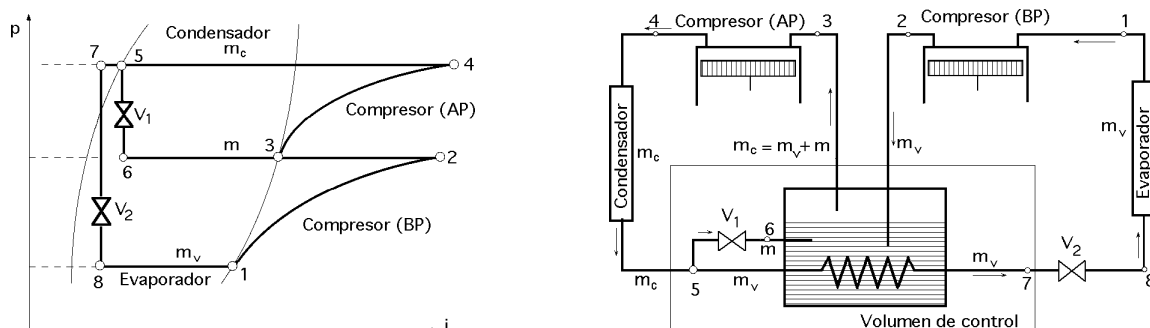


Fig XIV.12.- Ciclo de inyección parcial, con enfriador intermedio de tipo cerrado

$$m_c = \frac{i_2 - i_7}{i_3 - i_5} \frac{q_2}{i_1 - i_8}$$

La masa m de líquido frigorígeno que circula por la válvula V_1 , es,

$$m = m_c - m_v = \frac{q_2}{i_1 - i_8} \left(\frac{i_2 - i_7}{i_3 - i_5} - 1 \right)$$

El trabajo que el compresor de baja presión comunica al fluido es,

$$T_{BP} = m_v (i_2 - i_1) = q_2 \frac{i_2 - i_1}{i_1 - i_8}$$

El trabajo que el compresor de alta presión comunica al fluido es,

$$T_{AP} = m_c (i_4 - i_3) = \frac{q_2}{i_1 - i_8} \frac{i_2 - i_7}{i_3 - i_5} (i_4 - i_3)$$

El coeficiente de efecto frigorífico teórico es,

$$COP_{teór} = \frac{q_2}{T_{BP} + T_{AP}} = \frac{i_1 - i_8}{\frac{(i_4 - i_3)(i_2 - i_7)}{i_3 - i_5} + (i_2 - i_1)}$$

d-2) Enfriador intermedio de tipo abierto con inyección total, (intercambiador de mezcla.- Se diferencia del anterior en que todo el fluido frigorígeno m_c se expande hasta la presión intermedia antes del intercambiador, Fig XIV.13. El fluido a la salida del condensador m_c se lamina, mediante la válvula V_1 , hasta la presión intermedia, estado 6, obteniéndose una mezcla líquido-vapor no homogénea. La evaporación de parte del líquido consigue el enfriamiento del vapor del estado 2 hasta las condiciones del estado 3; este vapor junto al resultante de la expansión, circula por el compresor de alta presión. El resto del líquido m_v , estado 7, se expande de nuevo hasta la presión de evaporación.

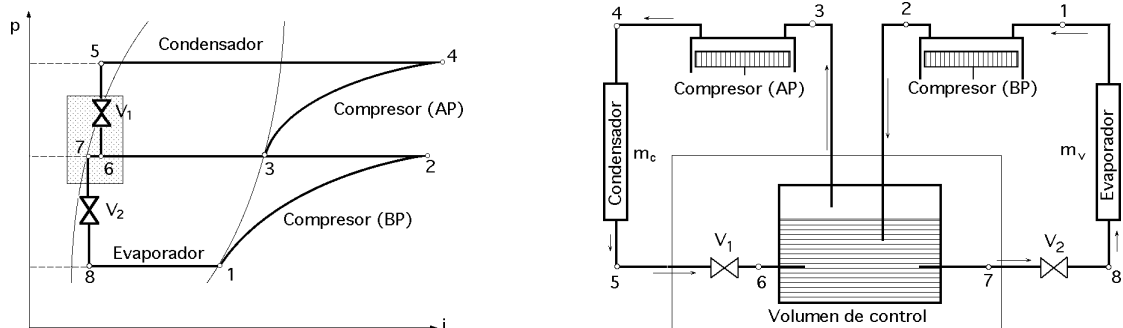


Fig XIV.13.- Ciclo de inyección total, con enfriador intermedio de tipo abierto

Este sistema tiene el inconveniente, con respecto al de intercambiador cerrado, de utilizar válvulas de expansión por las que circula un gran caudal de fluido frigorígeno y tener bajos saltos de presión. En los ciclos con enfriador intermedio de tipo cerrado, por la válvula auxiliar V_1 circula un

pequeño caudal, mientras que por la válvula principal V_2 pasa la mayor parte de la masa, funcionando entre las presiones de condensación y evaporación, por lo que su regulación es más sencilla.

La *masa m_c de fluido que circula por el condensador* se calcula haciendo un balance de energía en el volumen de control, (en el supuesto de que no existen pérdidas térmicas en el intercambiador-separador), obteniéndose,

$$m_c i_5 + m_v i_2 = m_c i_3 + m_v i_7 \quad m_c = \frac{i_2 - i_7}{i_3 - i_5} m_v$$

La *potencia frigorífica (calor extraído en el evaporador) q_2* , es,

$$q_2 = m_v (i_1 - i_8) \quad m_v = \frac{q_2}{i_1 - i_8}$$

por lo que la *masa m_c de fluido que circula por el condensador* queda en la forma,

$$m_c = \frac{i_2 - i_7}{i_3 - i_5} \frac{q_2}{i_1 - i_8}$$

observándose que las expresiones son idénticas a las del caso anterior, aunque sus valores se refieren a puntos distintos sobre el diagrama.

XIV.8.- COMPRESORES

En todo lo anterior se ha considerado la utilización de compresores alternativos, lo que no implica que este tipo de instalación sea de un dominio exclusivo de estas máquinas, sino que por el contrario, se pueden utilizar otros tipos de compresores entre los posibles en la industria del frío, como los compresores centrífugos de un solo cuerpo con varias etapas de compresión, o los compresores de tornillo.

Dada la dificultad de extraer toda la carga de fluido frigorígeno en estos compresores, particularmente en los centrífugos, lo que se hace es añadir un porcentaje de vapor saturado seco a la presión intermedia, para provocar su enfriamiento en un estado intermedio de la compresión; la mezcla de estos vapores da lugar a un vapor intermedio menos recalentado que los de mezcla.

Relación de compresión.- Si la relación de compresión para cualquier número de etapas n es la misma, viene dada por la expresión,

$$\frac{P_i}{P_j} = \sqrt[n]{\frac{P_{\text{condensador}}}{P_{\text{evaporador}}}}$$

Para dos etapas de compresión, la relación de compresión es,

$$\frac{P_c}{P_i} = \frac{P_i}{P_v} = \sqrt{\frac{P_{\text{condensador}}}{P_{\text{evaporador}}}}$$

y la presión intermedia viene dada por,

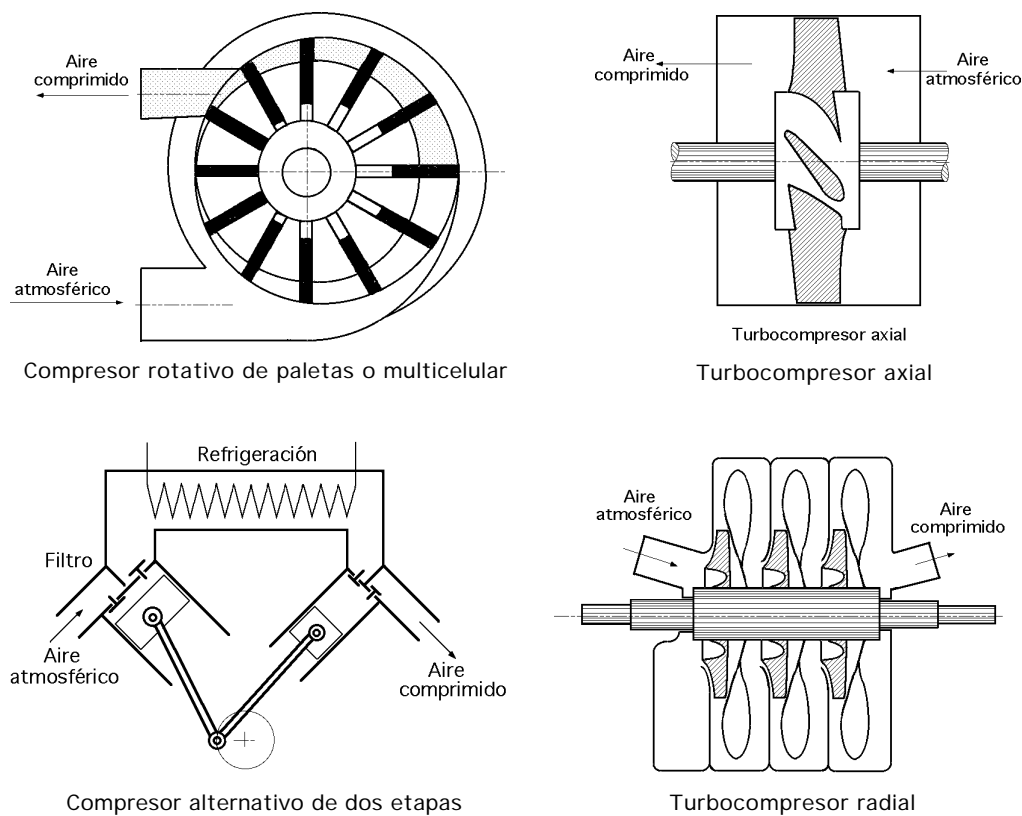


Fig XIV.14.- Algunos tipos de compresores

$$\frac{p_c}{p_i} = \frac{p_i}{p_v} \quad p_i = \sqrt{p_c p_v}$$

igualdad que conduce a diferentes temperaturas de salida en las etapas de compresión, por lo que en aquellos fluido frigorígenos como el amoníaco), en los que la temperatura del vapor recalentado aumenta rápidamente, existe la tendencia a aumentar el valor de la presión intermedia para así reducir la relación de la segunda compresión, pudiendo considerar para el caso del amoníaco las siguientes ecuaciones,

Según Sandholdt, $p_i = \sqrt{p_c p_v} + 0,35 \text{ atm}$

Según Czaplinsky, $T_i = \sqrt{T_c T_v}$

XIV.8.- SISTEMAS DE COMPRESIÓN MÚLTIPLE INDIRECTA. REFRIGERACIÓN EN CASCADA

En ciertas aplicaciones son necesarias temperaturas de trabajo extremadamente bajas, por debajo de -30°C , por lo que la relación de presiones para una sola etapa de compresión tiene que ser elevada; si se elige un fluido frigorígeno cuyos valores de la presión en el evaporador sean moderados, resulta que las presiones en el condensador son elevadas y viceversa.

A bajas temperaturas, las presiones correspondientes son muy bajas, (inferiores a la presión

atmosférica), por lo que en las zonas de producción de frío existe una fuerte tendencia a la entrada de aire húmedo a los evaporadores, lo que implica un porcentaje de humedad que puede solidificar dando lugar a trastornos en el funcionamiento. Además, cuanto menor sea la temperatura, el volumen específico del vapor a la entrada del compresor será mayor, por lo que para una misma masa de fluido frigorígeno a desplazar, a menor temperatura requerida mayor deberá ser el volumen disponible del compresor.

Si el fluido tiene unas características adecuadas para el evaporador y resulta que las condiciones del condensador están cerca del punto crítico, cuando el fluido se expande, el título al final de la expansión será muy grande, lo que disminuye el COP de la instalación, al tiempo que exige potencias en el compresor relativamente altas, de forma que hay que recurrir a compresiones escalonadas para paliar el problema. Por éso, para la producción de frío a bajas temperaturas, se han desarrollado *sistemas de compresión indirecta*, en los que se utilizan fluidos frigorígenos especiales, que solventan las dificultades citadas y que por otro lado no son adecuados para trabajar en la zona de condensación normal, ya que por un lado dan lugar a altas presiones, con el consiguiente problema de posibles fugas al exterior y por otro presentan el inconveniente de poseer bajas temperaturas críticas.

Los condicionantes anteriores se resuelven con la refrigeración en cascada, mediante una adecuada elección de las presiones intermedias que evite los problemas de estanqueidad y origine al mismo tiempo relaciones de compresión razonables. La producción de frío a bajas temperaturas se consigue mediante sistemas de compresión simples, que utilizan fluidos frigorígenos especiales; para el caso de dos etapas de compresión, los vapores resultantes se comprimen hasta una cierta presión mediante un compresor de (BP) y posteriormente se condensan en un intercambiador intermedio, mediante la cesión de calor al evaporador de un segundo circuito de compresión simple por el que circula un fluido frigorígeno distinto; la condensación del fluido frigorígeno de baja temperatura tiene por objeto la vaporización del de alta, tal, que pueden ser condensados con ayuda de un agente exterior; las válvulas V_1 y V_2 completan ambos ciclos.

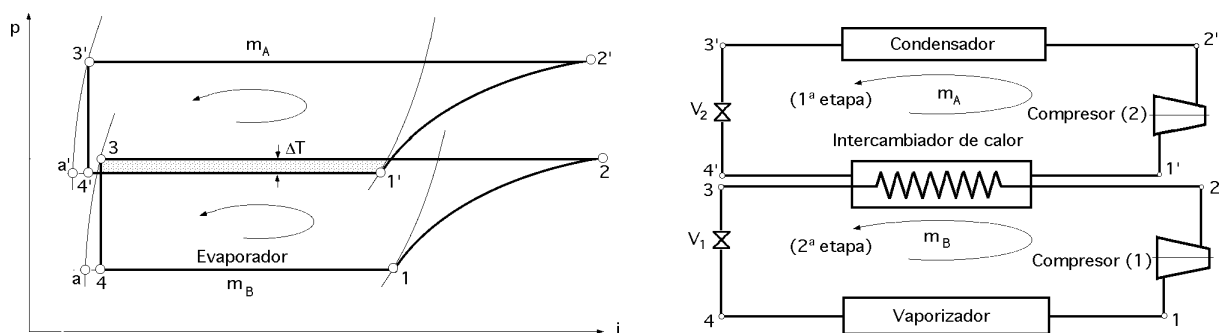


Fig XIV.13.- Método de cascada con dos etapas de compresión

Si se superponen en un mismo diagrama (p - i) ambos sistemas, se obtiene el ciclo conjunto de la instalación, Fig XIV.13; se observa que las temperaturas de condensación de la etapa de baja temperatura y de evaporación de la etapa de alta temperatura no son iguales, existiendo un salto térmico ΔT para que tenga lugar el intercambio térmico entre los fluidos; cuanto mayor sea esta diferencia de temperaturas, la superficie de intercambio térmico será menor.

Para determinar el calor transferido en el intercambiador intermedio, se supondrá no existen pérdidas térmicas al exterior; haciendo un balance térmico en el intercambiador, la *masa de fluido m_A de la etapa de alta temperatura* se obtiene en la forma,

$$m_A (i_{1'} - i_{4'}) = m_B (i_2 - i_3) \quad \frac{m_A}{m_B} = \frac{i_2 - i_3}{i_{1'} - i_{4'}}$$

La *eficacia de la instalación* es,

$$\text{COP} = \frac{m_B (i_1 - i_4)}{m_B \frac{i_2 - i_1}{\text{compB}} + m_A \frac{i_{2'} - i_{1'}}{\text{compA}}} = \frac{i_1 - i_4}{\frac{i_2 - i_1}{\text{compB}} + \frac{i_2 - i_3}{i_{1'} - i_{4'}} \frac{i_{2'} - i_{1'}}{\text{compA}}}$$

Los principales inconvenientes que se presentan en estas instalaciones son,

a) La transformación de calor en el intercambiador intermedio (evaporador alta-condensador baja) siempre da lugar a pérdidas por no ser un equipo de características ideales.

b) Si la instalación se mantiene parada durante un largo período, el igualar la temperatura del circuito de baja a la temperatura ambiente, da lugar a fuertes presiones en dicho circuito, por lo que se hace necesario disponer de un sistema de alivio, consistente en un recipiente de volumen apropiado, (bulbo), con vistas a impedir pérdidas de fluido frigorígeno.

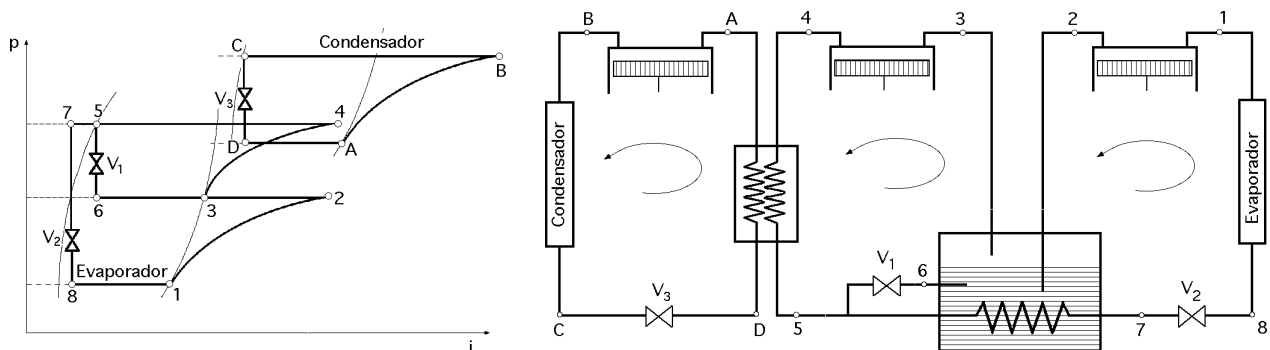


Fig XIV.15.- Ciclo en cascada de un ciclo simple y un ciclo de inyección total con enfriador intermedio de tipo cerrado

El estudio de una compresión en cascada de dos etapas se puede ampliar a un mayor número de nuevos fluidos frigorígenos y a un mayor número de etapas, en cuyo caso los cálculos se realizarán repetidamente en cada salto; para el caso de la licuación del aire por este método se utilizan los siguientes fluidos en cascada, amoníaco, etileno, oxígeno y el propio aire a licuar.

Asimismo es conveniente señalar que los sistemas de compresión múltiple (directa y en cascada) no son excluyentes, pudiendo formar parte de una misma instalación, como se indica en el ejemplo de la Fig XIV.15.

XIV.9.- EXPANSIÓN MÚLTIPLE

Instalaciones con suministro de fluido frigorígeno a distintas temperaturas.- La necesidad de disponer en la industria de una serie de fuentes frías, para distintas operaciones, a niveles térmicos diferen-

tes, se puede conseguir fácilmente mediante ciclos de compresión independientes, uno para cada necesidad; en ciertas aplicaciones resulta interesante centralizar toda la instalación en un solo sistema, capaz de servir a partir de una única instalación frigorífica, todos los niveles de temperatura requeridos; de entre ellos destacamos los siguientes,

COMPRESIÓN SIMPLE.- Mediante un sistema de compresión simple, resulta factible suministrar un fluido frigorígeno a distintas temperaturas. Para ello, en principio, basta con disponer dos válvulas de expansión en paralelo, hasta las presiones requeridas, Fig XIV.16. Se observa existe una reexpansión isentálpica de los vapores de salida del evaporador de alta temperatura provocando un recalentamiento de los mismos, (5-7), lo cual es necesario para igualar su presión a la de los vapores que provienen del evaporador de baja temperatura y poder efectuar la mezcla de ambas corrientes antes de introducir las en la primera etapa de la compresión, estado 1.

Las necesidades frigoríficas de los distintos evaporadores q_{1a} y q_{1b} , se pueden determinar a partir de los caudales máscicos de fluido frigorígeno que circulan por cada uno de ellos m_a y m_b y viceversa, en la forma,

$$q_{2a} = m_a (i_5 - i_4) \quad ; \quad q_{2b} = m_b (i_8 - i_6)$$

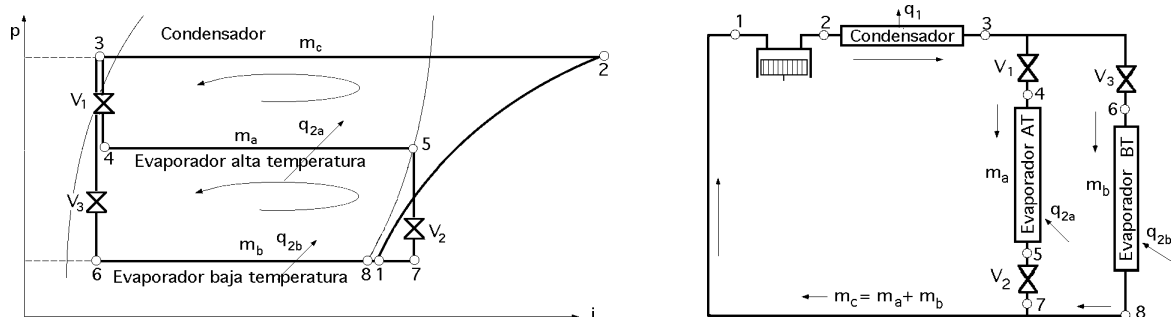


Fig XIV.16.- Sistema de compresión simple y expansión múltiple

Haciendo un balance de masa y energía en los estados 7 y 8, se puede conocer la situación del estado 1, de entrada al compresor de baja temperatura,

$$m_c = m_a + m_b$$

$$m_c i_1 = m_a i_7 + m_b i_8$$

El trabajo de compresión es, $T_c = m_c (i_2 - i_1)$

El calor cedido en el condensador es, $q_1 = m_c (i_2 - i_3)$

COMPRESIÓN DOBLE DIRECTA.- A partir de una instalación de compresión en dos etapas es posible trabajar a varias temperaturas de evaporación por medio de una expansión múltiple, de forma similar a lo visto anteriormente. Si se conocen las temperaturas de compresión y condensación y las necesidades frigoríficas correspondientes, se pueden dar los siguientes casos,

a) Inyección total.- Utiliza un intercambiador intermedio de tipo abierto, de forma que se hace una expansión previa (5-6) antes de entrar en el mismo; la obtención de dos temperaturas de evaporación se puede conseguir de dos formas,

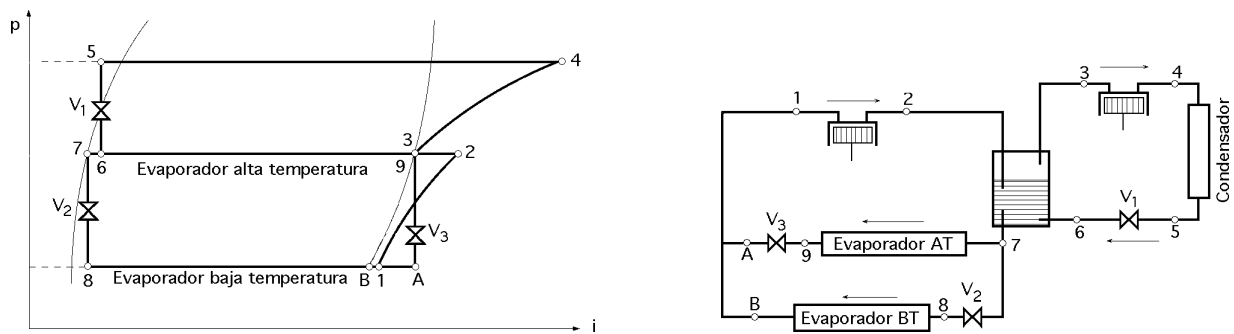


Fig XIV.17.- La presión intermedia coincide con la presión correspondiente al evaporador de alta temperatura

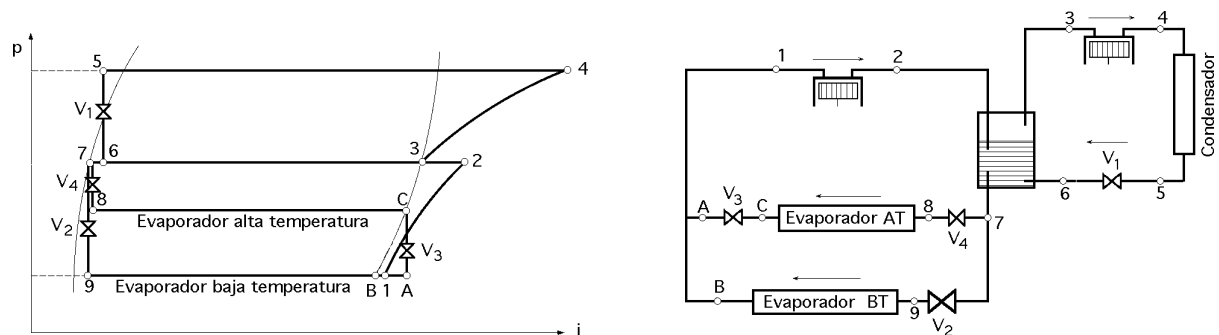


Fig XIV.18.- La presión intermedia no coincide con la presión correspondiente al evaporador de alta temperatura

a1) La presión intermedia es igual a la presión correspondiente al evaporador de alta temperatura, Fig XIV.17.

a2) La presión intermedia, (calculada por alguno de los métodos desarrollados anteriormente), no coincide con la presión correspondiente al evaporador de alta temperatura, Fig XIV.18.

b) Inyección parcial.- En este caso la diferencia estriba en el tipo de intercambiador utilizado, ya que ahora se dispone de uno en el que además del enfriamiento de los vapores, parte del líquido condensado pierde un calor sensible, subenfriándose a costa de la evaporación de una cierta cantidad de líquido a la presión intermedia Fig XIV.19.

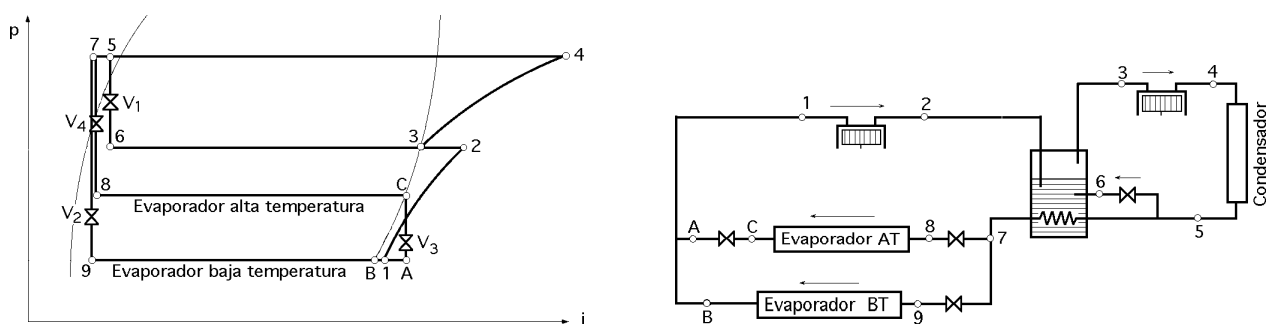


Fig XIV.19.- Sistema de inyección parcial

c) Refrigeración exterior.- En una instalación con dos etapas de compresión, refrigeración intermedia exterior, y dos expansiones, se pueden conseguir, dos efectos frigoríficos a temperaturas diferentes. En el diagrama (T-s), Fig XIV.20, se muestran el ciclo termodinámico y el esquema que representa una instalación.

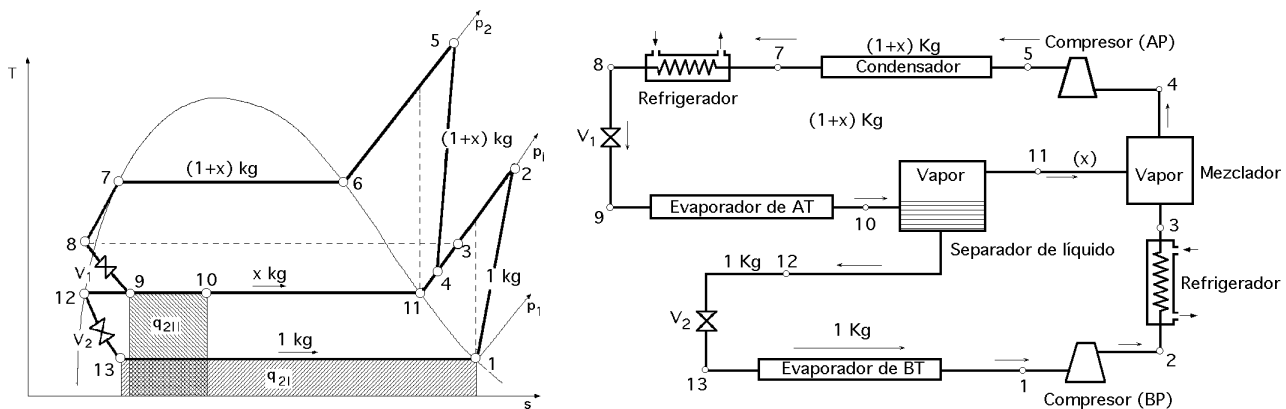


Fig XIV.20.- Refrigeración con efectos frigoríficos a temperaturas diferentes y refrigeración exterior

La compresión se efectúa en dos etapas, con refrigeración intermedia exterior.

El primer efecto frigorífico se efectúa entre los puntos 9 y 10, mientras que el segundo efecto frigorífico se efectúa entre los puntos 13 y 1.

Si se utiliza el mismo agua de refrigeración para el condensador y para el refrigerador (2-3), las temperaturas T_3 y T_8 coincidirán.

Efecto frigorífico,

$$q_{2r} = q_{2I} + q_{2II} = (i_1 - i_{13}) + (i_{10} - i_9)(1 + x)$$

Para calcular la *cantidad de vapor x, extraída en el separador de líquido* se hace un balance de entalpías en el mismo, obteniéndose,

$$i_{10}(1 + x) = i_{12} + x i_{11} \quad x = \frac{i_{10} - i_{12}}{i_{11} - i_{10}}$$

$$\text{Trabajo de compresión, } T_r = T_{rI} + T_{rII} = (i_5 - i_4)(1 + x) + (i_2 - i_1)$$

XIV.10.- CICLO CON DOBLE LAMINACIÓN, SEPARADOR DE LIQUIDO Y REFRIGERACIÓN EXTERIOR

El fluido frigorígeno se evapora parcialmente al producirse el estrangulamiento en la válvula de expansión, Fig XIV.21; el vapor así generado pasa por el evaporador sin experimentar cambio de estado posterior y sin producir enfriamiento del foco frío.

El compresor comprime dos tipos de vapores, uno, el generado en la expansión isentálpica de la primera etapa x kg a través de la válvula V_1 y el otro es el que ha pasado por el evaporador y previamente por la válvula V_2 .

La eficiencia COP del frigorífico es,

$$\text{COP} = \frac{Q_2}{T_r} = \frac{i_1 - i_{10}}{(i_2 - i_1) 1 + (i_5 - i_4)(1 + x)} \quad \text{isent} \quad \text{mec}$$

XIV.11.- CICLO CON DOBLE LAMINACIÓN Y BARBOTEO Y REFRIGERACIÓN EXTERIOR

La diferencia con el sistema de enfriamiento intermedio de tipo abierto con ciclo de inyección total, radica en los sistemas de refrigeración exterior. El fluido se comprime en forma de vapor saturado seco desde el estado 1 al estado 2, Fig XIV.22, realizándose a continuación un enfriamiento del mismo, a presión constante de 2 a 3. Desde el estado 3 el fluido va al separador de líquido, saliendo de él una mezcla de vapores de, $1 + x$ kg, en condiciones del estado 4, penetrando en la segunda etapa del compresor, en la que se comprime hasta las condiciones del estado 5.

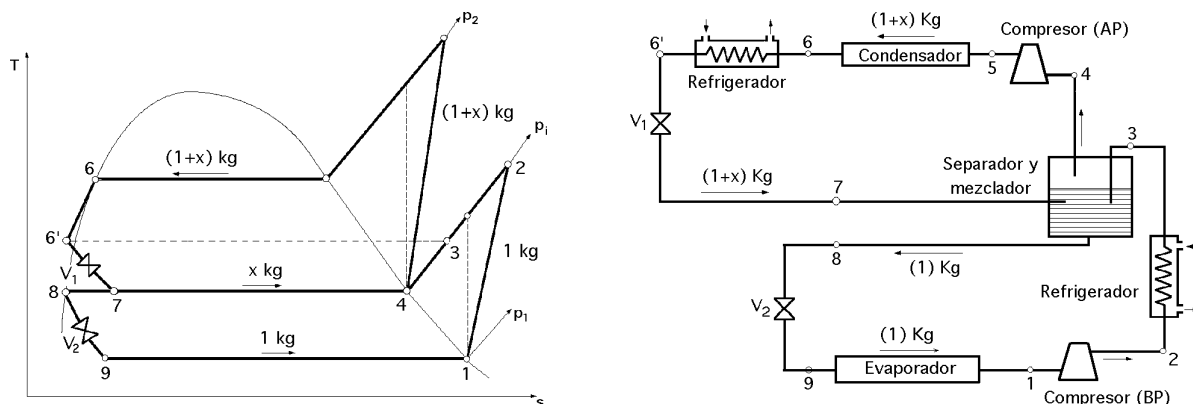


Fig XIV.22.- Ciclo con doble laminación y barboteo
(sistema con enfriador intermedio de tipo abierto con ciclo de inyección total)

A partir de este estado experimenta un enfriamiento en el condensador hasta el estado 6', de temperatura igual a la del estado 3, como en el caso anterior. Se expande en una primera válvula de estrangulamiento hasta el estado 7 y de aquí al separador de líquido; el líquido que sale del separador en condiciones del estado 8, experimenta una segunda laminación hasta el estado 9 penetrando en el vaporizador y realizando el efecto frigorífico. Para determinar el valor del vapor extraído en el separador x , se hace un balance de entalpías en el mismo,

$$i_3 + (1 + x) i_7 = (1 + x) i_4 + i_8 \quad x = \frac{(i_3 - i_8) - (i_4 - i_7)}{i_4 - i_7}$$

Trabajo teórico en el compresor, $T_t = 1 (i_2 - i_1) + (1 + x) (i_5 - i_4)$

Trabajo real en el compresor, $T_r = \frac{1 (i_2 - i_1) + (1 + x) (i_5 - i_4)}{\text{isent} \quad \text{mec}}$

Eficiencia del frigorífico, $\text{COP} = \frac{Q_{2r}}{T_r} = \frac{i_1 - i_6}{1 (i_2 - i_1) + (1 + x) (i_5 - i_4)} \quad \text{isent} \quad \text{mec}$

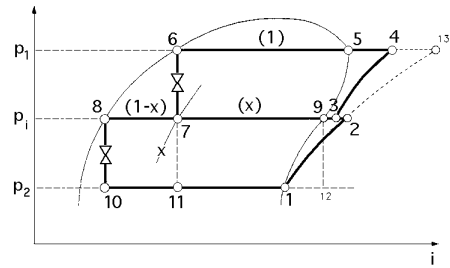
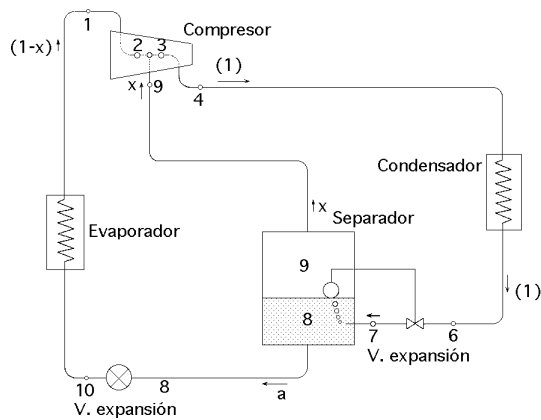


Fig XIV.23.-Compresor rotativo de dos rotores de tornillo con sobrealimentación
(Circuito con depósito separador flash tank)

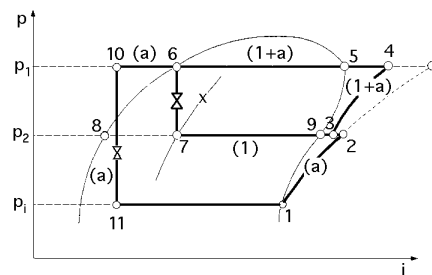
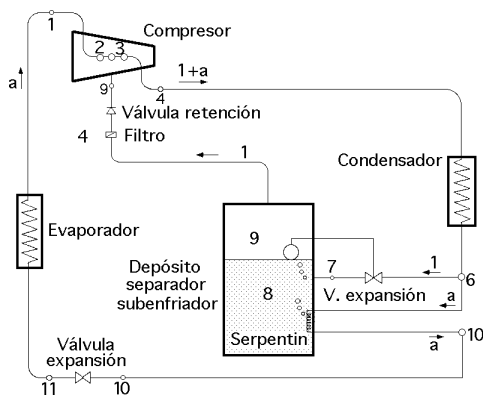


Fig XIV.24.-Compresor rotativo de dos rotores de tornillo con sobrealimentación
(Circuito con depósito separador-subenfriador de líquido flash tank subcooler)

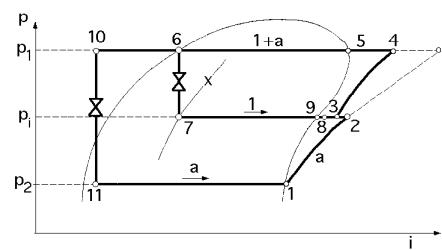
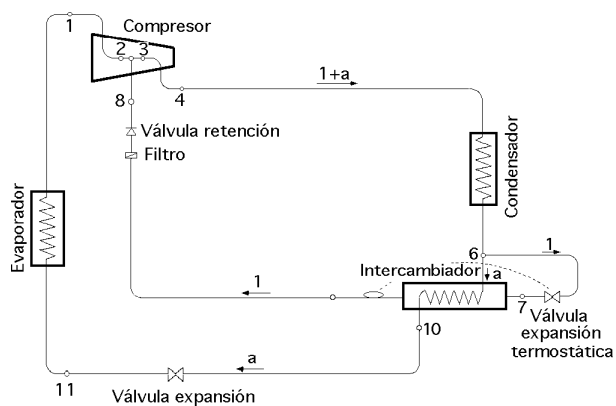


Fig XIV.25.-Compresor rotativo de dos rotores de tornillo con sobrealimentación
(Circuito con intercambiador de calor de carcasa-haz tubular, shell-tube subcooler)

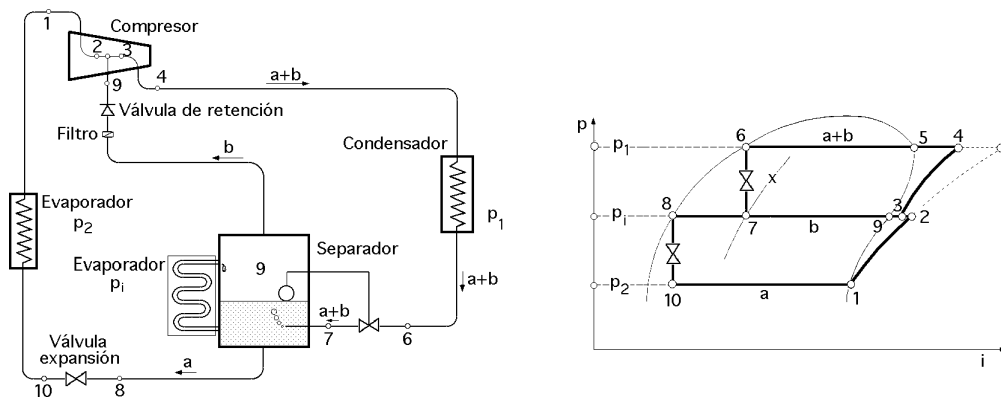


Fig XIV.26.-Compresor rotativo de dos rotores de tornillo con sobrealimentación
(Circuito con un segundo evaporador)

XIV.12.- PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LA BOMBA DE CALOR

Del análisis del consumo de energía que se produce en nuestro país, la mayor parte, 50%, es consecuencia de la actividad industrial, del que el 67% se utiliza en procesos térmicos y entre el 35% y el 40% se elimina en procesos de bajo nivel térmico que, a priori, no se pueden aprovechar y que son la fuente ideal para las bombas de calor, siendo el sector industrial su principal campo de aplicación.

Otra aplicación importante de las bombas de calor, se presenta en los acondicionamientos invierno-verano, puesto que el circuito de la bomba de calor es un circuito frigorífico y en estas instalaciones se precisa eliminar calor al exterior en verano y absorberlo en la época invernal.

Para que la bomba de calor pueda realizar esta doble función, dispone de una válvula conmutadora que permite invertir el sentido de circulación del fluido.

Desde un punto de vista termodinámico, el ciclo que tiene lugar en la bomba de calor es un ciclo Rankine recorrido en sentido inverso. Se suministra energía a un compresor y se considera como energía útil la obtenida en forma de calor en el proceso de condensación.

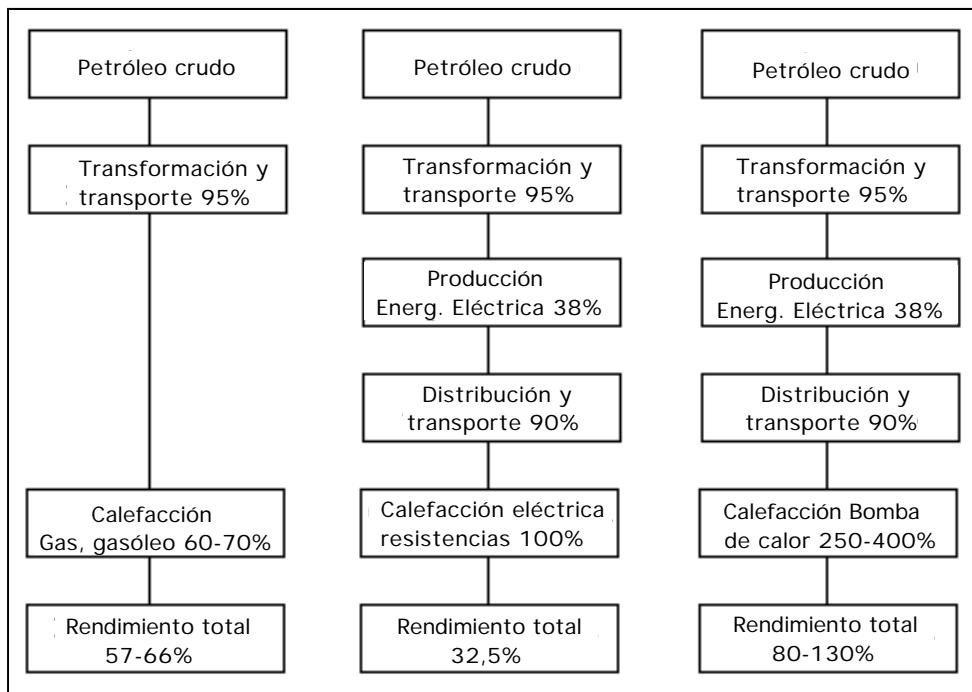
En la práctica, este valor varía entre 2,5 y 3,5 llegando en algunos casos a valores de 4 y 5

Objetivo de la bomba de calor.- En un sistema convencional de refrigeración, de un foco a baja temperatura se absorbe una cierta cantidad de calor que se cede, incrementada, a un foco caliente, en el que se disipa, sin ser normalmente utilizada.

Sin embargo, este calor desprendido por el condensador se puede utilizar y las máquinas térmicas, diseñadas para este fin, se denominan bombas de calor, por cuanto realizan un *transporte de calor* desde un nivel de baja temperatura hasta otro nivel energético de mayor temperatura.

La Bomba de calor permite recuperar la energía que en muchos procesos es necesario evacuar, sin posibilidad de ser aprovechada, debido a su baja temperatura y mediante un proceso térmico, hacerla nuevamente útil.

El principio de la bomba de calor, fue debido a Kelvin, que vió la posibilidad de calentar una casa en invierno tomando calor del exterior y refrigerarla en verano enviando calor al medio exterior que ahora se encuentra a mayor temperatura. Un fluido frigorígeno extrae calor q_2 de una fuente fría y elimina un calor q_1 hacia los alrededores (medio exterior), siendo el objetivo principal la extracción de calor de la fuente fría.



Sin embargo, el mismo ciclo básico se puede utilizar para el suministro de calor q_1 a un espacio habitable, como una casa, un edificio comercial, una residencia, oficinas, etc, de forma que en estos casos el calor proviene de los alrededores que están más fríos.

PRODUCCIÓN SIMULTÁNEA DE FRÍO Y CALOR.- El ciclo frigorífico de Carnot está representado en la Fig XIV.27 por el contorno (1234), mientras que el ciclo de la bomba de calor por el (abcd). Si se intenta obtener simultáneamente calor y frío, se pueden reunir los dos ciclos en un ciclo común (ABCD), que tiene la ventaja de poder trabajar con un solo fluido, un sólo compresor y un sólo expansionador.

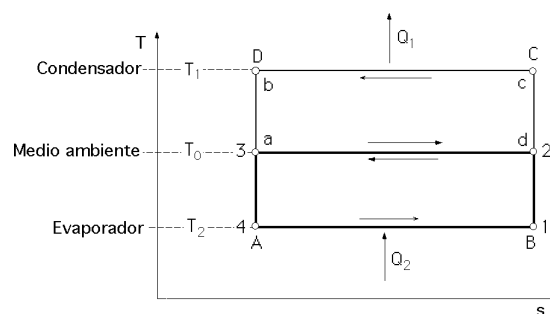


Fig XIV.27.- Producción simultánea de frío y de calor

El inconveniente del ciclo combinado radica en la relación constante entre el calor y el frío producidos, ya que no se intercambia calor con el medio ambiente.

La cantidad de calor tomada del local a refrigerar viene dada por Q_2 y viene relacionada con el calor cedido a la calefacción Q_1 , por,

$$Q_1 = Q_2 + T$$

El coeficiente de efecto frigorífico del ciclo es,

$$= \frac{Q_2}{T}$$

El coeficiente de utilización, o efecto útil u , está caracterizado por la suma de los calores puestos en juego, respecto al trabajo aplicado, en la forma,

$$u = \frac{Q_1 + Q_2}{T} = \frac{Q_2 + T + Q_2}{T} = \frac{2 Q_2}{T} + 1 = 2 + 1$$

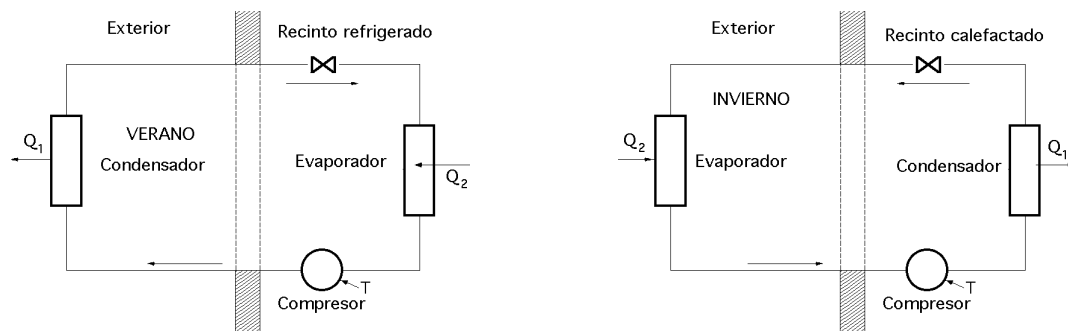


Fig XVI.28.- Esquemas de funcionamiento de una bomba de calor

en la que se ha tenido en cuenta que,

$$Q_1 = Q_2 + T$$

por lo que el calor cedido al foco de temperatura superior es superior al trabajo suministrado.

Las irreversibilidades reducen el valor del coeficiente de utilización u ; en la práctica, el ciclo común (máquina frigorífica-bomba de calor), se puede realizar en instalaciones con fluidos condensables, o con aire.

En un frigorífico a régimen seco, la temperatura de condensación es similar a la temperatura del medio ambiente y el calor de recalentamiento se aplica al fluido frigorífico a una temperatura superior a la del medio ambiente. De esta forma, el condensador puede ir precedido por un intercambiador de calor en el que el calor de recalentamiento se emplea para recalentar agua, que posteriormente se puede utilizar como calefacción; la temperatura que adquiere el agua de calefacción puede ser sensiblemente la misma que tenga el fluido al final de la compresión.

En una máquina clásica, el calor cedido al agua de la calefacción viene a ser del orden de un 50% del calor cedido al condensador. En la instalación combinada puede aumentarse la presión de compresión para elevar el nivel de temperatura de condensación. Sin embargo, este aumento de presión no siempre es posible, dependiendo sobre todo del tipo de fluido que evolucione, que tal vez la relación de compresión haga el proceso impracticable.

Por ejemplo, en una instalación de amoniaco, en principio se puede realizar el ciclo combinando (máquina frigorífica-bomba de calor). Para obtener una temperatura de condensación de 120°C a partir de una temperatura de evaporación de -20°C, la relación de compresión debe ser del orden de 55, valor difícilmente realizable con las condiciones tecnológicas actuales.

Si el fluido es gas carbónico, la presión final de compresión es del orden de 120 atm y la relación

de compresión de 8, para una temperatura de vaporización, $T_0 -20^{\circ}\text{C}$. Si por necesidades técnicas se utiliza el calor, únicamente en el intervalo de temperaturas, $70^{\circ}\text{C} \div 125^{\circ}\text{C}$, mientras que el resto de la refrigeración se efectúa con intercambio de calor con el medio ambiente, la energía eléctrica necesaria para la compresión es prácticamente igual al calor utilizado, mientras que en el mismo tiempo se produce una cantidad notable de frío. Para 1 Kcal de energía eléctrica utilizada se obtiene 1,2 Kcal de frío.

La bomba de calor moderna combina, en la misma máquina, la calefacción y la refrigeración de un cierto espacio.

a) Cuando se necesita enfriamiento, el sistema de bomba de calor funciona como un acondicionador de aire, extrayendo un calor q_2 de un espacio habitable y eliminando al exterior del edificio un calor q_1 .

En esta operación, el COP viene dado por la expresión,

$$\text{COP}_{\text{enfriamiento}} = \frac{i_1 - i_4}{i_2 - i_1}$$

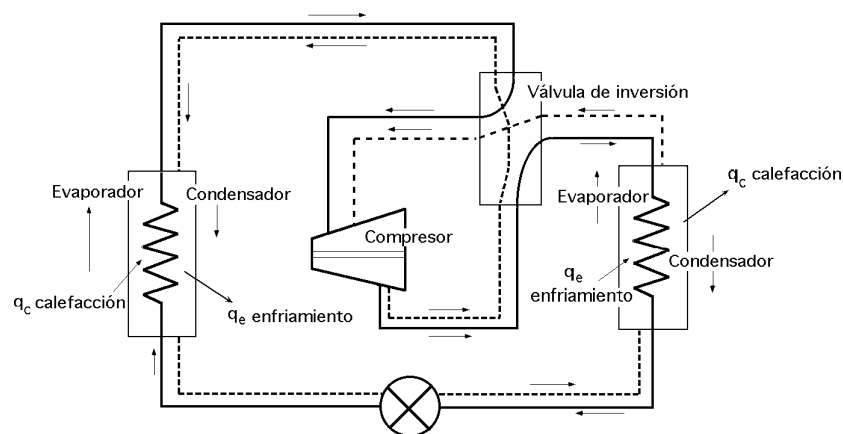


Fig XIV.29.- Ciclo de la bomba de calor

b) Cuando la bomba de calor funciona como calefacción, en invierno, extrae calor del medio y la disipa en el espacio habitable, siendo,

$$\text{COP}_{\text{calefacción}} = \frac{i_2 - i_3}{i_2 - i_1}$$

La eficiencia de la bomba de calor COP, es la relación entre la energía útil obtenida de la bomba de calor (calefacción y refrigeración) y la empleada en el compresor, de la forma,

$$\text{COP}_{\text{Bomba de calor}} = \frac{(i_2 - i_3) + (i_1 - i_4)}{i_2 - i_1}$$

El rendimiento de una bomba de calor cuando opera como calefacción aumenta si la diferencia de temperatura $T_2 - T_1$ disminuye, al igual que ocurre en un refrigerador a un acondicionador de aire. La bomba de calor puede aportar el 30% de las necesidades máximas del edificio en un día muy frío con temperatura exterior de 3°C .

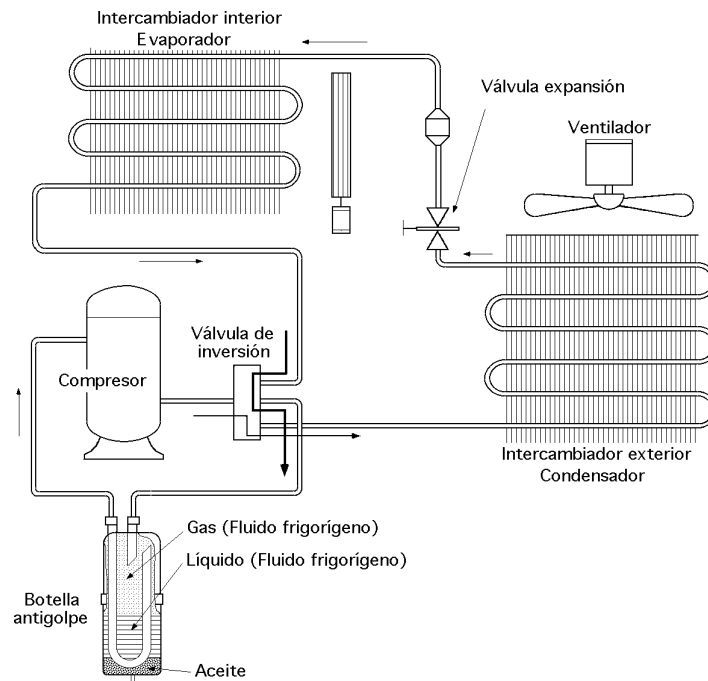


Fig XIV.30.- Bomba de calor funcionando en situación de verano (Refrigeración)

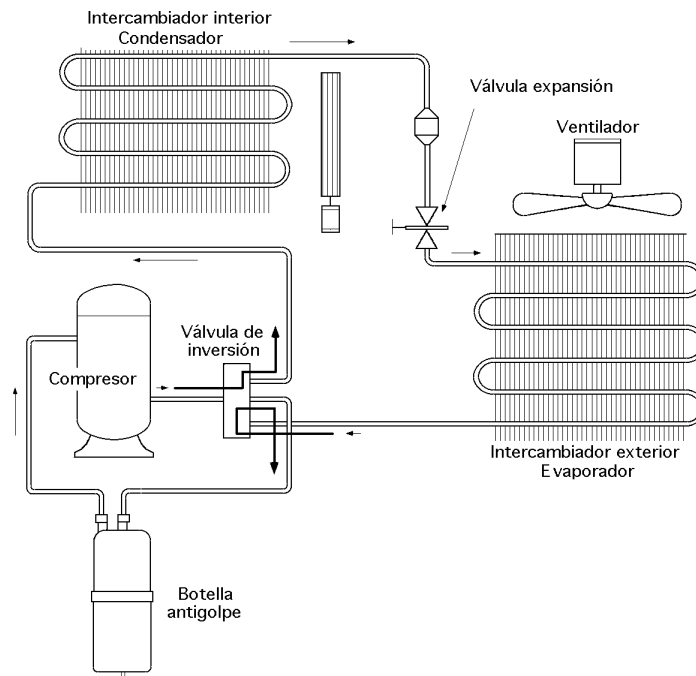


Fig XIV.31.- Bomba de calor funcionando en situación de invierno (Calefacción)

Normalmente, en épocas intermedias, aporta el 70% de las necesidades totales.

Si se usa una bomba de calor para el acondicionamiento de aire de un edificio, el evaporador se encuentra dentro del edificio y el condensador en el exterior; en la operación como calefactor, el evaporador se encuentra, en el exterior del edificio y el condensador en el interior. No es rentable tener dos juegos del equipo o tener que darle la vuelta, por lo que cada uno de los intercambiadores de calor (uno dentro y el otro fuera del edificio) deben funcionar como condensador y como evaporador, según el tipo de operación; ésto se consigue mediante una válvula de inversión del ciclo, Fig

XIV.29. La línea llena indica la dirección del flujo para el funcionamiento como calefactor y la línea a trazos es para el modo de enfriamiento. Se observa que la dirección del flujo por el compresor es siempre la misma, sin importar el modo de operación.

XIV.13.- BOMBA DE CALOR ASISTIDA POR COLECTORES SOLARES

En el esquema presentado en la Fig XIV.32 se puede ver el funcionamiento de una instalación mixta a base de bomba de calor industrial apoyada con colectores de caucho para calefactar el edificio objeto de estudio.

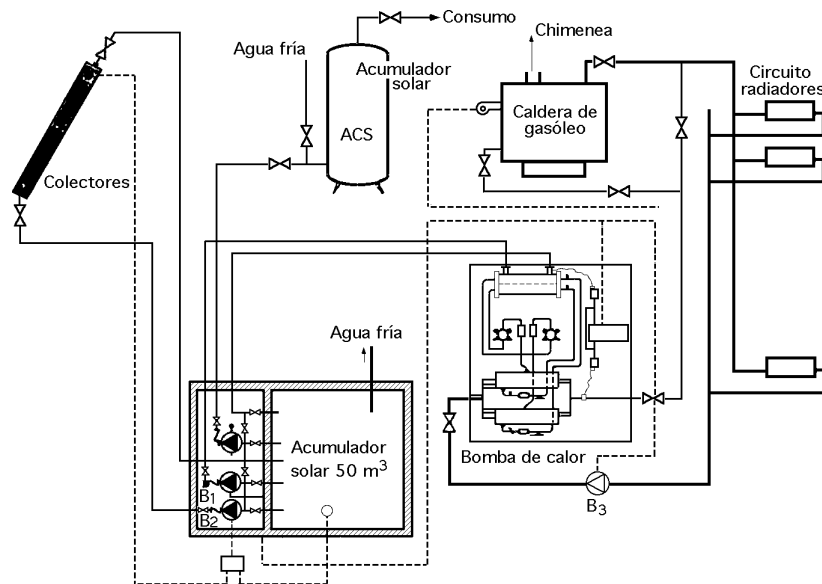


Fig XIV.32.- Instalación mixta bomba de calor industrial apoyada con colectores solares-caldera de gasóleo

La energía solar captada por el campo de colectores se almacena en un tanque enterrado. La bomba de calor industrial utilizada permite bombear la energía del tanque, que se mantiene a un nivel térmico bajo, hasta el nivel de utilización de la calefacción.

Tal y como se puede ver en el esquema, la bomba de calor se ha colocado en serie con la caldera, lo que permite en períodos de una demanda energética alta, trabajar con una temperatura del condensador inferior a la de entrada al circuito de calefacción que repercute en una mejora del COP de la máquina. La bomba de circulación B₁ del circuito colectores-acumulador se pondrá en funcionamiento en cuanto el termostato diferencial detecte una diferencia de temperatura entre la salida de los colectores y la parte inferior del acumulador superior a 2°C, parándose al reducirse esta diferencia a 0,2°C.

Al diseñar la instalación se ha previsto la posibilidad de alimentar los colectores directamente con el agua de retorno del evaporador, con lo que dichos colectores trabajarán con una mejor eficiencia debido a la menor temperatura del fluido caloportador. La bomba B₂ está comandada por las necesidades energéticas del circuito de calefacción manteniéndose en funcionamiento siempre que la bomba de calor lo esté. Cuando la temperatura de la parte superior del acumulador sea igual o inferior a 9°C la bomba B₂ se parará y la instalación funciona únicamente con la caldera de gasóleo.

XV.- CICLOS DE MAQUINAS FRIGORÍFICAS NO CONVENCIONALES

XV.1.- MAQUINAS FRIGORÍFICAS DE EYECTOR

Las máquinas frigoríficas de eyector utilizan vapor de agua, y las temperaturas de trabajo son superiores a 0°C ; el vapor del fluido frigorígeno x que proviene del vaporizador E penetra en la cámara de mezcla H; en esta cámara penetra asimismo, a través de un eyector, el vapor del fluido que proviene de un generador, $1-x$, en el que ha recibido una cierta cantidad de calor q_g .

La mezcla de los dos vapores atraviesa un difusor, en el que se comprime a la presión, $p_d = p_4$, una cierta cantidad de calor q_c se elimina en el condensador que está dividido en dos circuitos, uno, que lleva una fracción x del fluido a una válvula de estrangulamiento, adquiriendo la presión p_6 del evaporador, en donde se va a originar el efecto frigorífico, no alcanzándose en el mismo las condiciones del punto 2 de vapor saturado seco, sino que debido a la presencia de la cámara de mezcla con eyector, su título de entrada en el difusor, donde se va a comprimir, es menor que la unidad; en el segundo circuito, con ayuda de una bomba por la que pasa una cantidad de fluido, $1-x$, se aumenta su presión hasta alcanzar la del generador p_1 , calentándose este líquido en el condensador. Este calor proviene del fluido x que en su condensación cede calor al líquido, $1-x$.

Así pues, en estas máquinas frigoríficas se distinguen dos tipos de ciclos; el (4'4564') por el que circulan x kg de fluido frigorígeno, no difiere de las máquinas frigoríficas con compresor. La transformación (6-2) se corresponde con el intercambio de calor en el vaporizador; la (2-4) representa el proceso de mezcla en la cámara del eyector; la (4'-4) representa la compresión en el difusor y la (4-5) la refrigeración en el condensador. La expansión isentálpica (5-6) introduce al fluido en el vaporizador, cerrándose así este circuito.

El segundo ciclo, por el que circulan, $1-x$, kg de fluido, se compone de la transformación (1-1') que representa la expansión del fluido en el eyector; la transformación (1'-4') representa la mezcla en la cámara del eyector; la (4'-4) la compresión en el difusor, la (4-5) la condensación del fluido motor y la (5-7) el calentamiento del fluido motor en el generador.

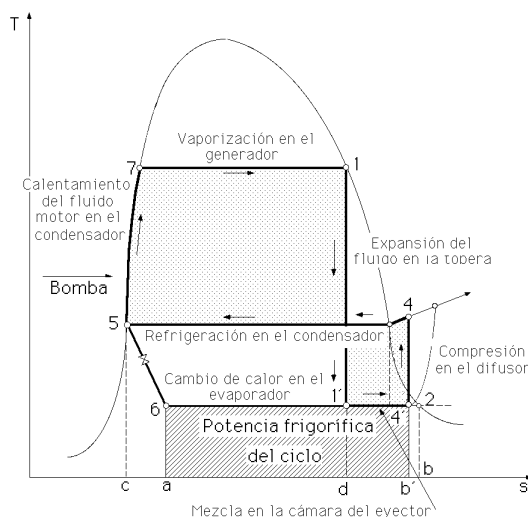
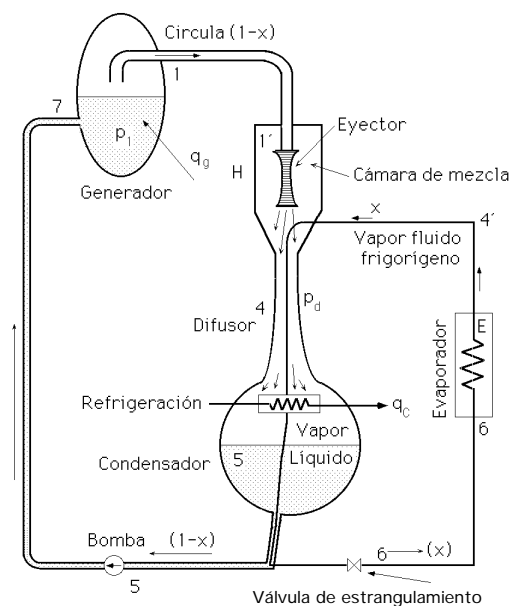


Fig XV.1.- Máquina frigorífica de eyector

La única parte móvil en este circuito es la bomba para el líquido, $1 - x$, este circuito es el que proporciona la fuerza motriz del circuito del vaporizador, que es el que origina el efecto frigorífico, y en el que no existe ningún tipo de mecanismo móvil, ya que la compresión del fluido se realiza en el difusor. En este tipo de máquinas frigoríficas se puede utilizar el vapor de agua como fluido frigorígeno, lo cual evita la contaminación de los locales por los efectos nocivos de otros fluidos frigorígenos, lo cual hace apropiadas estas máquinas para su utilización en instalaciones de acondicionamiento de aire; sus temperaturas de trabajo están por encima de 0°C .

XV.2.- FRIGORÍFICOS DE ABSORCIÓN

El sistema de refrigeración por absorción, patentado en 1860 en USA por el francés Ferdinand Carré, funciona por calor, y utiliza un fluido frigorígeno que es absorbido y liberado, alternatively, por el absorbente. Resulta un sistema de absorción tipo, ya que el compresor de un sistema de fluido condensable se sustituye por el conjunto generador-absorbedor del ciclo de absorción; en la Fig XV.2 se representa un esquema del método de absorción.

El fluido frigorígeno es el amoníaco y el absorbente es el agua. Los ciclos por absorción tienen algunas características comunes con los ciclos por compresión de vapor, pero difieren de ellos en dos aspectos importantes, como,

a) La naturaleza del proceso de compresión, ya que en vez de una compresión de vapor entre el evaporador y el condensador, en el ciclo de absorción el refrigerante es absorbido por una sustancia secundaria (absorbente), para formar una solución líquida que se comprime hasta altas presiones. Como el volumen específico medio de la solución líquida es mucho menor que el volumen específico medio del vapor del refrigerante, el trabajo necesario es menor, por lo que los sistemas de refrigeración por absorción tienen la ventaja, respecto a los sistemas con compresión de vapor, de necesitar menor potencia para la compresión.

b) En los sistemas por absorción debe introducirse un medio para recuperar el refrigerante

vapor a partir de la solución líquida antes de que el refrigerante entre en el condensador, lo cual supone transferir calor desde una fuente a temperatura relativamente alta, por lo que son particularmente económicos los vapores y calores residuales que de otra manera serían evacuados al ambiente sin aprovecharse.

La fuente de calor se puede obtener, por ejemplo, quemando gas natural o algún otro combustible, o utilizar fuentes de energía alternativas tales como la solar, Fig XV.6, y la geotérmica, Fig XV.8.

En la Fig XV.2 se muestran esquemáticamente los componentes principales de un sistema de refrigeración por absorción, en el que el refrigerante es amoníaco y el absorbente es agua.

El amoníaco pasa a través del condensador, la válvula de expansión y el evaporador en la misma secuencia que en un sistema con compresión de vapor. El compresor es sustituido por el conjunto absorbedor, bomba, generador y válvula. En el vaporizador se evapora el fluido frigorígeno, por lo que se produce frío; es una zona de bajas presiones y temperaturas.

El vapor de amoníaco llega al absorbedor donde es absorbido mediante una reacción exotérmica con la solución pobre de amoníaco que había en el generador y que pasa al absorbedor a través de una válvula de estrangulamiento 1. El líquido resultante con alto contenido en amoníaco, se comprime con una bomba, y mediante un intercambiador de calor, Fig XV.3, se lleva nuevamente al generador donde vuelve a iniciarse el ciclo. La misión de este intercambiador es la de mejorar el rendimiento del ciclo.

El **absorbedor** es un dispositivo en el que el vapor del fluido frigorígeno (refrigerante), es absorbido por un líquido (absorbente), resultando una mezcla líquida. En el absorbedor, el agua líquida absorbe el amoníaco vapor procedente del evaporador, siendo la formación de esta solución líquida exotérmica. Como la cantidad de amoníaco que puede disolverse en agua aumenta cuando la temperatura de la solución disminuye, alrededor del absorbedor circula agua de refrigeración para retirar la energía liberada Q_1^{**} al entrar el amoníaco en la solución, y mantener la temperatura del absorbedor lo más baja posible. La solución rica de amoníaco-agua deja el absorbedor y entra en la bomba, donde aumenta su presión hasta la del generador.

Al **generador** llega proveniente del absorbedor, una mezcla rica de amoníaco-agua; al calentar esta mezcla, Q_3 , se evapora el amoníaco y pasa al condensador donde licúa; a continuación pasa a una válvula 2 de estrangulamiento, disminuyendo su presión, y llega al vaporizador donde se evapora, extrayendo la energía Q_2 de la cámara a enfriar y produciendo por lo tanto el efecto frigorífico.

En el generador se produce un aumento de la temperatura del líquido, con lo que se desprende vapor de uno de los dos fluidos, debido a su diferente miscibilidad produciéndose dos salidas de fluidos, una de vapor de fluido frigorígeno hacia el condensador, NH_3 , y la otra, de líquido con bajo contenido de fluido frigorígeno, caliente, hacia el intercambiador (cuando exista) y el absorbedor, (solución pobre).

En el generador, el calor Q_3 transferido desde una fuente a temperatura relativamente alta T_3 hace que el vapor de amoníaco salga de la solución (proceso endotérmico), dejando una solución pobre de amoníaco-agua en el generador. El vapor liberado pasa al condensador donde licúa, y la solución pobre restante fluye a través de la válvula 1 hacia el absorbedor.

El trabajo consumido es el necesario para hacer funcionar la bomba, siendo pequeño en compa-

ración con el trabajo que se necesita para comprimir un refrigerante vapor entre los mismos niveles de presión.

Sin embargo, los costes asociados con la fuente de calor y con los equipos que no se necesitan en los sistemas con compresión de vapor pueden cancelar la ventaja del menor trabajo de compresión.

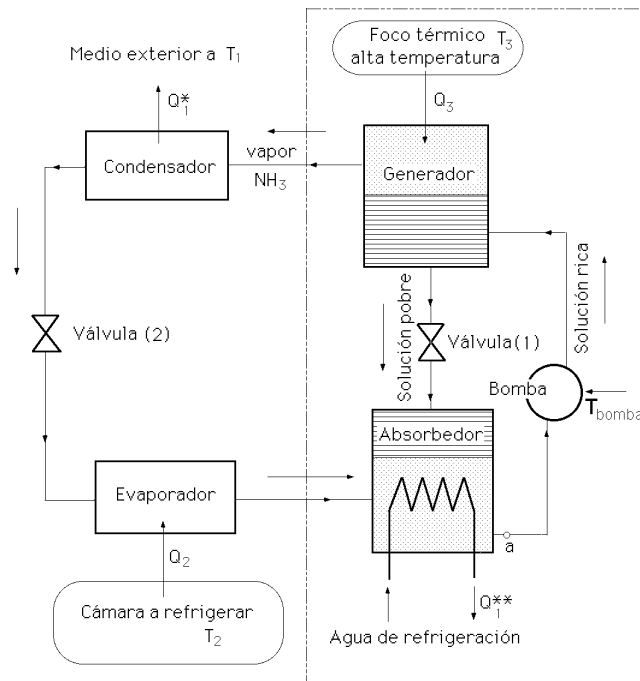


Fig XV.2.- Esquema de sistema de absorción (amoníaco-agua), para refrigeración

Los sistemas de amoníaco-agua empleados habitualmente tienen algunas modificaciones respecto al ciclo de absorción simple considerado; dos de las modificaciones comunes se indican en la Fig XV.3. En este ciclo se incluye un intercambiador de calor entre el generador y el absorbedor que permite precalentar la solución rica de amoníaco-agua antes de entrar en el generador, mediante la solución pobre que va desde el generador al absorbedor, reduciéndose el calor transferido al generador.

La otra modificación que se indica es el rectificador, colocado entre el generador y el condensador; su función es retirar las trazas de agua contenidas en el refrigerante, antes de entrar en el condensador, lo que elimina la posibilidad de formación de hielo en la válvula de expansión y en el evaporador.

Hay que tener en cuenta que el agua puede llegar a solidificar por debajo de la temperatura que se adquiere en el vaporizador y, por lo tanto, es muy importante que nunca llegue agua al mismo, para evitar así el problema citado, y que de producirse podría obstruir y bloquear las tuberías.

Debido a que la temperatura de solidificación del amoníaco, a presión atmosférica, se encuentra a -40°C , este método se puede utilizar desde procesos de climatización, hasta túneles de refrigeración.

En el funcionamiento del ciclo, el fluido amoníaco+agua toma Q_3 calorías en el generador, a la temperatura T_3 , comunicando de esta forma al fluido una energía T de la forma,

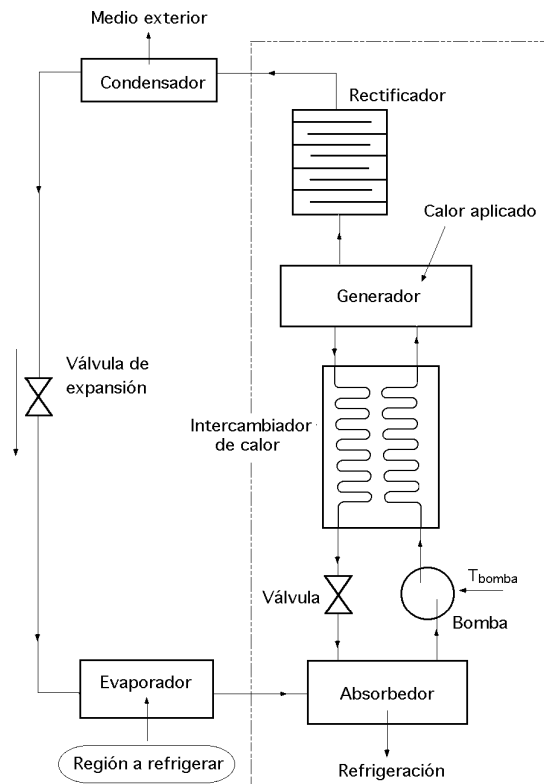


Fig XV.3.- Esquema modificado del frigorífico de absorción (amoníaco-agua)

$$T = Q_3 \frac{T_3 - T_1}{T_3} = Q_3 \left(1 - \frac{T_1}{T_3}\right)$$

en donde la temperatura T_1 es la del medio ambiente.

El fluido toma Q_2 calorías en el vaporizador, a la temperatura T_2 del foco frío; se tiene que,

$$T_3 > T_1 > T_2$$

El fluido cede Q_1' en el condensador al medio ambiente, y Q_1'' en el absorbedor también al medio ambiente. Se puede admitir que cede al medio ambiente Q_1 calorías, es decir,

$$Q_1 = Q_1' + Q_1''$$

El COP del refrigerador viene dada por,

$$\text{COP} = \frac{Q_2}{Q_3}$$

Aplicando el Primer y Segundo Principios de la Termodinámica, $Q_2 + Q_3 = Q_1$

$$S = \frac{Q_1}{T_1} - \left(\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} \right)$$

y eliminando Q_1 entre las anteriores, se obtiene,

$$s = \frac{Q_2 + Q_3}{T_1} - \left\{ \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} \right\} = Q_2 \left\{ \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right\} + Q_3 \left\{ \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3} \right\}$$

$$Q_2 = \frac{s}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} - Q_3 \frac{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} = \frac{s}{\frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}} - Q_3 \frac{\frac{T_3 - T_1}{T_1 T_3}}{\frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \left\{ T_1 s - Q_3 \frac{T_3 - T_1}{T_3} \right\}$$

por lo que el COP del refrigerador es,

$$\text{COP} = \frac{Q_2}{Q_3} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \left(\frac{T_3 - T_1}{T_3} - T_1 \frac{s}{Q_3} \right) = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \frac{T_3 - T_1}{T_3} \left(1 - \frac{T_1 s}{Q_3 \frac{T_3 - T_1}{T_3}} \right)$$

Si no existen irreversibilidades internas y externas, $s = 0$, y se obtiene en consecuencia, para valor máximo de la eficiencia,

$$_{\text{máx}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \frac{T_3 - T_1}{T_3} = \frac{T_2}{T_3} \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2}$$

El coeficiente de utilización del calor, o eficiencia, es proporcional al coeficiente de efecto frigorífico real, r , pudiéndose poner,

$$r = \frac{T_3 - T_1}{T_3} \quad r = \left(1 - \frac{T_1}{T_3} \right) \quad r = \frac{_{\text{máx}}}{_{\text{COP}}}$$

siendo r el coeficiente de efecto frigorífico real, de la forma,

$$r = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \left\{ 1 - \frac{T_1 s}{Q_3 \frac{T_3 - T_1}{T_3}} \right\} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \left\{ 1 - \frac{T_3}{Q_3} \frac{T_1 s}{T_3 - T_1} \right\}$$

Otro tipo de sistema de absorción es el que utiliza bromuro de litio como absorbente y agua como refrigerante. Los principios básicos de operación son los mismos que para los sistemas amoníaco-agua.

Para obtener refrigeración a temperaturas menores que las posibles con agua como refrigerante se puede combinar el sistema de absorción *bromuro de litio-agua* con otro ciclo que use un refrigerante con buenas características a bajas temperaturas, tal como el amoníaco, para formar un sistema de refrigeración en cascada.

XV.3.- FRIGORÍFICO SERVEL-ELECTROLUX

Fue inventado por los ingenieros suecos Carl Munters y A. von Platen, cuando eran aún estudiantes en el Real Instituto de Tecnología de Estocolmo.

La característica más destacada de este ciclo de refrigeración es el proceso de estrangulamiento, en el cual la sustancia refrigerante pasa de una región de elevada presión, a otra de menor presión, experimentando así un descenso de unos 40°C a 50°C.

Para usos domésticos la caída de presión es de unas 10 atm, diferencia de presión que se man-

tiene generalmente mediante una bomba o compresor accionado por un motor eléctrico, lo cual implica la existencia de partes móviles con problemas de ruido, vibraciones, lubricación, etc.; además, para mantener la temperatura constante precisa de un termostato que pone en marcha el motor cuando la temperatura se eleva por encima de un límite fijado, o lo detiene cuando desciende por debajo de otro valor asimismo prefijado.

El sistema Servel-Electrolux introduce una modificación muy interesante, y es que la sustancia refrigerante describe un ciclo sin emplear maquinaria que tenga partes móviles, Fig XV.4, funcionando continuamente; esta sustancia refrigerante es gas amoníaco liberado de una disolución acuosa y transportado de una parte a otra mediante una atmósfera de hidrógeno.

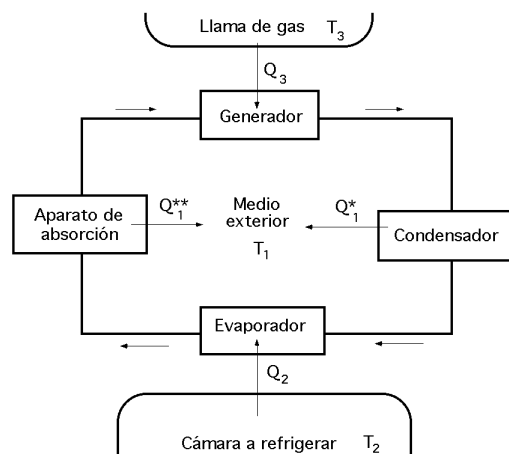


Fig XV.4.- Esquema del frigorífico Servel-Electrolux

La presión total, suma de las presiones parciales del amoníaco y del hidrógeno es constante en todos los puntos del sistema y por lo tanto no hay necesidad de ningún tipo de válvulas.

Durante un ciclo completo no hay cambio de energía, ni se realiza trabajo externo, por lo que,

$$Q_2 + Q_3 = Q_1^* + Q_1^{**}$$

dado que Q_2 representa el beneficio obtenido y Q_3 lo aportado, la eficiencia es de la forma,

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{Q_1^* + Q_1^{**} - Q_3}{Q_3} = \frac{Q_1^* + Q_1^{**}}{Q_3} - 1$$

El papel de la válvula viene desempeñado por el hidrógeno que existe en el evaporador a presión suficiente para que el amoníaco disminuya su presión parcial por debajo de la de saturación y pueda evaporarse rápidamente, por ser grande la superficie, pero sin llegar a la ebullición.

Al mezclarse el hidrógeno (gas) y el amoníaco (líquido), como la presión es constante a lo largo del circuito, resulta que la presión parcial del amoníaco disminuye, por lo que se evapora rápidamente. El funcionamiento del frigorífico Servel-Electrolux, Fig XV.5, se comprende mejor observando que hay tres circuitos completos distintos, los cuales funcionan simultáneamente.

Circuito del amoníaco.- Por el tubo elevador de líquido ascienden gotitas de agua que llevan disuelto amoníaco y están separadas por pequeñas cantidades de vapor de esta última sustancia.

Desde el separador de líquido y vapor, el vapor de amoníaco sube hasta el condensador, enfriado con ayuda de aletas, donde licúa.

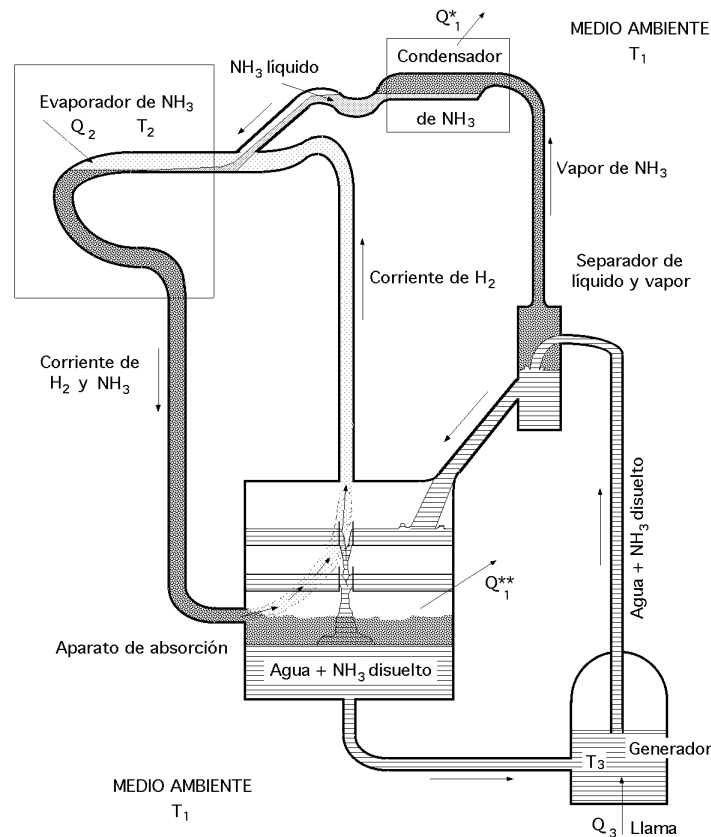


Fig XV.5.- Esquema del funcionamiento del frigorífico Serval-Electrolux

Se encuentra entonces con una corriente de hidrógeno y vaporiza en ella durante su paso por el evaporador, tomando así calor de la cámara a refrigerar. La mezcla de vapor de amoníaco e hidrógeno entra entonces en contacto con agua en el aparato de absorción, disolviéndose el amoníaco en el agua y continuando el hidrógeno su circuito.

El amoníaco disuelto vuelve después al generador.

Circuito del agua.- Desde el separador de líquido y vapor, el agua baja hacia el aparato de absorción, donde disuelve el vapor de amoníaco.

Circuito del hidrógeno.- El hidrógeno, no soluble en agua, abandona el aparato de absorción y penetra en el evaporador, donde facilita la vaporización del amoníaco líquido.

El hidrógeno, mezclado con vapor de amoníaco, vuelve al aparato de absorción, donde se disuelve el amoníaco y queda libre de nuevo el hidrógeno.

El ciclo de refrigeración del frigorífico Serval-Electrolux se representa esquemáticamente en la forma indicada en la Fig XV.5. De la llama de gas se toma el calor Q_3 a la temperatura T_3 , del foco frío se extrae el calor Q_2 a la temperatura T_2 y se ceden los calores Q_1^* y Q_1^{**} al medio exterior que se encuentra a la temperatura ambiente.

XV.4.- REFRIGERACIÓN SOLAR POR ABSORCIÓN

Para el funcionamiento de enfriadores de absorción por energía solar se pueden utilizar dos técnicas,

a) La primera consiste en utilizar enfriadores continuos, similares en su construcción y funcionamiento a las unidades convencionales de gas o de fluidos condensables; la energía se suministra al generador desde el sistema colector solar-almacenamiento auxiliar siempre que las condiciones dentro del edificio indiquen la necesidad de refrigeración.

b) La segunda consiste en usar enfriadores intermitentes, similares a los empleados en la refrigeración de alimentos, comercializados desde hace muchos años en zonas rurales antes de que se extendiese la refrigeración por compresión y la electrificación. No se utilizan enfriadores intermitentes para acondicionamiento de aire, ni tampoco se han hecho grandes estudios que aconsejen su posible aplicación al acondicionamiento de aire por energía solar.

La experiencia demuestra que es posible adaptar colectores de placa plana para funcionar con ciclos frigoríficos de absorción; en la Fig XV.6 se muestra un esquema de una disposición en éste sentido. La influencia de los límites actuales de las temperaturas sobre el funcionamiento de los colectores de placa plana, hace que sólo se puedan considerar máquinas comerciales con sistemas de bromuro de litio-agua, Li-Br-H₂O, que requieren agua de refrigeración para enfriar el absorbedor y el condensador, por lo que su empleo puede llegar a requerir el uso de una torre de refrigeración.

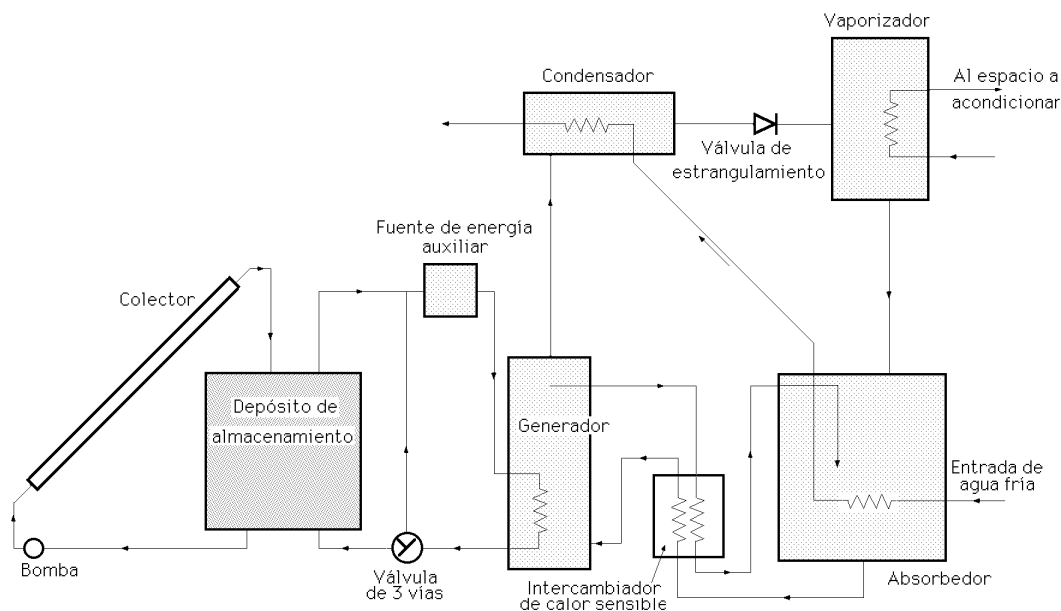


Fig XV.6.- Esquema de un sistema de acondicionamiento de aire por absorción, accionado por energía solar

La utilización de enfriadores de amoníaco-agua, tal como actualmente están comercializados, resulta difícil debido a las altas temperaturas necesarias en el generador. El utilizar enfriadores diseñados para funcionar por energía solar proporciona generadores con temperaturas de funcionamiento inferiores, lo que implica mejores niveles de entrada de energía al generador desde el colector y mejor funcionamiento dentro de un determinado rango de temperaturas.

Si las exigencias de la refrigeración, más que las cargas de calefacción, fijan el tamaño de la superficie colectora, puede resultar ventajoso diseñar enfriadores con coeficientes de rendimiento más altos de los acostumbrados; por ejemplo, para disminuir las exigencias de entrada de energía se pueden utilizar evaporadores de doble efecto, lo que implica que tanto las condiciones como las restricciones para el funcionamiento con energía solar, pueden dar lugar a diseños de refrigerantes distintos a los utilizados para funcionar con combustibles en sistemas convencionales.

El enfriamiento continuo por absorción mediante procedimientos solares para la refrigeración solar, presenta sistemas que son técnicamente factibles como un acondicionador de aire de bromuro de litio-agua, Li-Br-H₂O, ligeramente modificado en el sentido de permitir el suministro de agua caliente al generador en lugar de vapor.

Se han realizado estudios analíticos del funcionamiento del conjunto formado por un enfriador de Li-Br-H₂O y un colector de placa plana, con el fin de identificar los parámetros críticos de diseño y calcular los efectos de las condiciones de trabajo; son importantes el diseño del intercambiador de calor sensible entre el absorbedor y el generador, la temperatura del agua de refrigeración y el diseño del generador que resulta más crítico aquí que en los enfriadores a partir de combustibles, debido al funcionamiento acoplado del colector y el enfriador.

Un cálculo de costes indica que el funcionamiento de este conjunto resulta competitivo con los sistemas de compresión que funcionan eléctricamente.

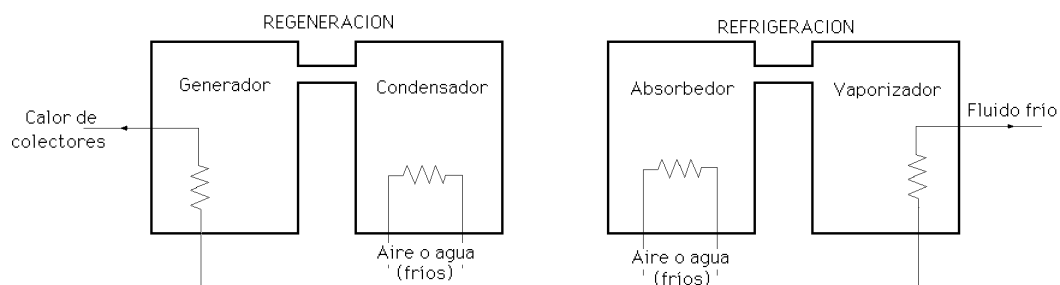
Los estudios realizados con energía solar en una serie de enfriadores de amoníaco-agua, que utilizan colectores de placa plana, sin almacenamiento, determinaron que el rango de temperaturas para el suministro del agua al generador tenía que estar comprendido entre 60°C y 90°C, no especificándose la temperatura del agua del condensador.

Las concentraciones del amoníaco en el absorbedor y en el generador están comprendidas entre el 58% y el 39%, con funcionamiento continuo y ritmo variable según el suministro de energía.

El enfriamiento por absorción de forma intermitente constituye una alternativa a los sistemas continuos; los trabajos realizados sobre estos ciclos, se han dirigido principalmente a la refrigeración para la conservación de alimentos más que a los sistemas de climatización.

En los ciclos de acondicionamiento de aire, la destilación del refrigerante del absorbente se realiza durante la etapa de regeneración, condensándose y almacenando el refrigerante; durante la etapa de enfriamiento del ciclo, el refrigerante se evapora y queda reabsorbido.

Un esquema sencillo de estos procesos se muestra en la Fig XV.7, realizándose el almacenamiento en forma de absorbente y refrigerante separados.



A la izquierda, el ciclo de regeneración. A la derecha, el ciclo de refrigeración.

El generador-absorbedor es un único recipiente que realiza ambas funciones

Fig XV.7.- Esquema de un ciclo de enfriamiento intermitente por absorción.

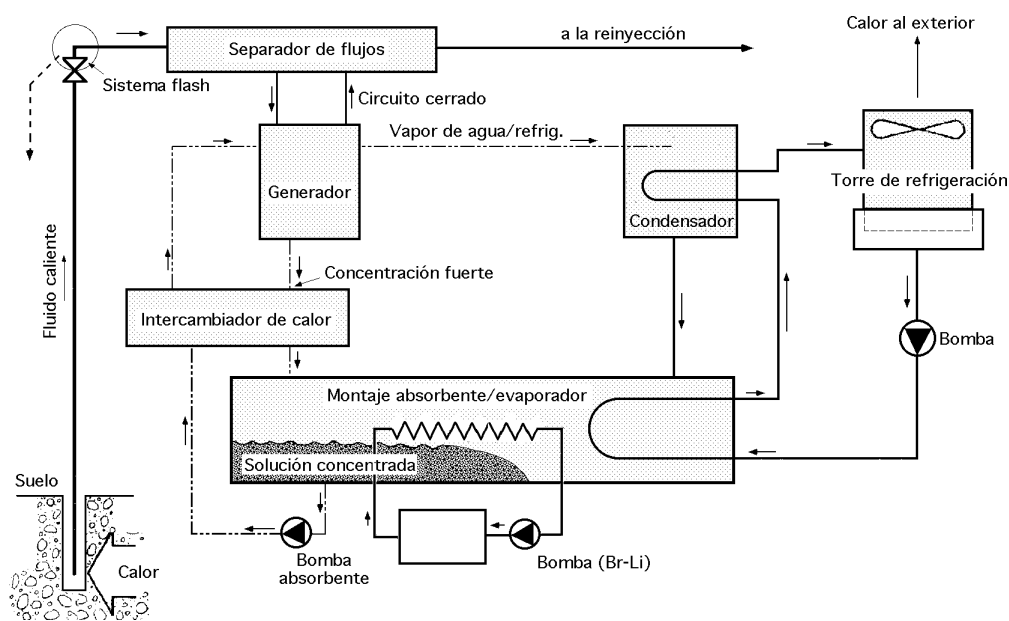


Fig XV.8.- Refrigerador de absorción con fuente de alimentación geotérmica

Variantes de este ciclo utilizan pares de evaporadores y condensadores, así como otros dispositivos, lo que da como resultado una capacidad de enfriamiento esencialmente continua y un rendimiento mejorado.

Los sistemas refrigerante-absorbente usados en los ciclos intermitentes han sido de, $\text{NH}_3\text{-H}_2\text{O}$ y $\text{NH}_3\text{-NaSCN}$; en este último sistema, el absorbente es una solución de NaSCN en NH_3 , actuando el NH_3 como refrigerante.

Este sistema presenta buenas propiedades termodinámicas para ciclos destinados a la fabricación de hielo, según se ha demostrado con trabajos experimentales con un enfriador intermitente de $\text{NH}_3\text{-H}_2\text{O}$ utilizando un colector de concentración cilíndrico parabólico para la regeneración.

También se han desarrollado experiencias de máquinas intermitentes funcionando con $\text{NH}_3\text{-H}_2\text{O}$ en las que el aporte energético se realizaba mediante colectores de placa plana, y en las que el absorbedor y el generador estaban separados.

El generador forma parte del colector de placa plana; el fluido que circula por los tubos es una solución del refrigerante-absorbente mediante una combinación de termosifón y de bomba de burbujas.

En las etapas de regeneración y de refrigeración se emplea un tiempo del orden de 5 a 6 horas cada una; los coeficientes globales de rendimiento son del orden de un 6% para una temperatura del generador de unos 99°C sobre la del medio ambiente, y con temperaturas del evaporador por debajo de 0°C .

XV.5.- BOMBA DE CALOR POR ABSORCIÓN

Sabemos que el ciclo inverso de Carnot puede dar lugar a un efecto frigorífico o a un efecto térmico. La utilización directa de la electricidad en el calentamiento no es conveniente debido a la irreversibilidad total de esta transformación energética. Las bombas de calor, como medio de calenta-

miento, son relativamente caras, pero sin embargo, el mismo equipo se puede utilizar indistintamente en invierno y en verano, para el acondicionamiento de temperaturas.

Si se supone el hecho de que la temperatura T_3 tiende a infinito, sería lo mismo que aceptar que la aplicación de energía se realizase en forma de energía mecánica mediante un compresor, nos encontraríamos con una eficiencia máxima, igual a la correspondiente al ciclo de Carnot entre las temperaturas T_1 y T_2 ,

$$\text{COP} = \frac{T_2}{T_3} \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} = \frac{T_2}{T_3} \frac{T_3 (1 - \frac{T_1}{T_3})}{T_1 - T_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}, \text{ con, } T_3$$

en la que T_1 sería la temperatura del medio ambiente y T_2 la temperatura del foco frío, evaporador.

En estas circunstancias, la cantidad de calor Q_2 , extraída del foco frío a la temperatura T_2 , viene dada por,

$$Q_2 = \text{COP} T = \frac{T_2}{T_1 - T_2} T$$

y la cantidad de calor Q_1 , enviada al foco caliente a la temperatura T_1 , sería,

$$\text{COP} = \frac{Q_2}{T} = \frac{Q_1 - T}{T} = \frac{Q_1}{T} - 1 \quad \frac{Q_1}{T} = 1 + \text{COP}$$

En el funcionamiento de la bomba de calor por absorción, el vapor concentrado a baja presión p_1 , formado en el generador 1 a la temperatura, $T_3 = 300^\circ\text{C}$ gracias al aporte de calor q_3 , penetra en un intercambiador 2, en el que condensa y cede a la atmósfera ambiental una cantidad de calor q_{T1} , a la temperatura de la atmósfera, $T_1 = 273^\circ\text{K}$.

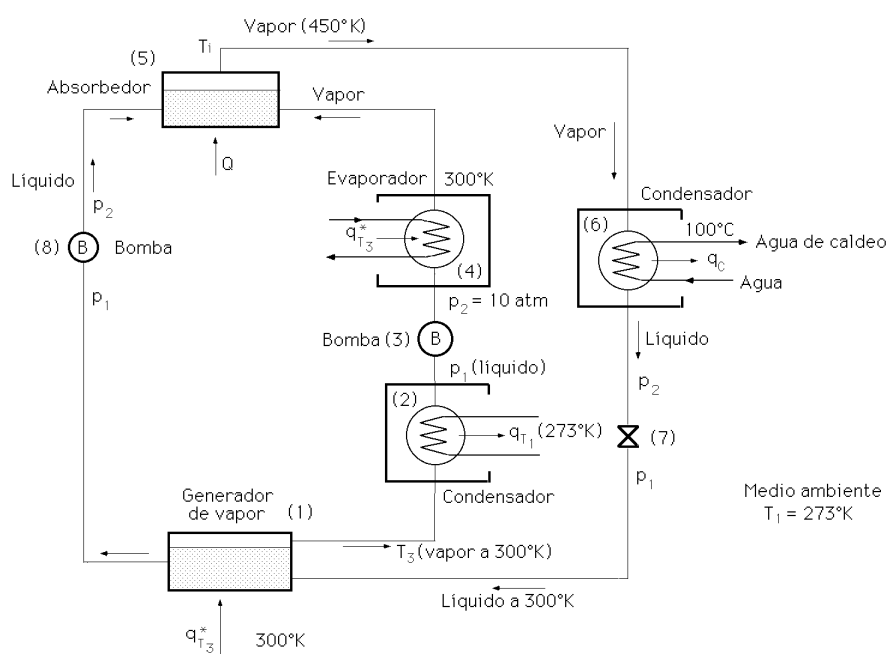


Fig XV.9.- Bomba de calor de absorción

El condensado obtenido se comprime mediante una bomba 3 hasta la presión, $p_2 = 10 \text{ atm}$; a esta presión, y merced al aporte de calor, q_{T3*} , a la temperatura, $T_3 = 300^\circ\text{K}$, el líquido se evapora en el evaporador 4; el vapor concentrado a alta presión penetra en el aparato absorbedor 5 en donde se mezcla con el líquido de baja concentración que se ha llevado allí a través del circuito 1, 8, 5, y que está a la misma temperatura.

La mezcla se calienta mediante un aporte de calor Q hasta la temperatura, $T_i = 450^\circ\text{K}$, gracias a la absorción; el vapor así obtenido a la temperatura T_i penetra en el intercambiador 6 en donde cede el calor de condensación q_c calentando el agua de caldeo hasta unos 100°C . El fluido condensado pasa por la válvula 7 penetra de nuevo a la presión p_1 en el generador de vapor, mientras que el líquido empobrecido en el generador, es llevado al mezclador absorbente mediante la bomba 8.

El valor límite del coeficiente de transformación, es decir, la eficiencia máxima es,

$$\text{COP}_{\text{máx}} = \frac{T_i}{T_3} \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_i}$$

XV.6.- BOMBA DE CALOR ASISTIDA POR COLECTORES SOLARES

En el esquema presentado en la Fig XV.10 se puede ver el funcionamiento de una instalación mixta a base de bomba de calor industrial apoyada con colectores de caucho para calefactar el edificio objeto de estudio.

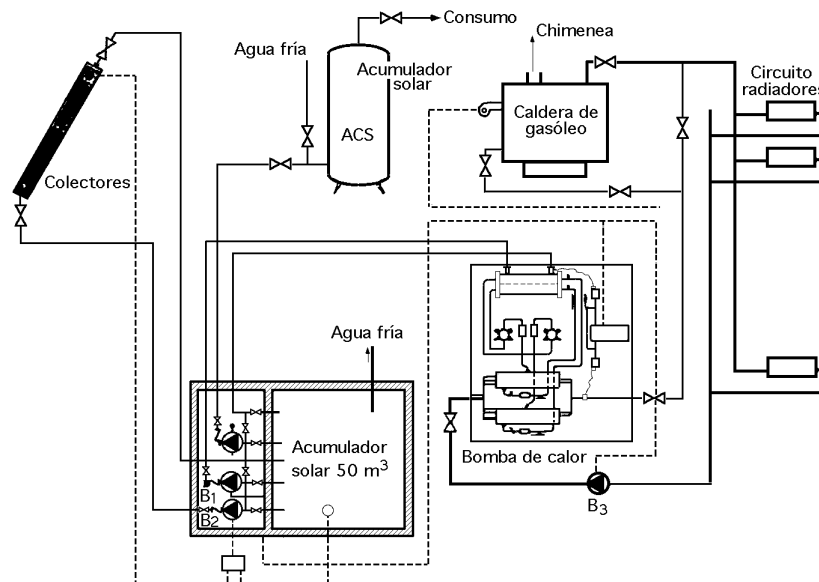


Fig XV.10.- Instalación mixta bomba de calor industrial apoyada con colectores solares-caldera de gasóleo

La energía solar captada por el campo de colectores se almacena en un tanque enterrado. La bomba de calor industrial utilizada permite bombear la energía del tanque, que se mantiene a un nivel térmico bajo, hasta el nivel de utilización de la calefacción.

Tal y como se puede ver en el esquema, la bomba de calor se ha colocado en serie con la caldera, lo que permite, en períodos de una demanda energética alta, trabajar con una temperatura del

condensador inferior a la de entrada al circuito de calefacción que repercute en una mejora del COP de la máquina.

La bomba de circulación B_1 del circuito colectores-acumulador se pondrá en funcionamiento en cuanto el termostato diferencial detecte una diferencia de temperatura entre la salida de los colectores y la parte inferior del acumulador superior a 2°C , parándose al reducirse esta diferencia a $0,2^{\circ}\text{C}$.

Al diseñar la instalación se ha previsto la posibilidad de alimentar los colectores directamente con el agua de retorno del evaporador, con lo que dichos colectores trabajarán con una mejor eficiencia debido a la menor temperatura del fluido caloportador.

La bomba B_2 está comandada por las necesidades energéticas del circuito de calefacción manteniéndose en funcionamiento siempre que la bomba de calor lo esté. Cuando la temperatura de la parte superior del acumulador sea igual o inferior a 9°C la bomba B_2 se para y la instalación funciona únicamente con la caldera de gasóleo.

La bomba de calor puede aportar el 30% de las necesidades máximas del edificio en un día muy frío con una temperatura exterior de 3°C . Normalmente, en épocas intermedias, aporta el 70% de las necesidades totales.

XVI.- CRIOGENIA

XVI.1.- EL FENÓMENO DE LA ESTRANGULACIÓN

Se sabe que si una corriente fluida que pasa por un tubo, se encuentra con un obstáculo que motiva un estrechamiento brusco de la sección transversal del mismo, como un tabique poroso, una válvula parcialmente cerrada, o un pequeño orificio, y después vuelve a aumentar dicha sección, la presión del fluido es siempre menor después del obstáculo p_2 que delante de él p_1 , lo cual es debido a la disipación de energía de la corriente, que se emplea en vencer la resistencia local impuesta por el obstáculo.

El efecto de caída de presión de la corriente fluida a través del obstáculo, se denomina estrangulamiento. Joule y Thomson, lord Kelvin, realizaron las experiencias básicas de estrangulamiento en el período comprendido entre 1852 a 1862, explicando el fenómeno y abriendo así un nuevo método para determinar ciertas propiedades de las sustancias gaseosas.

En la Fig XVI.1 se muestra el dispositivo utilizado en la experiencia de Joule-Kelvin; una

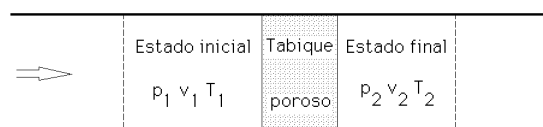


Fig XVI.1

corriente uniforme de gas fluye a través de un tabique poroso, en un tubo horizontal este sistema abierto, está térmicamente aislado, $Q = 0$, no intercambia trabajo con los alrededores, $T = 0$, ni hay variación de su energía mecánica, es decir, tanto la

variación de su energía cinética $\frac{c^2}{2g}$, como de su energía potencial z , son cero.

En estas condiciones de estrangulación adiabática se observa que la temperatura T_2 , aguas abajo del tabique poroso, es distinta de la T_1 inicial. Teniendo en cuenta la ecuación energética del fluido en régimen estacionario, de la forma,

$$Q = T + i + \frac{c^2}{2g} + z$$

y substituyendo las condiciones anteriormente citadas, se encuentra, $i = 0$; $i_2 = i_1$

es decir, la entalpía del fluido del estado final i_2 , es igual a la entalpía del fluido en el estado inicial i_1 .

Esto no quiere decir que la entalpía permanezca constante durante el proceso, es decir, en los estados intermedios entre 1 y 2, ya que el fluido al pasar por el estrangulamiento puede experimentar variaciones en su energía cinética, y por lo tanto, modificar la entalpía; se trata, pues, de un proceso esencialmente irreversible.

El fenómeno de vencer la resistencia local impuesta por el obstáculo, es similar a realizar un trabajo contra las fuerzas de rozamiento. Si la energía de la corriente se utiliza en realizar un trabajo, parece que su entalpía debiera disminuir; pero no es así, y la entalpía de este flujo adiabático permanece constante, porque el trabajo que realiza la corriente a expensas de su energía interna, contra las fuerzas de rozamiento, q_{roz} , que es absorbido por el fluido.

En efecto,

$$dq = di + dT_{cir} = di - v dp, \text{ y ser, } q = q_{ext} + q_{roz} = q_{roz}$$

y como para el flujo adiabático, $q_{ext} = 0$, el trabajo de rozamiento es,

$$dq_{roz} = di - v dp =$$

$$= \left| \begin{array}{l} dq = du + p dv = di + dT + \frac{dc^2}{2g} + dz + dT_{roz} = di + dT_{roz} = \\ = du + p dv + v dp + dT_{roz} = dq + v dp + dT_{roz} \quad v dp + dT_{roz} = 0 \end{array} \right| = di + dT_{roz}$$

$$\text{y al ser, } di = 0, \quad dq_{roz} = dT_{roz}$$

De la ecuación, $di = 0$, se obtiene,

$$i_2 = i_1 \quad ; \quad u_2 + p_2 v_2 = u_1 + p_1 v_1$$

observándose que, $u_2 \neq u_1$, ó $u \neq 0$, es decir, la energía interna final es distinta de la inicial.

Para un gas ideal, la ecuación $di = 0$, se expresa como

$$c_{p2} T_2 = c_{p1} T_1$$

siendo c_p el calor específico a presión constante, que para un gas ideal cumple, $c_{p2} = c_{p1}$, por lo que, $T_2 = T_1$, no existiendo variación de temperatura a ambos lados del tabique poroso, es decir, el gas perfecto se estrangula sin variación de la temperatura, que es uno de los indicios característicos del gas perfecto.

Por lo tanto, el efecto Joule-Kelvin sólo tiene lugar en los gases reales y en los líquidos.

XVI.2.- CURVAS Y COEFICIENTE DE INVERSIÓN

Cuando se realizan una serie de experiencias Joule-Kelvin, a la misma temperatura inicial T_1 , y presión p_1 pero variando la presión p_2 del lado opuesto al tabique poroso, se observa que a cada presión p_2 , corresponde una T_2 distinta, pero en cada una de las experiencias, las entalpías del estado inicial y final serán iguales.

Representando estos resultados en un diagrama (p,T), se obtiene una sucesión de puntos de igual entalpía, que proporcionan una línea isentálpica, que no es continua, ya que la transformación es irreversible.

Si se modifican las condiciones iniciales, se obtienen otros lugares geométricos, dando así lugar a una familia de líneas de igual entalpía, Fig XVI.2b.

El coeficiente de estrangulamiento adiabático μ_i es de la forma,

$$\mu_i = \left(\frac{T}{p} \right)_i = \frac{T \left(\frac{V}{T} \right)_T - v}{c_p} = \frac{T^2}{c_p} \left(\frac{\frac{V}{T}}{T} \right)_p$$

que es la ecuación fundamental del efecto Joule-Kelvin.

La expansión de los gases ideales se produce sin variación de temperatura, hecho que no sucede en los gases reales.

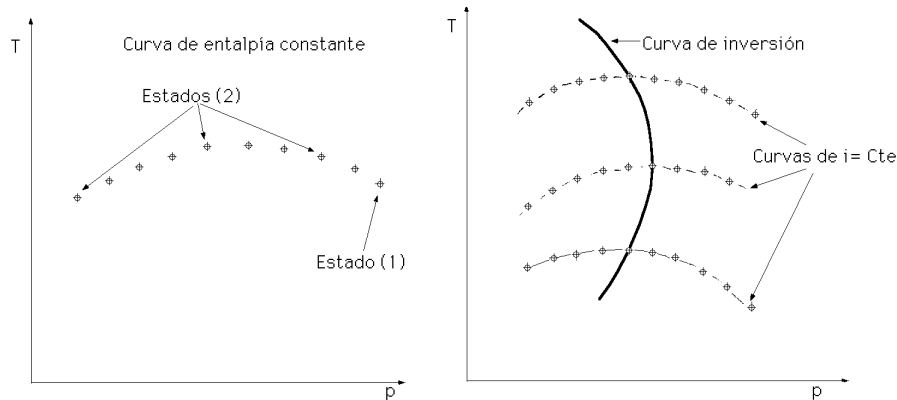


Fig XVI.2a.b.- Líneas de igual entalpía

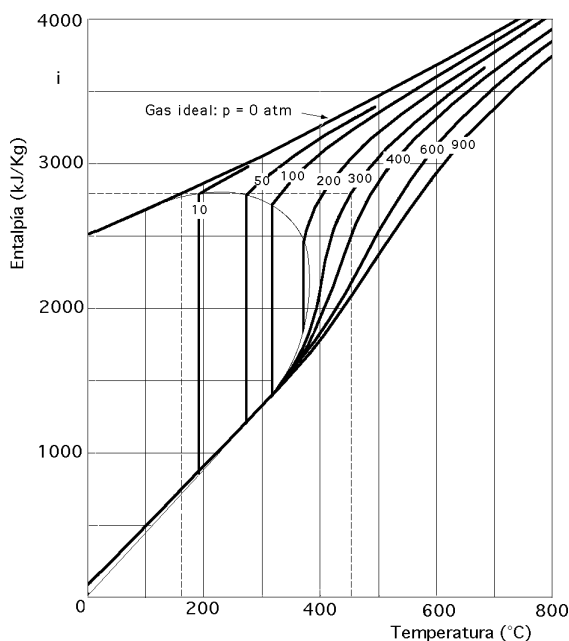


Fig XVI.3.- Diagrama (i-T) del vapor de agua

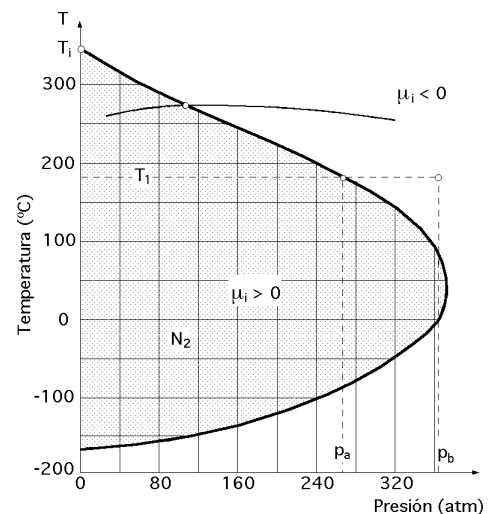


Fig XVI.4.- Curva de inversión

La explicación del fenómeno es la siguiente, entre las moléculas que forman el gas existe una atracción que disminuye al aumentar el volumen o las distancias entre ellas, creciendo de esta manera la energía interna del sistema a costa de su propio calor y por tanto el gas experimenta un enfriamiento. La experiencia demuestra que no siempre suceden las cosas así, especialmente cuando se opera a grandes presiones o temperaturas, ya que en estas condiciones predominan las fuerzas de repulsión entre las moléculas, y por tanto la expansión se verificará calentándose la fase gaseosa. A la temperatura ordinaria y operando a presiones no muy elevadas todos los gases se enfrían al expandirse isentálpicamente, a excepción del hidrógeno y del helio, que se calientan si se opera a temperaturas inferiores a 193°K y 30°K respectivamente.

En consecuencia, en un caso general μ_i es distinto de cero; la variación de la temperatura del fluido en el proceso de estrangulación adiabática puede alcanzar un valor bastante grande, si la caída de presión también es grande.

Este efecto se denomina *efecto integral de estrangulamiento*, y es de la forma,

$$T_2 - T_1 = \int_{P_1}^{P_2} \mu_i dp$$

en la que T_1 y T_2 son, respectivamente, las temperaturas inicial y final del fluido estrangulado.

Por ejemplo, en la estrangulación adiabática del vapor de agua, desde la presión, $p_1 = 300$ atm., y $T_1 = 450^\circ\text{C}$, hasta la presión, $p_2 = 1$ atm, la temperatura final, $T_2 = 180^\circ\text{C}$, según la Fig XVI.3.

Analizando la ecuación que proporciona el valor de μ_i , en la que, $c_p > 0$, el signo de μ_i viene dado por el signo que tome la expresión,

$$T \left(\frac{v}{T} \right)_p - v$$

Es evidente que si, $\left(\frac{v}{T} \right)_p < \frac{v}{T}$ $\mu_i < 0$, y dado que $\mu_i = \left(\frac{T}{p} \right)_i$ y disminuir las presiones,

la temperatura tiene que aumentar.

Si, $\mu_i > 0$, la temperatura disminuye, por disminuir las presiones

Si, $\mu_i < 0$, la temperatura no varía, y como, $T_2 = T_1$, se trata de un gas perfecto.

El lugar geométrico de los puntos de, $\mu_i = 0$ se denomina curva de inversión, y coincide con el lugar geométrico de los máximos de las curvas isentálpicas.

Tabla XVI. 1.- Efecto Joule-Kelvin para el aire. Valores del coeficiente μ_i en $^\circ\text{C}/\text{atm}$

Presión, atm	-150°C	-140°C	-130°C	-120°C	-100°C	-25°C	0°C	50°C	100°C	200°C
1	1,1	0,936	0,807	0,71	0,576	0,317	0,266	0,189	0,133	0,0625
20	1,2	0,967	0,919	0,71	0,562	0,297	0,249	0,178	0,124	0,0564
40	0,052	0,245	0,776	0,577	0,534	0,276				
80	0,034	0,067	0,141	0,299	0,386	0,232				
100	0,021	0,043	0,087	0,158	0,284	0,211	0,178	0,128	0,089	0,0347
140	0	0,017	0,038	0,069	0,142	0,164	0,145	0,105	0,072	0,0258
180	-0,022	-0,008	0,008	0,028	0,075	0,125	0,113	0,083	0,058	0,0185
220	-0,042	-0,028	-0,015	-0,002	0,031	0,093	0,081	0,063	0,045	0,0127

Tabla XVI.2.- Constantes específicas de algunos gases

GAS	Punto de ebullición normal 1 atm	Temperatura crítica °K	Presión crítica atm	Temperatura de inversión máxima °K
Oxígeno	90,2°K	154,6	49,8	764
Argón	87,3°K	150,8	48,1	794
Nitrógeno	77,4°K	128,2	33,5	607
Hidrógeno	20,4°K	33,2	12,8	195
Helio	4,21°K	5,19	2,24	23,6
Anhidrido carbónico	194,6°K	304,2	7,41	1.275
Aire	80*	133	38	603

* La temperatura del aire es variable

Como demuestra la experiencia, para un mismo fluido el signo de μ_i puede ser (+), (-) ó 0, dependiendo esto de la región del diagrama (p,T) de la curva de inversión en donde nos encontremos. Observando la Fig XVI.4, dentro de la superficie limitada por la curva de inversión, en la que $\mu_i > 0$, se produce enfriamiento; fuera de ella, calentamiento.

El punto T_i , intersección de la curva de inversión con el eje de temperaturas se denomina punto máximo de inversión. Para el aire esta temperatura es del orden de 325°C, para el hidrógeno de 200°K y para el Helio de 24°K. En el posterior estudio de su aplicación a la obtención de gases licuados, se verá la importancia de este punto T_i .

Un proceso también interesante para enfriar gases, es una transformación adiabática reversible, con devolución de trabajo exterior. Veamos si este procedimiento proporciona un descenso de temperatura mayor que el proceso adiabático isentálpico.

Definimos un nuevo coeficiente que llamaremos de expansión adiabática reversible μ_s , de la forma,

$$\mu_s = \left(\frac{T}{p} \right)_s = \left| \begin{array}{l} \left(\frac{T}{p} \right)_s \left(\frac{s}{T} \right)_p \left(\frac{p}{s} \right)_T = -1 \\ \left(\frac{s}{T} \right)_p = \left(\frac{Q}{T} \right)_p = \frac{1}{T} \left(\frac{c_p}{T} \right)_p = \frac{c_p}{T} \\ \left(\frac{s}{p} \right)_T = - \left(\frac{v}{T} \right)_p \end{array} \right| = \frac{T}{c_p} \left(\frac{v}{T} \right)_p$$

Comparándola con la ecuación,

$$\left(\frac{T}{p} \right)_i = \frac{T \left(\frac{v}{T} \right)_p - v}{c_p} = \frac{T^2}{c_p} \left\{ \frac{\left(\frac{v}{T} \right)}{T} \right\}_p = \mu_i$$

el coeficiente de expansión adiabático isentálpico toma la forma,

$$\mu_i = \frac{1}{c_p} \{ T \left(\frac{v}{T} \right)_p - v \}$$

$$\text{obteniéndose, } \mu_s - \mu_i = \frac{v}{c_p} \quad \mu_s > \mu_i$$

y, por lo tanto, el proceso de expansión adiabática reversible, con devolución de trabajo exterior,

proporciona desde un punto de vista termodinámico, un enfriamiento más eficaz del gas o del líquido, que el proceso de expansión adiabática isentálpica.

XVI.3.- DETERMINACIÓN DEL CALOR ESPECÍFICO c_p DE UN GAS

Las experiencias de Joule-Kelvin se pueden utilizar para determinar el calor específico de un gas; haciendo,

$$i = i(p, T) \quad di = \left(\frac{i}{p}\right)_T dp + \left(\frac{i}{T}\right)_p dT = \left| c_p = \left(\frac{i}{T}\right)_p \right| = \left(\frac{i}{p}\right)_T dp + c_p dT = 0$$

$$c_p = - \left(\frac{i}{p}\right)_T \left(\frac{p}{T}\right)_i = - \frac{1}{\mu_i} \left(\frac{i}{p}\right)_T$$

A la expresión $\left(\frac{i}{p}\right)_T$ se le denomina coeficiente de temperatura constante, ó coeficiente Joule - Kelvin isotérmico,

$$\mu_T = \left(\frac{i}{p}\right)_T$$

por lo que la ecuación anterior se puede poner en la forma,

$$c_p = - \frac{\mu_T}{\mu_i} \quad \mu_T = - \mu_i c_p$$

que se puede utilizar para calcular c_p y, en consecuencia, otros valores como la energía interna, la entalpía, el volumen específico, etc.

El valor de μ_T se puede determinar por una experiencia del tipo Joule-Kelvin, pero manteniendo el fluido en la sección de ensayo a, $T = \text{Cte}$, y sujeto a diferentes presiones.

La sección de ensayo se sumerge en un baño a, $T = \text{Cte}$, y al variar la presión se mide la energía, (por ejemplo, eléctrica), requerida para mantener el baño a temperatura constante.

En este caso, la entalpía no permanece constante y vale,

$$i = i_2 - i_1 = q_{1-2}$$

XVI.4.- APLICACIÓN DEL EFECTO JOULE-KELVIN A LA ECUACIÓN DE VAN DER WAALS

Para predecir la magnitud y el comportamiento del coeficiente de Joule-Kelvin de un gas real, podemos usar, a título de orientación, la ecuación térmica de estado de Van der Waals, cuya expresión, para un mol, es de la forma,

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R T$$

cuyas constantes críticas se determinan mediante las expresiones,

$$\left(\frac{p}{v}\right)_T = 0 \quad ; \quad \left(\frac{p^2}{v^2}\right)_T = 0$$

obteniéndose,

$$v_C = 3b \quad ; \quad T_C = \frac{8a}{27Rb} \quad ; \quad p_C = \frac{a}{27b^2}$$

Las expresiones, $p = p_C p_R$; $T = T_C T_R$; $v = v_C v_R$, permiten obtener la ecuación reducida,

$$p_R = \frac{8 T_R}{3 v_R - 1} - \frac{3}{v_R^2}$$

y cuyo factor de compresibilidad es,

$$Z_C = \frac{p_C v_C}{R T_C} = \frac{\frac{a}{27b^2} 3b}{R \frac{8a}{27Rb}} = 0,375$$

por lo que la ecuación reducida de Van der Waals sólo sería válida para aquellos fluidos cuyo factor de compresibilidad valga, $Z = 0,375$, que es un valor bastante alejado de lo observado experimentalmente para la mayoría, y que oscila entre valores comprendidos entre, 0,27 y 0,29.

La línea de inversión en coordenadas reducidas se obtiene de la forma siguiente, a partir de los coeficientes μ_i y μ_T ,

$$\mu_T = -c_p \quad \mu_i = v - T \left(\frac{v}{T}\right)_p = 0 \quad ; \quad \left(\frac{T_R}{v_R}\right)_{p_R} = \frac{T_R}{v_R}$$

Al ser, $p_R = \text{cte}$, diferenciando la ecuación, $p_R = \frac{8 T_R}{3 v_R - 1} - \frac{3}{v_R^2}$, se obtiene:

$$\frac{8}{3 v_R - 1} dT_R - \frac{24 T_R}{(3 v_R - 1)^2} dv_R + \frac{6}{v_R^3} dv_R = 0$$

$$\frac{dT_R}{dv_R} = \frac{8}{3 v_R - 1} - \frac{24 T_R}{(3 v_R - 1)^2} + \frac{6}{v_R^3} \quad T_R = \frac{3 (3 v_R - 1)^2}{4 v_R^2}$$

y sustituyendo este valor en la ecuación de p_R se obtiene,

$$p_R = \frac{8 T_R}{3 v_R - 1} - \frac{3}{v_R^2} = \dots = \frac{9 (2 v_R - 1)}{v_R^2}$$

cuyas representaciones gráficas vienen dadas en la Fig XVI.5, siendo sus puntos de corte para, $p_R = 0$, los siguientes:

$$v_R = \quad , \text{ para el que el valor de la temperatura es, } T_{R_A} = 6,75$$

$$v_R = 0,5 \quad T_{R_B} = 0,75$$

El valor de T_A para los gases reales concuerda bastante bien con el de $6,75 T_K$.

El valor de T_B (que no debe confundirse con la temperatura de Boyle, como veremos seguidamente), proporciona valores para el gas de Van der Waals que no coinciden con los datos experimentales.

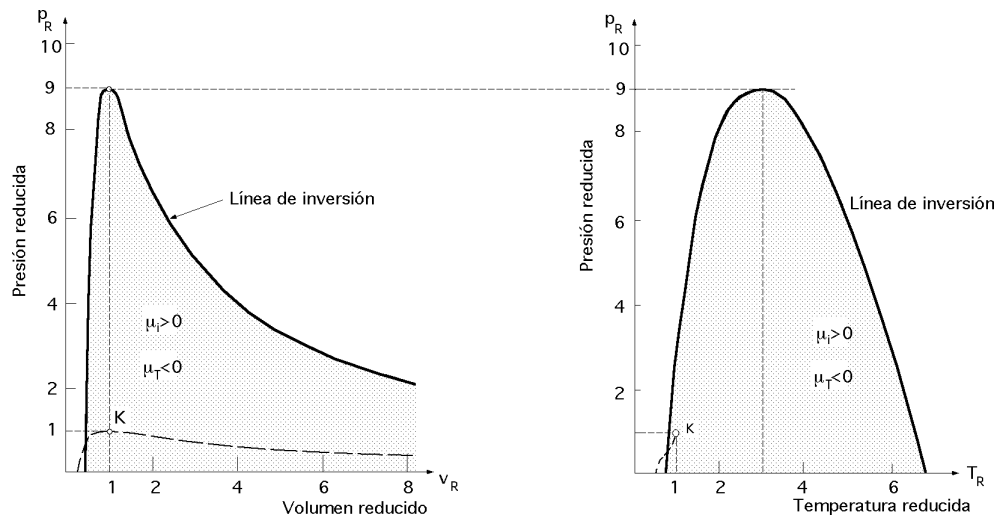


Fig XVI.5.- Línea de inversión en variables reducidas

Como la curva de Boyle es el lugar geométrico de los puntos mínimos de las curvas de ecuación, Fig XVI.6,

$$\left(\frac{Z}{p}\right)_T = 0 \quad ; \quad \left\{\frac{(pv)}{p}\right\}_T = 0$$

La temperatura de Boyle T_B es aquella para la que se cumple que,

$$\lim_p \left\{\frac{(pv)}{p}\right\}_T = 0$$

Despejando p de la ecuación de Van der Waals, y multiplicándola por v se obtiene,

$$pv = \frac{RTv}{v-b} - \frac{a}{v} \quad ; \quad \left\{\frac{(pv)}{p}\right\}_T = \left(\frac{-bRT}{(v-b)^2} + \frac{a}{v^2}\right) \left(\frac{v}{p}\right)_T = 0 \quad RT = \frac{a}{v} \left(\frac{v-b}{v}\right)^2$$

y, como el mínimo tiene lugar para $p \rightarrow 0$, resulta, $v \rightarrow \infty$, por lo que, $T_B = \frac{a}{Rb}$

A todas las temperaturas por encima de T_B el valor de (pv) crecerá siempre al incrementarse la presión, y es evidente que para el hidrógeno y el Helio esta temperatura será relativamente baja, ya que los valores de a son muy pequeños, como se indica en la Tabla XVI.3.

Para el Hidrógeno, $a = 0,245$; $b = 2,67 \cdot 10^{-2}$ en atm.litro, con $R = 0,032$ atm.litro/°K.mol, resultando, $T_B = 112^\circ\text{K}$, frente al valor experimental de 106°K . Sin embargo, para el oxígeno este valor es de 529°K , frente a los datos experimentales de 423°K , error considerablemente mayor que el del obtenido para el hidrógeno.

Para calcular el coeficiente μ_i de Joule-Kelvin, a partir de la ecuación de Van der Waals, en la forma,

Tabla XVI.3.- Constantes de Van der Waals

GAS	a, atm. litro	b, en litros
Hidrógeno	0,245	0,0267
Helio	0,034	0,0236
Nitrógeno	1,38	0,0394
Oxígeno	1,32	0,0312
Dióxido de Carbono	3,6	0,0428
Cloruro de hidrógeno	3,8	0,041
Amoníaco	4	0,036
Etileno	4,4	0,056

$$p v = R T - \frac{a}{v} + b p + \frac{a b}{v^2}$$

se desprecia $\frac{a b}{v^2}$ ya que a y b son pequeños; dividiéndola por p y derivándola se obtiene,

$$v = \frac{R T}{p} - \frac{a}{p v} + b = \frac{R T}{p} - \frac{a}{R T} + b ; \left(\frac{v}{T} \right)_p = \frac{R}{p} + \frac{a}{R T^2}$$

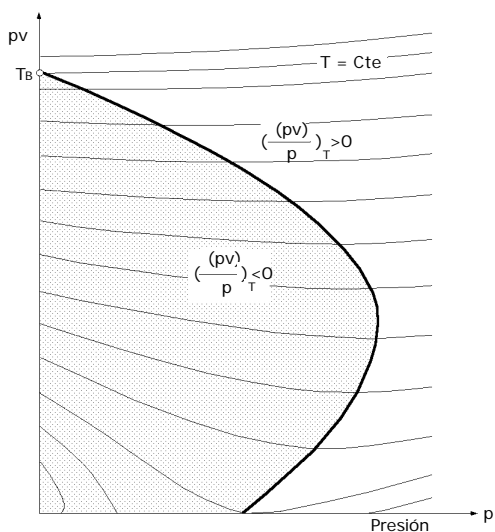


Fig XVI.6.- Curva de Boyle

Ordenándola en la forma,

$$R T = p (v - b) + \frac{a p}{R T}$$

y dividiéndola por (p T) resulta,

$$\frac{R}{p} = \frac{v - b}{T} + \frac{a}{R T^2} \quad \left(\frac{v}{T} \right)_p = \frac{v - b}{T} + \frac{2 a}{R T^2}$$

luego,

$$\mu_i = \frac{1}{c_p} \left\{ T \left(\frac{v - b}{T} + \frac{2 a}{R T^2} \right) - v \right\} = \left(\frac{2 a}{R T} - b \right) \frac{1}{c_p}$$

$$\text{que para } \mu_i = 0, \text{ vale, } T_i = \frac{2 a}{R b}$$

Del valor de μ_i se deduce que mientras $\frac{2 a}{R T}$ sea mayor que b, el segundo miembro será positivo; habrá así un descenso de temperatura a medida que el gas fluye a través del tabique poroso. Comparando los resultados obtenidos, se ve que la temperatura de inversión, tal como se deduce de la ecuación de Van der Waals, debe ser doble que el punto de Boyle; los valores para el hidrógeno y el oxígeno serían entonces 224°K y 1058°K, respectivamente.

La temperatura de inversión observada para el hidrógeno es de unos 190°K. El valor bajo puede atribuirse al hecho de que la relación entre a y b es pequeña para este gas; de otro modo, las fuerzas atractivas son relativamente pequeñas y de aquí que el efecto de las fuerzas repulsivas sea el dominante, excepto a temperaturas muy bajas.

Lo mismo ocurre con el helio, que también tiene un coeficiente Joule-Kelvin negativo a temperaturas normales.

El tratamiento sencillo dado anteriormente conduce a la conclusión de que existe únicamente

una temperatura de inversión, y que es independiente de la presión; ésto es consecuencia de la aproximación efectuada en la deducción, al suponer que la presión no era demasiado elevada y que se podía despreciar el término $\frac{a b}{v^2}$.

Un tratamiento más riguroso basado en la ecuación de Van der Waals, sin la omisión de ningún término, proporciona la siguiente condición para la temperatura de inversión,

$$\frac{2 a}{R T_i} - \frac{3 a b p}{R^2 T_i^2} - b = 0$$

Como ésta es una ecuación cuadrática, deben existir, como en efecto se ha observado, dos temperaturas de inversión a cada presión. El trazado del diagrama (T_i , p) da una curva parabólica que

$$\text{para } p = \frac{a}{3 b^2} \text{ proporciona la temperatura, } T_i = T_B = \frac{a}{2 R}$$

Para presiones que excedan de $\frac{a}{3 b^2}$ el efecto Joule/Kelvin para un gas dado se invierte a todas las temperaturas. Para el oxígeno esta presión debe estar sobre las 450 atm, pero el valor real probablemente es mucho más elevado.

XVI.5.- LICUACIÓN DE GASES

Todo gas puede pasar al estado líquido, siempre que lo permitan la temperatura a que está sometido y la presión que soporte.

Faraday licuó el CO_2 en 1823; sin embargo tuvieron que pasar muchos años para conseguir licuar el O_2 , N_2 , H_2 pues aunque fueron sometidos a presiones de varios miles de atmósferas, todos los intentos fracasaron. Por esta razón se les llamó gases *permanentes* hasta que Andrews en 1845 definió la temperatura y presión críticas, siendo a partir de aquí cuando se empezó a comprender que la licuación por presión era imposible por encima de una cierta temperatura. Así se pudieron licuar el oxígeno en 1877 por el método Pictet, el nitrógeno en 1883 por Keeson, el hidrógeno en 1898 por Dewar, el helio en 1908 por Onnes, etc.

Los gases denominados *permanentes* se caracterizan por tener una temperatura crítica baja, lo que obliga a utilizar procedimientos especiales para alcanzar el estado líquido; además, a causa de las temperaturas que hay que alcanzar, no se puede contar con una fuente fría exterior al sistema, que pueda extraerle el calor necesario para llevar el cambio de estado.

Dos son los fundamentos de la licuación de gases,

a) El efecto Joule/Kelvin, que aprovecha el descenso de temperatura producido en la expansión de los gases reales, debido a que el trabajo en dicho proceso se efectúa a costa de la energía del sistema, por lo que se conoce también con el nombre de licuación del aire a expensas del trabajo interno, base del procedimiento Linde.

b) La expansión en un cilindro para producir un trabajo exterior que recupera parcialmente el consumido en la compresión se conoce como licuación del aire con realización de trabajo exterior, base del procedimiento Claude.

La técnica del proceso de licuación de gases consiste en enfriarlos a una temperatura inferior a la crítica y someterlos a una compresión isoterma que dependerá del grado de enfriamiento logrado, aunque siempre superior al valor de la presión crítica. El enfriamiento es más intenso que el producido por una máquina frigorífica lo que hace inútil su empleo en estos procesos, no quedando otro recurso que acudir a la expansión del propio gas, bien sea a través de una válvula que impida la transformación de la pérdida de presión en energía cinética, efecto Joule-Thompson, o expansión a entalpía constante (procedimiento Linde), o bien aquélla para producir un trabajo externo que permita recuperar en parte la energía gastada en la compresión (procedimientos Claude y Heyland).

Estos tres son los procedimientos más empleados, pudiéndose considerar los demás como derivados de ellos,

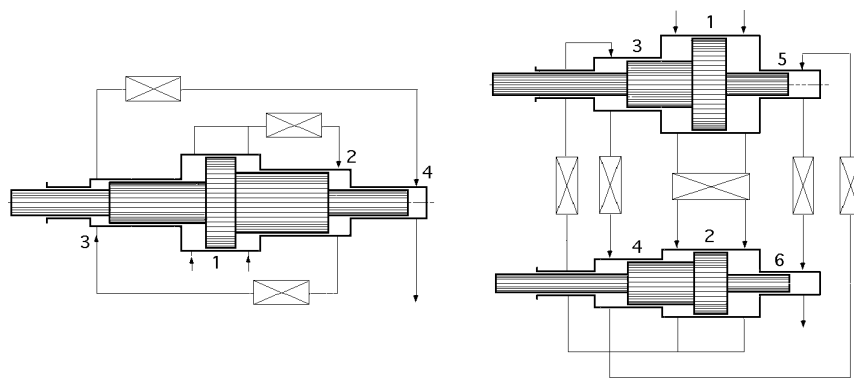


Fig XVI.7.- Compresores de 4 y 6 etapas, con 1 y 2 vástagos respectivamente y refrigeraciones intermedias

a) El método Linde que se basa en el enfriamiento que produce el fenómeno de estrangulación de una vena fluida, a expensas de la energía del sistema, efecto Joule/Kelvin.

b) El método Claude, que es una modificación del anterior, en el que el enfriamiento se logra mediante una expansión adiabática lo más isentrópica posible, con producción de trabajo exterior del mismo gas a licuar, que recupera parcialmente el consumido en la compresión.

c) El método en “cascada o de Pictet, que es el procedimiento más antiguo, consiste en varias máquinas frigoríficas colocadas en serie, que actúan de forma que la condensación del fluido que evoluciona en una de ellas se lleva a cabo en el evaporador de la que le sigue en serie, y así sucesivamente, de forma que la temperatura superior de un ciclo se aproxime a la inferior del anterior. Con cuatro etapas, (amoníaco, etileno, oxígeno y aire), se puede llegar a licuar éste último.

Teniendo en cuenta la curva de inversión de Joule/Kelvin, por ejemplo la de la Fig XVI.4 para el N_2 , no se produce licuación a ninguna presión si la temperatura de entrada del fluido es superior a la de inversión T_i , $350^\circ C$ para el N_2 , pues el gas estrangulado aumentaría su temperatura. Este caso se presenta cuando se opera con H_2 y He , en que es necesario enfriarlos previamente mediante otro gas ya licuado, y así llevarlos a una temperatura inferior a la T_i máxima de inversión

Haciendo abstracción del método que se emplee, la licuación consiste en llevar una sustancia que se presenta en estado gaseoso a la presión p_0 y temperatura ambiente T_0 hasta el estado de líquido a la misma presión y a la temperatura de saturación que le corresponda.

En el diagrama entrópico, el estado inicial viene representado por el número 1, y el final por el 3, Fig XVI.10; el trabajo mínimo que hay que gastar para pasar de un estado a otro, se determinará a lo largo de una transformación reversible. Si se tiene presente que el único sistema que recibe calor es el ambiente, cuya temperatura T_0 es superior a la del gas licuado no hay otro camino reversible para pasar de 1 a 3, que el que lleva mediante una compresión isotérmica de 1 a 4, durante la cual el calor pasará al medio ambiente y, posteriormente, mediante una expansión adiabática el sistema pasaría desde 4 hasta el estado final 3.

No debe olvidarse que la evolución (1-4-3) es un proceso ideal, imposible de llevar a la práctica, puesto que la presión del punto 4 es demasiado elevada.

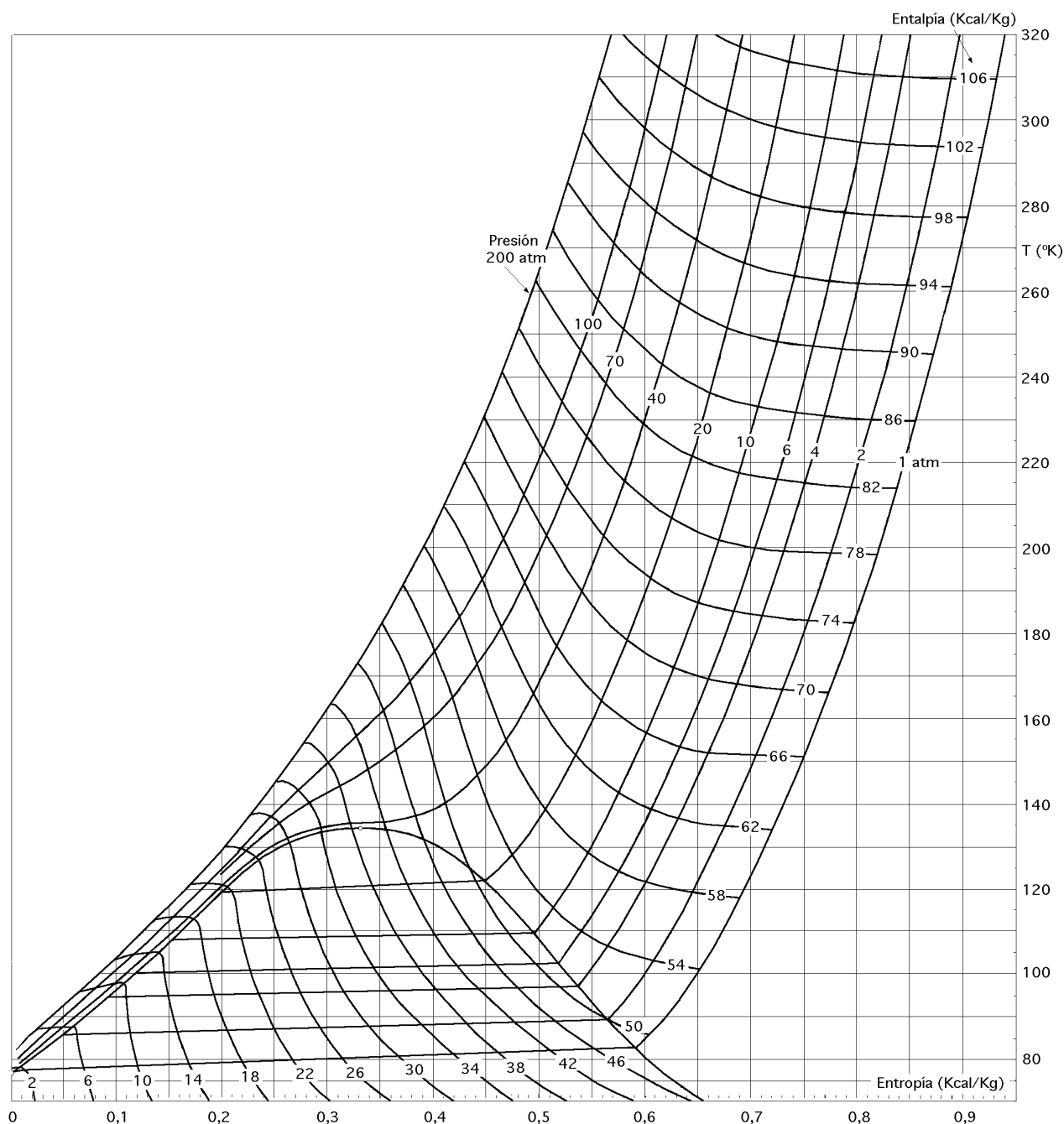


Fig XVI.8.- Diagrama (T-s) del aire

Interesa calcular el trabajo mínimo de circulación; de acuerdo con el Primer Principio, aplicado a la evolución (1-4), y teniendo en cuenta que por tratarse de una isoterma,

$$Q = i_4 - i_1 + T_{1-4} = T_0 (s_4 - s_1) \quad T_0 (s_4 - s_1) = (i_4 - i_1) + T$$

por lo que el trabajo de compresión es,

$$T_{1-4} = i_1 - i_4 + T_0 (s_1 - s_4)$$

Durante la expansión adiabática (4-3), el trabajo de circulación es,

$$T_{4-3} = i_4 - i_3$$

y el trabajo total,

$$T_T = T_{1-4} + T_{4-3} = i_1 - i_3 - T_0 (s_1 - s_3)$$

que es el trabajo ideal absorbido en un proceso de flujo estacionario completamente reversible entre el estado inicial 1 y el final 3.

A título de ejemplo, si el estado inicial 1 está a 1 atm y 290°K, y el estado final 3 es líquido saturado a 1 atm, el trabajo de circulación reversible será, para los datos tomados del diagrama entálpico del aire, el siguiente,

Estado 1, $i_1 = 417,8 \text{ kJ/kg}$; $s_1 = 3,858 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$

Estado 3, $i_3 = 0 \text{ kJ/kg}$; $s_3 = 0 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$

$$T_{\text{circ.rev.}} = i_3 - i_1 - T_0 (s_3 - s_1) = 417,8 + 290 \times 3,858 = 701 \text{ kJ/kg}$$

y como el volumen específico del aire líquido a la presión de 1 atm es, $v = 0,00114 \text{ m}^3/\text{kg}$, resulta,

$$T_{\text{circ.rev.}} = \frac{701 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{3600 \frac{\text{seg}}{\text{hora}} \times 1,14 \frac{\text{litros}}{\text{kg}}} = 0,1708 \frac{\text{kW}}{\text{litro}}$$

Veremos más adelante que los valores que se obtienen en los procesos reales, son varias veces superiores a esa cifra. En todos los procedimientos los fenómenos irreversibles adquieren una importancia primordial y, a causa de ello habrá que consumir energía en exceso para lograr la licuación deseada.

Como aplicación de la teoría anteriormente expuesta vamos a fijarnos sólo en el enfriamiento y licuación de gases por expansión isentálpica adiabática (método Linde), y expansión adiabática con devolución de trabajo al exterior (método Claude).

Cualquiera que sea el sistema que se emplee para producir la licuación, es indispensable quitar previamente al gas todas las sustancias fácilmente condensables, para evitar que se bloquee o se interrumpa la operación. Cuando se trate de aire habrá que quitarle el vapor de agua que siempre lleva consigo y los vestigios de CO_2 que pueda contener.

XVI.6.- LICUACIÓN DEL AIRE POR EL MÉTODO LINDE

Linde utiliza el método de Joule/Kelvin de expansión isentálpica para la producción de frío, siendo el primero en apuntar la posibilidad de separar el oxígeno del aire licuado, como un buen sistema susceptible de ser industrializado. Linde considera que el oxígeno cuyo punto de ebullición es más elevado que el del nitrógeno, únicamente puede ser licuado con parte de nitrógeno, y de la mezcla líquida obtenida, al someterla a la evaporación, se separa primero el nitrógeno, de suerte que el líquido va enriqueciéndose en oxígeno a medida que transcurre la evaporación. A Linde no se le atribuye el mérito de haber sido el primero en licuar aire, sino el reconocimiento de haber habilitado el primer método de obtención de aire líquido de forma continua e ilimitada. A diferencia del método de Pictet, Linde emplea solamente una refrigeración previa del aire con una mezcla frigorífica de hielo y sal o con máquina frigorífica de amoníaco.

Linde conoce el método de producción de frío en expansores en los que el aire comprimido se expande en un cilindro, y al empujar un pistón realiza un trabajo externo, enfriándose por perder el equivalente térmico del trabajo realizado, pero demuestra la imposibilidad de licuar aire por este método que se debe a la insuficiente diferencia de presiones utilizada, 4 atm, y que según él esta diferencia debería ser superior a 20 atm. En cualquier caso hay que tener en cuenta que dado el estado de la industria de la época, era imposible mantener en funcionamiento un cilindro de expansión a temperaturas inferiores a la crítica del aire de -140°C , y aislarlo térmicamente junto con el mecanismo de transmisión, contra la penetración externa de calor. Esta suposición así como la descripción que hacía en una de sus patentes "*que las partes movibles o fijas del aparato no debían ser expuestas a la temperatura atmosférica, porque la más mínima impureza, humedad, lubricante, ácido carbónico, etc. se solidifican y obstruyen el movimiento*", no es correcta según se comprobó por los aparatos de Claude y Heyland.

Aunque el aparato de Siemens tenía un funcionamiento análogo, Linde demostró que con el aparato en contracorriente de Siemens y Solvay no se podían obtener temperaturas inferiores a -95°C , por lo que se debía construir un nuevo intercambiador en contracorriente suficiente para transmitir al aire comprimido las grandes cantidades de frío necesarias para la licuación industrial del aire. Linde construye un intercambiador con dos tubos de cobre de gran longitud, uno dentro del otro, arrollados en espiral y aislados térmicamente; aunque ya estaba aceptado que se producía un enfriamiento por la expansión del aire comprimido a través de una válvula de estrangulamiento, no estaba suficientemente estudiado la cuantía del frío que se generaba en esa expansión. Según los experimentos de Thomson y Joule que trabajaron con presiones de hasta 6 atm. el enfriamiento producido viene dado por la expresión,

$$T_2 - T_1 = 0,276 (p_2 - p_1) \left(\frac{273}{T}\right)^2$$

en la que una diferencia de presiones de una atmósfera equivale a $0,25^{\circ}\text{C}$ aproximadamente.

Linde parte de la suposición de que tiene que emplearse una diferencia de presiones lo mas grande posible y al mismo tiempo una relación de presiones lo menor posible. Eligió una gran diferencia de presiones para conseguir un gran enfriamiento por expansión, merced al trabajo interno, según el efecto Thomson/Joule y una relación de presiones lo mas pequeña posible para mantener

dentro de límites normales el trabajo de compresión necesario. Si por ejemplo se toma $p_2=200$ atm y $p_1=100$ atm. determina un enfriamiento de unos 25°C pero la relación es de 2/1, es decir, el trabajo necesario para comprimir un determinado volumen de aire no es mayor que el que sería necesario para comprimirle de una a dos atmósferas.

Una máquina que trabaja entre 1 y 150 atm, produce el mismo efecto que otra que opere entre 50 y 200 atm, pero el consumo de energía estará en la relación,

$$\frac{\ln \frac{150}{1}}{\ln \frac{200}{50}} = 3,61$$

Así fue como Linde combinando grandes diferencias de presiones, extendió al campo de las bajas temperaturas los ensayos de Thomson y Joule y perfeccionó el intercambiador en contracorriente dado a conocer por Siemens en 1857, pero no aplicable a la licuación del aire por insuficiente diferencia de presiones.

El método Linde opera de acuerdo al proceso indicado en el diagrama entrópico de la Fig XVI.9a, según el esquema señalado en las Fig XVI.9b.c. El aire ya comprimido hasta unas 200 atm se dirige al aparato de intercambio de calor, donde su temperatura disminuye por ceder calor a la corriente de aire ascendente enfriada a causa de la estrangulación sufrida en la válvula V.

La estrangulación de la vena fluida sólo hace descender unos grados la temperatura del gas; partiendo de 3 pasará al estado de igual entalpía a la salida de la válvula. Luego, pasando por el separador se dirige al conducto ascendente; el aire que estaba en el estado 2 se enfriará antes de alcanzar la válvula V, produciéndose por esta causa un enfriamiento más intenso en la nueva estrangulación.

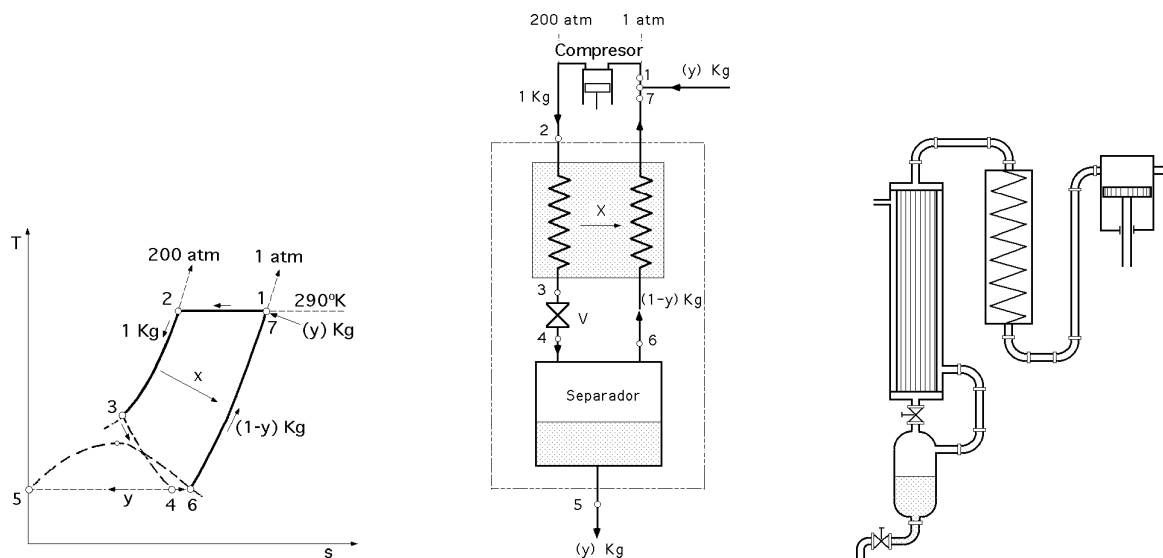


Fig XVI.9.a.b.- Licuación por el método Linde

Después de funcionar el aparato en forma continua durante un tiempo, se logrará un estado de régimen estable. Antes de la válvula V se alcanzará el estado 3 y, en consecuencia, después de la válvula, el 4, determinado por la línea de entalpía constante que pasa por 3 y la línea de presión

constante igual a 1 atm. El estado 4 es una mezcla de líquido y vapor, que se separa en las fases 5 y 6. En 5 se tiene una cantidad y de líquido, y en 6 una cantidad, $1 - y$, de vapor, que se dirige a la parte ascendente del intercambiador de calor, de donde saldrá a una temperatura T_7 lo más próxima posible a la correspondiente al estado 2.

Como esta masa de aire está libre de impurezas, se la envía nuevamente a la planta de compresión de manera que sólo sea necesario purificar la cantidad de aire y que deberá reponerse para compensar la extracción de líquido y en 5.

El balance entálpico por unidad de masa que pasa por el compresor, permite calcular la cantidad y de gas licuado, en la forma

$$1 \cdot i_2 = (1 - y) i_7 + y i_5 \quad y = \frac{i_2 - i_7}{i_5 - i_7}$$

La ecuación de conservación de la energía para el tanque separador, permite determinar las condiciones del punto 3, anteriores a la entrada en la válvula,

$$1 \cdot i_4 = (1 - y) i_6 + y i_5$$

y mediante el diagrama entrópico, la temperatura T_3 alcanzada por el gas antes de entrar en la válvula de estrangulamiento.

Para una compresión isoterma a T_0 la ecuación,

$$T_{1-4} = i_1 - i_4 + T_0 (s_1 - s_4)$$

proporciona la diferencia de exergía entre los puntos 1 y 2,

$$T_C = (i_1 - i_2) - T_0 (s_1 - s_2) = e_{x1} - e_{x2}$$

En el intercambiador se produce un incremento de entropía debido a la irreversibilidad del proceso,

$$s_{\text{interc}} = (1 - y)(s_7 - s_6) - 1(s_2 - s_3)$$

que permite calcular la exergía $T_0 \cdot s_{\text{camb}}$ perdida en el mismo.

En la válvula de estrangulamiento se produce un incremento de entropía, de la forma,

$$s_{\text{válv}} = 1(s_4 - s_3) \quad ; \quad \text{exergía perdida} = T_0 \cdot s_{\text{interc}}$$

El rendimiento exergético de la planta es,

$$\text{exerg} = \frac{e_{x1} - e_{x5}}{e_{x2} - e_{x1}} \cdot y = \frac{e_{x1} - e_{x5}}{e_{x2} - e_{x1}} \cdot \frac{i_2 - i_7}{i_5 - i_7} = \frac{T_{C \text{ rev}}}{T_C} \cdot y$$

igual a la relación entre el Trabajo de compresión reversible y el trabajo por unidad de y licuado.

El proceso Linde de licuación de un gas es muy simple, pero de muy bajo rendimiento, por lo que

para mejorarlo hay que recurrir a otros procedimientos.

A título de ejemplo vamos a considerar un ciclo Linde simple entre 1 y 200 atm, con $T = 290^\circ\text{K}$, cuyo proceso hemos representado en el diagrama de la Fig XVI.10, y cuyas condiciones resumimos en la Tabla XVI.4.

La ecuación,

$$y = \frac{i_2 - i_7}{i_5 - i_7}$$

proporciona la cantidad y de gas licuado de valor, $y = 0,089 \text{ kg}$

La ecuación,

$$T_C = (i_1 - i_2) - T_0 (s_1 - s_2) = e_{x1} - e_{x2}$$

proporciona el trabajo de compresión, $T_C = 438 \text{ kJ/kg}$.

Con estos datos, y con el trabajo de compresión reversible del ejemplo, $I = 701 \text{ kJ/kg}$, se puede calcular el *trabajo por unidad de y* en la forma,

Tabla XVI.4.- Datos para un ciclo Linde entre 1 y 200 atm

Estado	Entalpía kJ/kg	Entropía kJ/kg°K
1 y 7	417,8	3,858
2	380,6	2,22
5	0	0
6	205,3	2,56

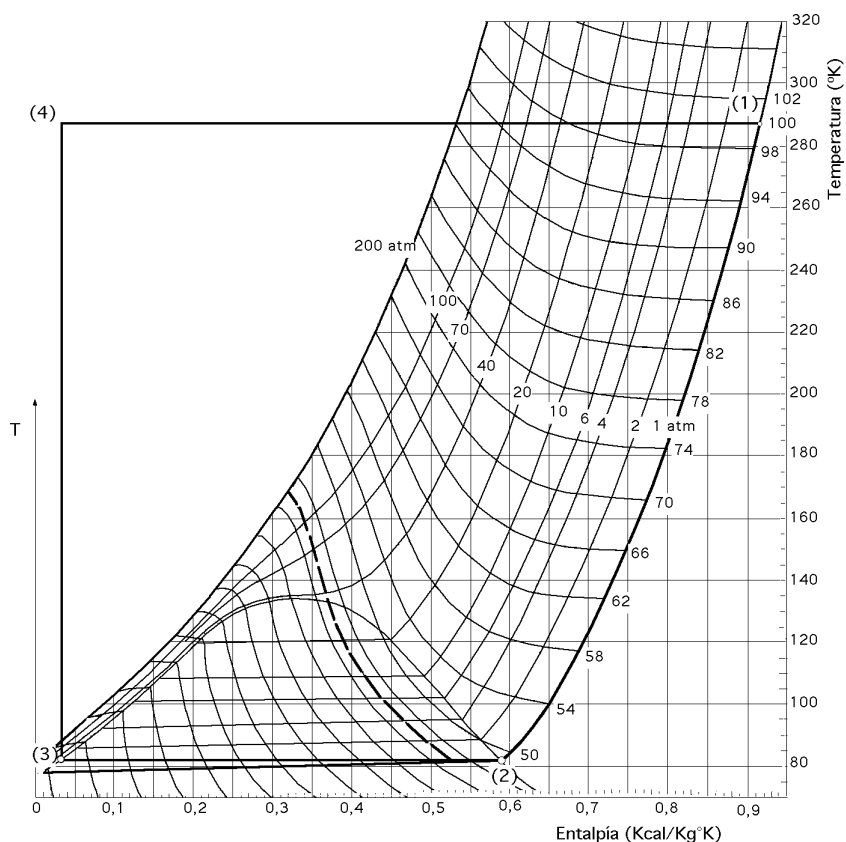


Fig XVI.10.- Ciclo Linde entre 1 y 200 atm

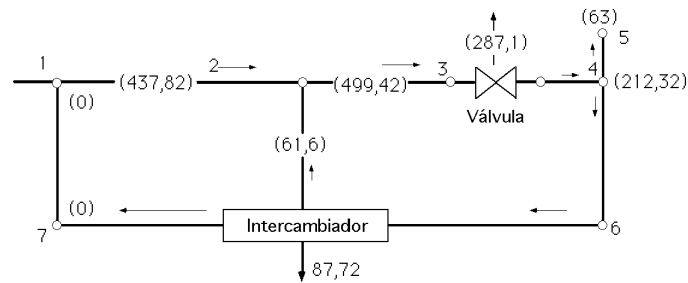


Fig XVI.11.- Balance exergético de un proceso Linde simple

Tabla XVI.5.- Resultados para la construcción del diagrama exergético

Estado	Temperatura °K	Presión atm	Masa kg	Entalpía kJ/kg	Entropía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K
1	290	1	1	417,8	3,858	0	0
2	290	200	1	380,6	2,22	437,82	437,82
3	169	200	1	187	1,34	499,42	499,82
4	84	1	1	187	2,33	212,32	212,32
5	75	1	y	0	0	701,02	63
6	85	1	1 - y	205,3	2,56	163,92	149,32

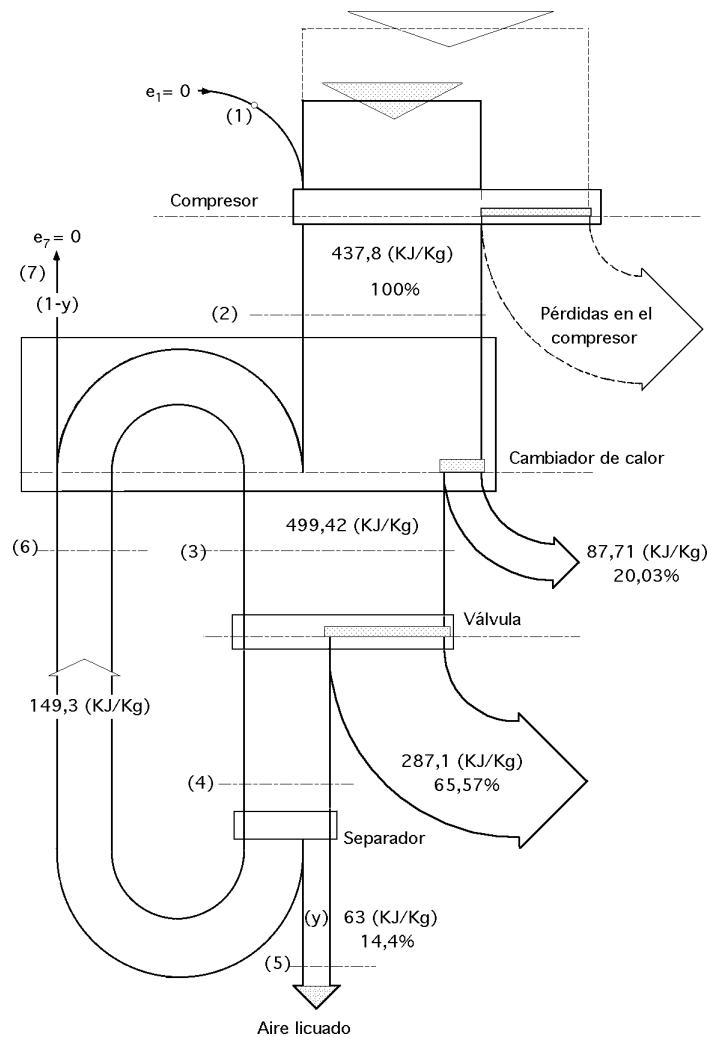


Fig XVI.12.-Diagrama exergético de un proceso Linde simple $p_1 = 1 \text{ atm}$; $T_1 = 290^\circ\text{K}$; $p_2 = 200 \text{ atm}$

$$\frac{438}{0,089} = 4921,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \frac{4921,5}{3600 \times 1,14} = 1,2 \frac{\text{kW}}{\text{litro}}$$

y el *rendimiento exergético*,

$$\text{exerg} = \frac{T_{C \text{ rev}}}{T_C} = \frac{0,701}{4,92} = 0,0142 = 14,2\%$$

Para calcular la *temperatura T_3 de entrada en la válvula*, calculamos previamente,

$$i_4 = i_3 = i_6 - (0,089 \times 205,3) = 187 \text{ kJ/kg}$$

que junto con $p_3 = 200 \text{ atm}$, proporcionan una temperatura, $T_3 = 169^\circ\text{K}$

La *entropía generada en el cambiador de calor*, es,

$$S_{\text{interc}} = (1 - Y)(s_7 - s_6) - 1(s_2 - s_3) = 0,3025 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$$

en la que ha habido que calcular previamente, $s_3 = 1,34 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$

La *exergía perdida por esta irreversibilidad* es,

$$T_0 S_{\text{interc}} = 87,71 \text{ kJ/kg}, (\% \text{ sobre el trabajo de compresión} = 20,1\%)$$

La *entropía generada en la válvula de estrangulación* es

$$S_{\text{válv}} = 1(s_4 - s_3) = 2,33 - 1,34 = 0,99 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$$

La exergía perdida por esta irreversibilidad es $287,1 \text{ kJ/kg}$, % sobre el trabajo de compresión = $65,7\%$ y, por lo tanto, el rendimiento exergético será igual a,

$$100 - 20,1 - 65,7 = 14,2\%$$

XVI.7.- PROCESO LINDE CON PRESIÓN INTERMEDIA SUPERCRÍTICA

En la Fig XVI.13 se han representado las diferentes evoluciones que experimenta el fluido en el proceso Linde con presión intermedia supercrítica. Este proceso proporciona una fuerte reducción del trabajo consumido por unidad de masa de fluido entregado por el compresor. Sin embargo, esto implica una reducción de la masa de fluido licuado y.

La planta lleva dos etapas de expansión Joule/Kelvin, según se indica en la Fig XVI.13.a.b, evoluciones (3-4) y (5-8). La presión intermedia en este caso es supercrítica, lo cual implica que en el separador B no hay separación de fases en líquido y gas.

Aire comprimido a baja temperatura, que puede ser la del ambiente o aún menor, si previamente se ha enfriado mediante un equipo frigorífico, se envía al intercambiador de calor donde se enfría hasta alcanzar el punto 3; a continuación se produce un primer estrangulamiento hasta la

presión intermedia, alcanzándose así el estado 4.

El gas en ese estado pasa a un primer separador donde se divide en dos corrientes; una, $1 - y_B$, vuelve al intercambiador, mientras que la otra, desde 5 se expande isentálpicamente hasta el estado 8 a la presión de 1 atm.

Dicho estado 8 se encontrará dentro de la zona de vapor húmedo, produciéndose allí en A, la separación entre el líquido y el vapor saturado seco. El líquido es el resultado de la operación, y el vapor restante se dirige al intercambiador de calor, donde se calentará hasta adquirir una temperatura próxima a la que posee el gas a la entrada; la fracción de gas es, $y_B - y$.

De acuerdo con la Fig XVI.13, se tiene,

$$i_3 = i_4 = i_5 = i_6 = i_8$$

A su vez en el depósito A, una fracción y_A de y_B se vuelve líquida de forma que, $y = y_A - y_B$.

La ecuación de conservación de la energía para el volumen de control es,

$$1 \cdot i_2 = (1 - y_B) i_7 + (y_B - y) i_{11} + y i_9$$

de la que se deduce el valor de y .

Para calcular las temperaturas T_3 y T_4 , aplicamos el principio de conservación de la energía al tanque A, obteniéndose,

$$y_B i_8 = y i_9 + (y_B - y) i_{10} \quad ; \quad y_A = \frac{y}{y_B} = \frac{i_3 - i_{10}}{i_9 - i_{10}}$$

que proporciona el valor de i_3 , que a su vez, para las presiones p_2 y p_7 permite encontrar en Tablas o sobre el diagrama entrópico del aire, los valores de T_3 y T_4 .

El trabajo de la compresión es la suma, $T_{c(1-7)} + T_{c(7-2)}$,

$$T_{c(1-7)} = \{(i_7 - i_1) - T_0 (s_7 - s_1)\} y_B$$

$$T_{c(7-2)} = \{(i_2 - i_7) - T_0 (s_2 - s_7)\} \cdot 1$$

El proceso de la creación de la entropía en los intercambiadores X_A y X_B es,

$$S_{\text{interc}} = (1 - y_B) (s_7 - s_6) + (y_B - y) (s_{11} - s_{10}) - 1 \cdot (s_2 - s_3)$$

siendo la exergía perdida en este proceso, $T_0 \cdot S_{\text{camb}}$.

El proceso en la válvula de alta presión es, $S_{(\text{válvula B})} = 1 (s_4 - s_3)$

El proceso en la válvula de baja presión es, $S_{(\text{válvula A})} = y_B (s_8 - s_5)$

El rendimiento exergético de la planta se define como,

$$ex = \frac{(ex_9 - ex_1) y}{(ex_7 - ex_1) y_B + (ex_2 - ex_7)}$$

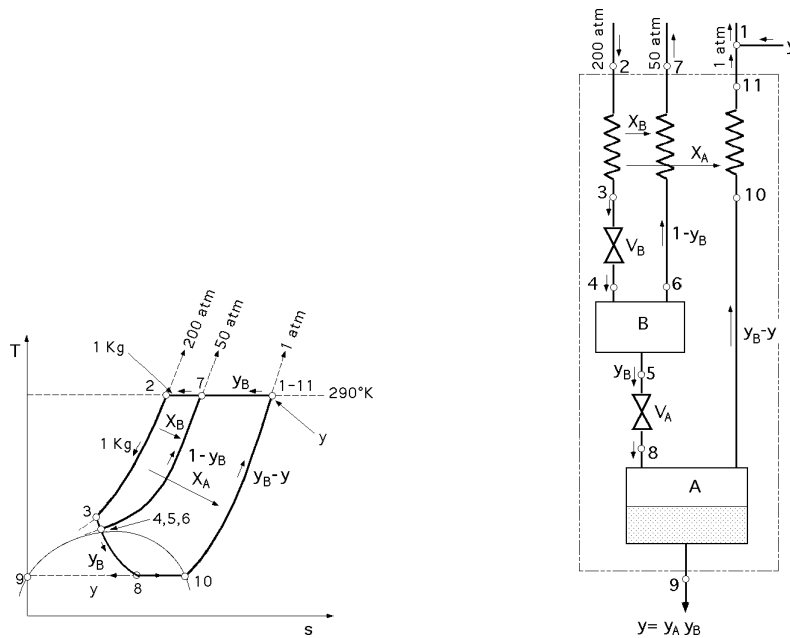


Fig XVI.13.- Proceso Linde con presión intermedia supercrítica

A título de ejemplo vamos a desarrollar un ciclo Linde entre las presiones $p_1 = 1 \text{ atm}$ y $p_3 = 200 \text{ atm}$, con presión intermedia $p_7 = 50 \text{ atm}$, para un valor de $y_B = 0,2$, y temperatura de entrada $T_0 = 290^\circ\text{K}$.

La ecuación,

$$1 \cdot i_2 = (1 - y_B) i_7 + (y_B - y) i_{11} + y i_9$$

proporciona para y un valor, $y = 0,06845$.

El valor de $y_A = \frac{y}{y_B} = 0,3424$

Las ecuaciones,

$$y_B i_8 = y i_9 + (y_B - y) i_{10} \quad ; \quad y_A = \frac{y}{y_B} = \frac{i_3 - i_{10}}{i_9 - i_{10}}$$

proporcionan el valor, $i_3 = 135 \text{ kJ/kg}$

El trabajo de compresión $T_{c(1-7)}$ viene dado por la ecuación,

$$T_{c(1-7)} = \{(i_7 - i_1) - T_0 (s_7 - s_1)\} y_B = 64,8 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo de compresión $T_{c(7-2)}$ viene dado por la ecuación,

$$T_{c(7-2)} = \{(i_2 - i_7) - T_0 (s_2 - s_7)\} 1 = 114,3 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo total de compresión, suma de los dos anteriores, es $179,1 \text{ kJ/kg}$

El trabajo por unidad de líquido producido es,

$$\frac{T_{c(\text{total})}}{y} = 2,617 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = \frac{2,617 \cdot 10^3}{3600 \times 1,14} = 0,638 \frac{\text{kW}}{\text{litro}}$$

Tabla XVI.6.- Resultados para la construcción del diagrama exergético de un proceso Linde con presión intermedia supercrítica

Estado	Temperatura °K	Presión atm	Masa kg	Entalpía kJ/kg	Entropía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K
1	290	1	1	417,8	3,858	0	0
2	290	200	1	380,6	2,219	438,18	438,18
3	146,7	200	1	135	1,007	543,85	543,85
4	135,1	50	1	135	1,19	490,83	490,83
5	135,1	50	0,2	135	1,19	490,83	98,16
6	135,1	50	0,8	135	1,19	490,83	392,66
7	290	50	0,8	407	2,704	323,86	259,11
8	81,7	1	0,2	135	1,684	347,72	69,54
9	81,7	1	0,068	0	0	701,02	47,98
10	81,7	1	0,132	205,3	2,559	164,2	21,56
11	200	1	0,132	417,8	3,858	0	0

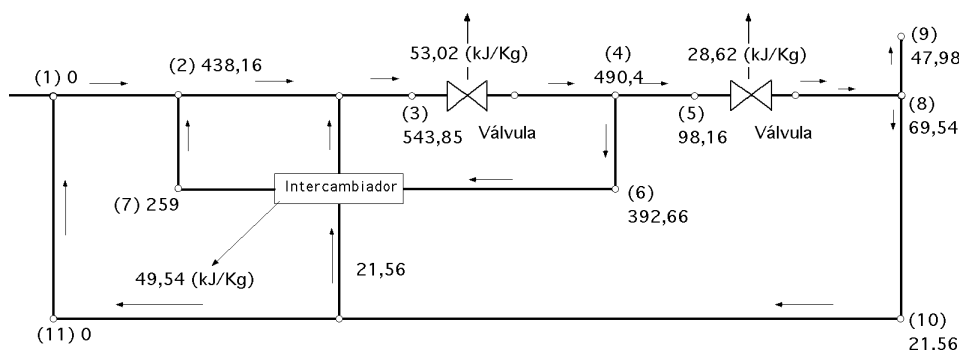


Fig XVI.14.- Balance exergético de un proceso Linde con presión intermedia supercrítica

El **rendimiento exergético** es,

$$ex = \frac{T_{c,rev.}}{T_c} = \frac{0,701}{2,617} = 0,2679 \quad (26,79\%)$$

El **crecimiento de entropía en los intercambiadores**, viene dado por la ecuación

$$s_{interc} = (1 - Y_B)(s_7 - s_6) + (Y_B - Y)(s_{11} - s_{10}) - 1(s_2 - s_3)$$

con entropías,

$$s_3 = 1,0075 \text{ kJ/kg}, \quad s_6 = 1,1903 \text{ kJ/kg}; \quad s_{interc} = 0,1704 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$$

y la exergía perdida en el mismo,

$$T_0 \quad s_{camb} = 49,5 \text{ kJ/kg} \quad (27,6\%)$$

En la válvula de alta presión, $s_{(válv B)} = 1(s_4 - s_3) = 0,1828 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$

En la válvula de baja presión, $s_{(válv A)} = Y_B(s_8 - s_5) = 0,0987 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$

Las exergías perdidas en cada una de ellas son 53,01 kJ/kg y 28,62 kJ/kg, que suponen un 29,6% y un 16,0% respectivamente. Estos datos se resumen en la Tabla XVI.6, para la construcción de la gráfica del balance exergético.

El estado muerto es, para, $T_0 = 290^\circ\text{K}$ y $p = 1 \text{ atm}$

El rendimiento exergético es,

$$ex = \frac{ex_9}{T_c} = \frac{47,98}{179,1} = 0,2679 \quad (26,79\%)$$

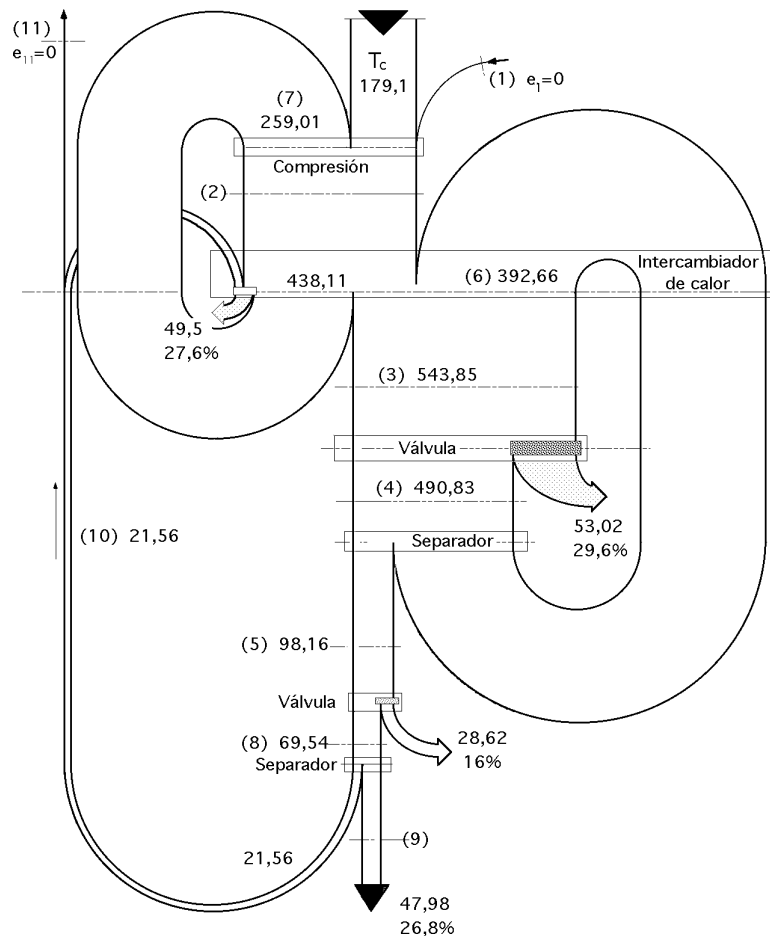


Fig XVI.15.- Diagrama exergético de un proceso Linde con presión intermedia supercrítica

XVI.8.- PROCESO LINDE CON PRESIÓN INTERMEDIA SUBCRÍTICA

Teniendo en cuenta el diagrama y el esquema de la Fig XVI.16 en los que se ha representado el proceso, se observa que de la expansión (3-4) sale una mezcla líquido-vapor que se separa en B, comportándose de la misma forma que el A.

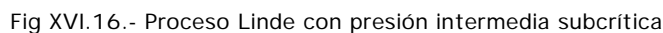
En la válvula de alta presión se expande sólo gas, mientras que en la válvula de baja presión se expande sólo líquido en las condiciones del punto 5, que al llegar a las condiciones del punto 8 se ha transformado en vapor húmedo a menor temperatura, separándose allí la fracción y de la y_B expansionada, que es el líquido obtenido. El resto del proceso es idéntico al caso anterior, por lo que no repetiremos la formulación.

A título de ejemplo, supondremos los mismos datos del caso anterior pero reduciendo la presión intermedia a 30 atm. Tampoco se da el valor de y_B , que en este caso hay que calcular.

En el tanque de separación A, una fracción y_A de y_B está en estado líquido, por lo que,

Cálculo de y_A , tanque A: $y_A = \frac{i_{10} - i_8}{i_{10} - i_9} = \frac{205,3 - 116,8}{205,3 - 0} = 0,431$

Cálculo de y_B , tanque B: $y_B = \frac{i_6 - i_4}{i_6 - i_5} = \frac{199 - i_3}{199 - 116,8}$



Aplicando la ecuación de conservación de la energía al volumen de control, se tiene,

y sustituyendo en ella valores, se obtiene,

Trabajo de compresión según (1-7) = 50,08 kJ/kg

Trabajo de compresión según (7-2) = 156,44 kJ/kg

Trabajo total de compresión = 206,52 kJ/kg

Trabajo de compresión por unidad de líquido obtenido $\frac{T_c}{V} = 2,696 \text{ kJ/kg}$

$$\text{Rendimiento exergético} = \frac{0,701}{2,696} \times 100 = 26\%$$

Procesos térmicos en los intercambiadores; crecimiento de entropía,

$$S_{\text{camb}} = [(1 - Y_B)(S_7 - S_6) + (Y_B - Y)(S_{11} - S_{10})] - 1 \cdot (S_2 - S_1) = 0,1738 \frac{\text{kJ}}{\text{Kg}^\circ\text{K}}$$

Tabla XVI.7.- Resultados para la construcción del diagrama exergético de un proceso Linde con presión intermedia subcrítica

Estado	Presión atm	Masa kg	Entalpía kJ/kg	Entropía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K
1	1	1	417,8	3,858	0	0
2	200	1	380,6	2,219	438,11	438,11
3	200	1	184,4	1,322	501,94	501,94
4	30	1	184,4	1,608	419,09	419,09
5	30	0,1778	116,8	1,077	505,5	89,88
6	30	0,8222	199	1,723	400,35	329,17
7	30	0,8222	411,5	2,865	281,57	231,59
8	1	0,1778	116,8	1,456	395,64	70,35
9	1	0,0766	0	0	701,02	53,72
10	1	0,1012	205,3	2,559	164,21	16,63
11	1	0,1012	417,8	3,858	0	0

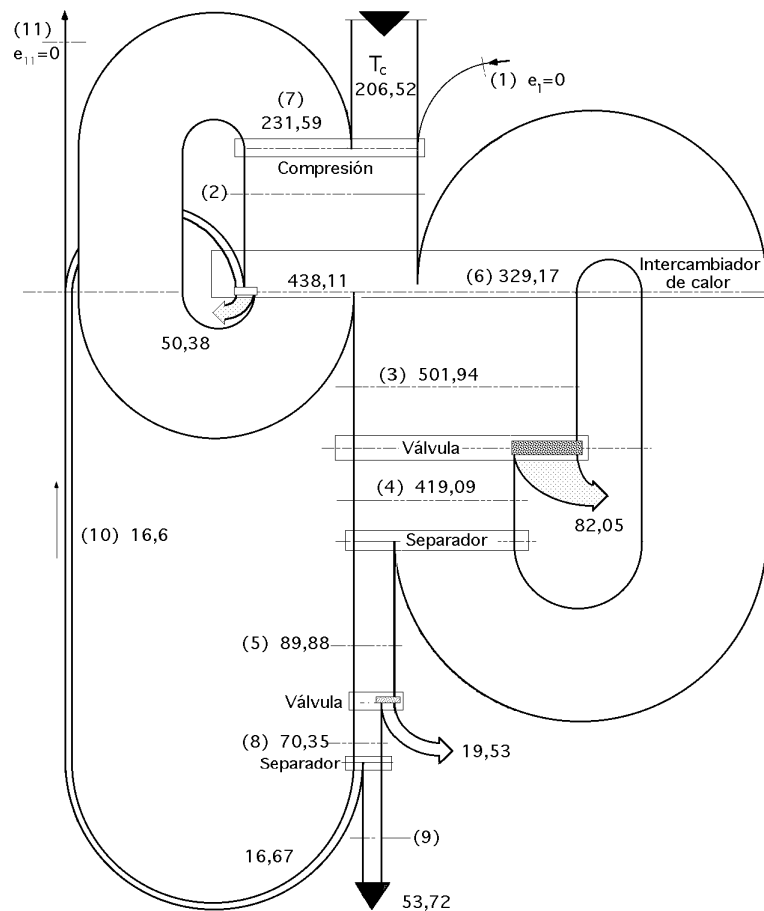


Fig XVI.17.- Balance exergético dual con presión intermedia subcrítica igual a 30 atm; $p_{\text{máx}}=200$ atm; $T_1= 290^\circ\text{K}$

Exergía perdida en los intercambiadores, $T_0 \quad s_{\text{camb}} = 504 \text{ kJ/kg}$

Crecimiento de entropía en la válvula de alta presión,

$$s_{(\text{vál B})} = 1 (s_4 - s_3) = 1,608 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$$

El crecimiento de entropía en la válvula de baja presión es, $1,4558 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$

Exergías perdidas en las válvulas $82,85 \text{ kJ/kg}$ y $19,53 \text{ kJ/kg}$ respectivamente.

XVI.9.- LICUACIÓN POR EL MÉTODO CLAUDE

En 1898, Rayleigh observó que si la expansión de los gases se efectuaba en un expansor (turbina), el enfriamiento tendría que ser más intenso porque el trabajo exterior a aplicar estaría originado, en parte, por la energía interna del gas. Claude demostró esto en 1906 con el aparato de la Fig XVI.18a, en el que D representa el expansor de aire comprimido que entra por el tubo central A del intercambiador de calor de doble tubo a la temperatura T_A ; el aire expansionado vuelve a la presión atmosférica por el tubo periférico B; la temperatura desciende progresivamente hasta alcanzar la licuación del aire, que se acumula en R, de donde se extrae mediante una válvula.

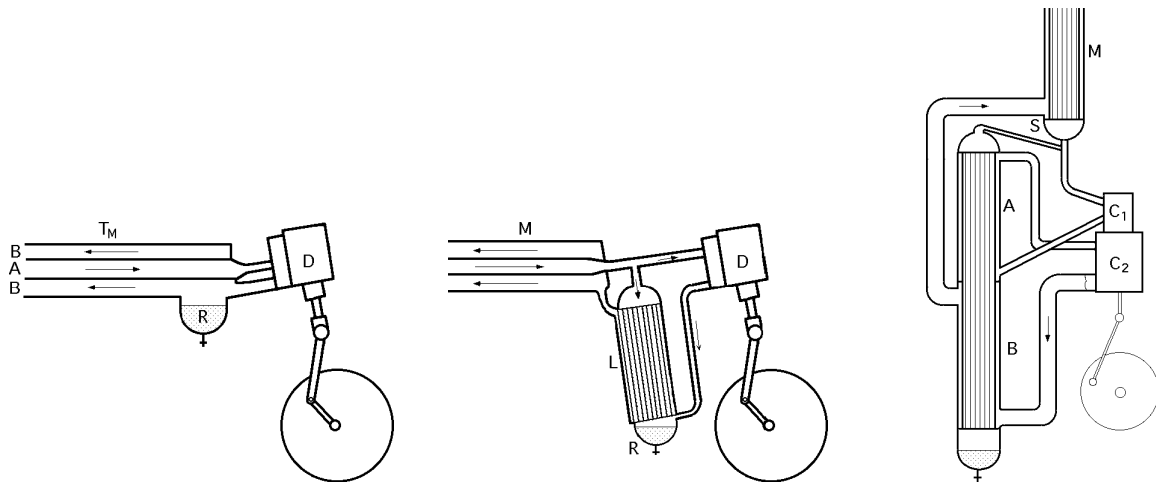


Fig XVI.18.- Sistemas de licuación por el método Claude

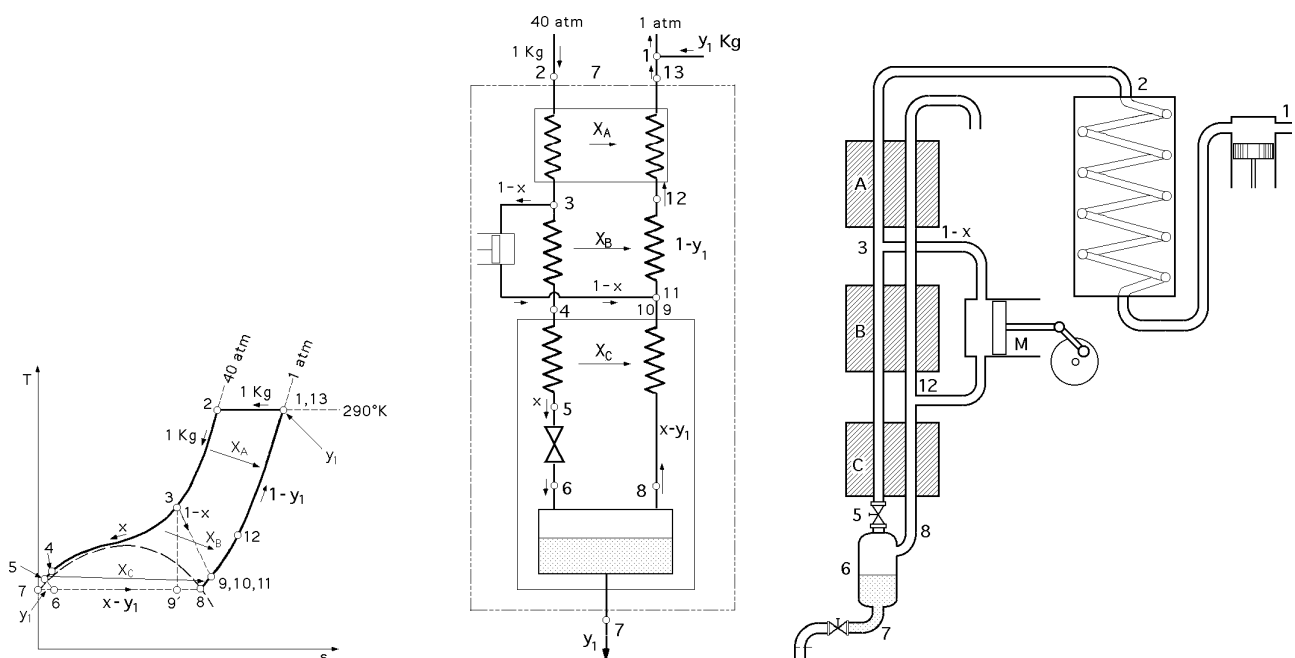


Fig XVI.19.- Licuación por el método Claude

Al enfriamiento producido por el trabajo externo hay que sumar el trabajo interno de la expansión adiabática que constituye, aproximadamente, un 6% del frío producido cuando se opera a 40

atm. Mediante el dispositivo de la Fig XVI.18b, el aire una vez expandido en D, en lugar de licuar parcialmente, circula por el licuador de tubos L alimentado en parte por aire comprimido y frío de la conducción de alimentación de la máquina, que va licuándose al enfriarse por el aire expandido del exterior.

La máquina de expansión compound, Fig XVI.18c, perfecciona las anteriores; la expansión se detiene en C_1 (primer expansor) cuando se alcanza una temperatura inferior a la crítica y el aire frío parcialmente expandido pasa al licuador A condensando una parte del aire comprimido y frío del circuito de alimentación sometido a una presión próxima a la crítica; el aire saliente de A pasa a un segundo expansor C_2 en el que se expansiona hasta la presión normal, sufriendo un nuevo enfriamiento y provocando una nueva licuación de aire en el licuador B, de donde se conduce el cambiador de temperatura M; los dos licuadores A y B conforman un mismo cuerpo alimentado de aire frío y comprimido por una misma derivación S. Esta forma de operar tiene la ventaja de favorecer la lubricación, se evitan las fugas y los dos expansores van montados sobre un mismo vástago; esta disposición mejora el rendimiento del aparato, y así para máquinas que utilizan potencias de 75 CV se han obtenido 0,85 litros de aire líquido por CV/ hora.

El método Claude opera como un proceso Linde simple, pero requiere menos trabajo por unidad de líquido obtenido, debido a que una fracción, $1-x$, del gas, se expansiona adiabáticamente en una turbina (expansor), con producción de trabajo exterior.

En la Fig XVI.19 se ha representado el esquema del proceso; el gas comprimido en 2, entra en el intercambiador de calor, enfriándose hasta la temperatura correspondiente al punto 3; aquí, la fracción, $1-x$, pasa al expansor y sufre una expansión con recuperación de energía que se aprovecha en la compresión del gas, descendiendo la temperatura hasta la correspondiente al punto 9, penetrando en el dispositivo en contracorriente.

La fracción x no expansionada se enfría en el cambiador de calor, entre 3 y 5, expansionándose en la válvula entre 5 y 6, licuándose casi en su totalidad; la parte no licuada intercambia frigorías entre 8 y 9, uniéndose en 10 al gas expandido en el expansor.

El aparato de Claude, más complicado que el de Linde, no tiene un rendimiento mucho más elevado que el de éste, pues el trabajo recuperado en el expansor es tan pequeño, que muchas veces ni siquiera se aprovecha para la compresión.

Un perfeccionamiento de este método consiste en trabajar como en el proceso Linde, comprimiendo el aire a 200 atm, lo cual permite iniciar la expansión de, $1-x$, en el expansor, desde el mismo punto de salida del compresor, lo cual permite prescindir de la primera etapa de enfriamiento, cosa que no sucede en el proceso Claude, en el que la etapa de compresión no sobrepasa las 40 atm. Este método mejorado se conoce como de Heyland.

El primitivo proceso Claude no utilizaba válvula de expansión; sin embargo, los inconvenientes que suponían tanto la construcción de un expansor sin fugas, tanto térmicas como de gas, unidas a problemas de licuación del gas en el mismo cilindro de trabajo, motivaron el introducir la válvula de expansión.

Así, la mayor parte del gas se expansiona con producción de un trabajo externo y se utiliza después para refrigerar el resto del aire comprimido, que expandido a través de la válvula, como en el proceso Linde, licua.

Dada la similitud de estos procesos, vamos a estudiar únicamente el Claude.

Un dato importante a tener en cuenta es la temperatura T_{10} final de la expansión en el expansor. El proceso es totalmente irreversible, y de ahí que hay que tener en cuenta en los cálculos el rendimiento del expansor. Si ésto no fuera posible, una regla práctica para hallar el estado final propuesta por Hausen, consiste en establecer que por cada 10°C de enfriamiento que se obtendría con una expansión adiabática isentrópica, hasta el punto 9, la evolución real se desviaría, con crecimiento de entropía, de forma que la entalpía final fuese 1,2 Kcal mayor.

Para calcular el valor y_1 correspondiente a la fracción licuada, aplicamos la ecuación de la energía al volumen de control V_1 de la forma,

$$1 \dot{i}_2 = y_1 \dot{i}_7 + (1 - y_1) \dot{i}_{13} + (1 - x)(\dot{i}_3 - \dot{i}_{10})$$

en la que,

$$(1 - x)(\dot{i}_3 - \dot{i}_{10})$$

es el trabajo desarrollado en la turbina (expansor).

La temperatura T_{12} , se determina en el intercambiador X_A , en la forma,

$$1(\dot{i}_2 - \dot{i}_3) = (1 - y_1)(\dot{i}_{13} - \dot{i}_{12})$$

de la que se obtiene \dot{i}_{12} , que proporciona la temperatura citada.

Aplicando la ecuación de la energía al tanque, se obtiene el valor de \dot{i}_6 , en la forma,

$$x \dot{i}_6 = y_1 \dot{i}_7 + (x - y_1) \dot{i}_8$$

y haciendo lo propio en el intercambiador de calor X_C , se determina \dot{i}_4 ,

$$x(\dot{i}_4 - \dot{i}_5) = (x - y_1)(\dot{i}_9 - \dot{i}_8)$$

El trabajo neto por unidad de líquido obtenido será la diferencia entre el trabajo aplicado al compresor, y el producido en el expansor, de la forma,

Tabla XVI.8.- Resultados para la construcción del diagrama exergético de un proceso Claude

Estado	Temperatura °K	Presión atm	Masa kg	Entalpía kJ/kg	Entropía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K	Exergía kJ/kg°K
1	290	1	1	417,8	3,858	0	0
2	290	40	1	409,3	2,7	305,6	305,6
3	200	40	1	299,5	2,32	327,7	327,7
4	85	40	0,2	17,12	0,18	665,9	133,2
5	85	40	0,2	16,42	0,178	665,2	133,05
6	78	1	0,2	16,42	0,23	658,16	131,62
7	78	1	0,184	0	0	701,02	129
8	78	1	0,016	205,3	2,56	163,9	2,62
9	90	1	0,816	214	2,66	143,6	117,2
10	90	1	0,816	214	2,66	143,6	117,2
11	90	1	0,816	214	2,66	143,6	117,2
12	147	1	0,816	283,24	3,2	56,26	45,9
13	290	1	1	417,8	3,31	0	0
9'	78	1	0,016	185,5	2,31	216,04	3,45

$$T_{\text{comp}} = (i_2 - i_1) - T_0 (s_2 - s_1)$$

$$T_{\text{turb}} = (1 - x)(i_3 - i_{10})$$

Haciendo una aplicación para una presión $p_1 = 1 \text{ atm}$, $p_2 = 40 \text{ atm}$, temperatura del aire entrante en el expansor $T_3 = -90^\circ\text{C}$, y un valor para la fracción $x = 0,2$, resulta lo siguiente,

La temperatura final T_{10} de la expansión en el expansor se obtendría calculando el título del punto 9', $x_9 = 0,903$; a partir de él la entalpía $i_9 = 185,5 \text{ kJ/kg}$, el salto entálpico, $i_3 - i_9 = 114 \text{ kJ/kg}$, y teniendo en cuenta el rendimiento, la entalpía $i_9 = 214 \text{ kJ/kg}$.

Como, $i_9 = i_{10}$, resulta, $T_9 = T_{10} = 90^\circ\text{K}$

El valor de y_1 se obtiene a partir de la ecuación,

$$1 \cdot i_2 = y_1 \cdot i_7 + (1 - y_1) \cdot i_{13} + (1 - x)(i_3 - i_{10}) \quad y_1 = 0,184$$

El valor de T_{12} se obtiene a partir de $i_{12} = 283,24 \text{ kJ/kg}$, que proporciona un valor, $T_{12} = 157^\circ\text{K}$

La entalpía i_6 se determina a partir de la ecuación,

$$x \cdot i_6 = y_1 \cdot i_7 + (x - y_1) \cdot i_8 \quad i_6 = 16,42 \text{ kJ/kg}$$

La entalpía i_4 viene dada por la ecuación,

$$x(i_4 - i_5) = (x - y_1)(i_9 - i_8) \quad i_4 = 17,12 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo de compresión es $305,6 \text{ kJ/kg}$, y el obtenido en el expansor $68,4 \text{ kJ/kg}$, por lo que el trabajo neto de compresión es, $305,6 + 68,4 = 237,2 \text{ kJ/kg}$

El **trabajo neto por unidad de líquido** es,

$$T_{\text{neto}} = \frac{237,2 \cdot 10^{-3}}{0,184} = 1,29 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \frac{1,29 \cdot 10^{-3}}{3600 \times 1,14} = 0,314 \frac{\text{kW}}{\text{litro}}$$

El **rendimiento exergético** es,
$$ex = \frac{T_{\text{rev}}}{\frac{T_u}{Y_1}} = 0,543 = 54,3\%$$

XVIII- AIRE ACONDICIONADO

XVII.1.- INTRODUCCION

Para conseguir una sensación de bienestar hay que tener en cuenta la humedad del aire, su temperatura, velocidad, etc, así como la presencia de paredes frías, en las que el color rojo produce una sensación de excitación, mientras que el verde es tonificante, o la presencia de ruidos más o menos molestos.

El aire contiene un 0,03% de CO₂, que al ser respirado por el organismo humano sale a 37°C con un 4% de CO₂. Asimismo, el ser humano en reposo absorbe 25 litros de O₂ por hora, equivalentes a 400 litros de aire por hora, consumo que crece con la actividad.

El aire de una habitación cerrada se llega a enrarecer por la presencia de un 2% de CO₂, llevando a la gente a un estado de excitación; para un 3% de CO₂ se llega a un estado de depresión general que puede llegar al desfallecimiento. En ambientes habituales, no industriales, se considera como índice de habitabilidad un % de CO₂, que es fácil de medir y que da una idea bastante exacta de la pureza del ambiente; el límite máximo admisible es de 0,1%, llegándose a admitir en situaciones excepcionales, (refugios), porcentajes de hasta un 3%, no exigiéndose situaciones ideales en casos así.

El cuerpo humano goza de un sistema regulador de su temperatura, que es de 37°C, pudiendo vivir en ambientes cuyas temperaturas oscilan entre -70°C y +50°C. La temperatura varía de una a otra parte del cuerpo, consiguiéndose este equilibrio mediante un consumo de energía interior y de aislamiento con vestidos.

La temperatura ambiente más agradable al cuerpo humano, con respecto a una situación de actividad nula, es del orden de 20°C. Respecto a la respiración, la temperatura ideal del aire oscila entre 15°C y 18°C. El ser humano elimina al exterior calor y humedad por medio de la respiración y la transpiración, cuestiones a tener en cuenta a la hora de proyectar una instalación. La cantidad total de calor que elimina el cuerpo humano en forma de calor sensible (radiación y convección), y calor latente (transpiración), viene repartido en la siguiente forma,

El agua eliminada por una persona en reposo, a 22°C de temperatura ambiental, y con una humedad relativa comprendida entre un 30 % y un 70%, es de 50 gr/hora.

El calor sensible que una persona elimina al exterior, a una temperatura media de 18°C, se compone de 35 Kcal/hora por radiación; 25 Kcal/hora por convección; despreciable por conducción

Tabla XVII.1.- Calor eliminado por una persona en distintas situaciones

a) Tumbado	74 Kcal/hora
b) De pie	108 Kcal/hora
c) Trabajo de pie	140 Kcal/hora
d) Andando (5 Km/hora)	270 Kcal/hora
e) Carrera (9 Km/hora)	580 Kcal/hora
f) Trabajos muy intensos	hasta 1200 Kcal/hora

La transpiración crece con la temperatura; de aquí que el ingeniero a la hora de proyectar, tiene que conseguir un determinado grado de bienestar que se puede lograr de diferentes formas. Existen curvas experimentales obtenidas tomando datos con gente en ambientes de distintas condiciones de temperatura seca y húmeda, y velocidad del aire, que dan sensaciones de confort parecidas.

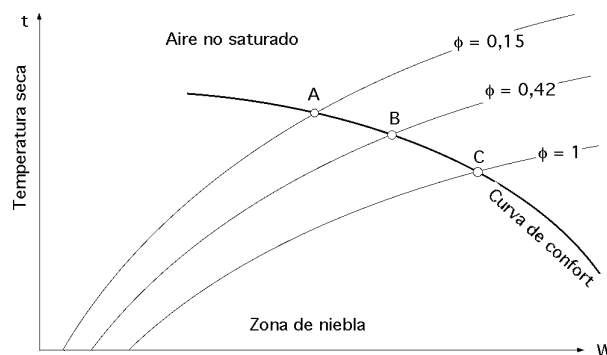


Fig XVII.1.- Curva de confort en el diagrama de Carrier

Estas curvas se definen por el valor de la temperatura en que la curva de confort equivalente corta a, $\phi = 1$. Esta temperatura se denomina *temperatura característica*. A título de ejemplo presentamos una curva de confort en la que las condiciones de confort serían equivalentes en los puntos A, B y C de la Fig XVII.1, de la forma,

- A) Temperatura seca 24°C; Temperatura húmeda 24°C; Velocidad del aire....en calma
- B) Temperatura seca 28°C; Temperatura húmeda 19°C; Velocidad del aire....en calma
- C) Temperatura seca 32°C; Temperatura húmeda 18°C; Velocidad del aire....1 m/seg

La curva de confort a la que pertenecen los puntos A, B y C viene definida, como sabemos, por su temperatura característica, que en éste ejemplo es la del punto A, de 24°C.

El mover el aire para producir una sensación de frescor resulta tanto más efectivo, cuanto mayor sea la humedad de este aire. Si la temperatura ambiente es mayor que la del ser humano, el movimiento de este aire podría originar quemaduras.

Por lo que respecta al efecto nocivo de las paredes frías, si por ejemplo se tiene una habitación a una temperatura ambiental de 18°C, y existe en ella una pared acristalada a 7°C, debido a la intensa radiación existente entre el ambiente y la pared, se experimenta una cierta sensación de

malestar; para evitar esta sensación, desagradable, es necesario elevar la temperatura del aire hasta unos 26°C, provocando este sobrecalentamiento del ambiente una compensación de fugas térmicas hacia el exterior.

Por lo tanto, cuando existen paredes frías, en lugar de hacer cálculos con la temperatura ambiental que se desee obtener, se trabajará con otra ficticia, de la forma,

$$t_{\text{ficticia}} = 0,45 \ t_{\text{ambiente}} + 0,55 \ R$$

en la que R es la suma de las temperaturas de las paredes frías multiplicadas por el ángulo sólido relativo subtendido por dicha pared

$$R = T_{\text{paredes}} \frac{F_{\text{paredes}}}{4 \ p}$$

Las condiciones de confort dependen también de las condiciones reinantes en el exterior. No es conveniente un salto brusco entre la temperatura del exterior y la del interior. La velocidad del aire en el interior de locales nunca debe superar los 0,85 m/seg, cuando en el mismo se desarrolle una actividad tranquila; la dirección del movimiento del aire en estas situaciones, nunca deberá ser vertical ascendente.

XVII.2.- CONDICIONES DE VENTILACION

Por lo anteriormente dicho se hace necesario utilizar sistemas de ventilación en aquellos locales en los que se desarrolle una gran concentración de partículas. Las disposiciones oficiales indican valores máximos de concentración aceptables MAC, que respecto al polvo pueden venir dados de dos formas,

- a) *En millones de partículas por m³*
- b) *En número de partículas por cm³*

Si el polvo contiene sílice se exige una concentración máxima mucho menor (peligro de silicosis). La fibra de amianto no está permitida (peligro de cáncer).

La ventilación y su factor de necesidad vienen determinados por el % de CO₂ no porque éste sea el más perjudicial, sino porque es el más fácil de medir y muy característico tratado como impureza ambiental.

El volumen de aire que se recomienda introducir en un lugar (sin fumar), es de 20 m³/hora y persona, y si se fuma es de 30 m³/hora y persona. En clínicas suele ser de 100 m³/hora y cama.

El número de veces que conviene renovar el aire por hora depende del tipo de local, procurando evitar velocidades de aire elevadas. Así se tiene,

- 2 a 5 Almacenes*
- 5 a 10 Oficinas, escuelas, aseos, salas de reuniones*
- 10 a 15 Salas de baile, clínicas, bares*
- 15 a 20 Salas de espectáculos y restaurantes*
- 20 a 30 Cines, teatros, casinos*

30 a 45 Cabinas de pintura

A un sistema de ventilación se le exigen una serie de condiciones, tales como,

- a) *Garantizar la renovación de aire precisa*
- b) *No producir corrientes molestas en los locales a ventilar*
- c) *El barrido tiene que ser uniforme*
- d) *El sistema de ventilación no debe producir ruidos molestos*

La ventilación puede ser natural o forzada; por la forma de actuar en el tiempo puede ser permanente e intermitente. Cuando es intermitente puede provocar el barrido del polvo depositado en las paredes durante el periodo en el que la ventilación no actúa.

La ventilación puede tener otras finalidades distintas de la de suministrar aire, como el arrastrar una cierta cantidad de calor o cantidades de productos nocivos. La ventilación tendrá que eliminar una fracción del calor a disipar, por cuanto hay una cantidad de calor q que se elimina por sí sola, en fugas y pérdidas al exterior.

El volumen de aire necesario para este tipo de ventilación es,

$$V = \frac{Q - q}{0,3 (T_e - T_i)} \frac{m^3}{hora}$$

siendo Q la cantidad de calor total a disipar, y T_e y T_i las temperaturas del medio exterior y del interior respectivamente.

Si se desea eliminar un elemento nocivo que se produce en el local a un ritmo de $P \frac{\text{partículas}}{\text{hora}}$, se precisará un volumen de aire V' dado por,

$$V' = \frac{P}{(MAC) - K_i} \frac{m^3}{hora}$$

siendo K_i la concentración del producto nocivo del aire que entra del ambiente, pudiendo ser cero.

La ventilación natural puede ser espontánea o por conducto. La ventilación espontánea tiene lugar a través de rendijas, agujeros, etc., y puede ser motivada por la acción del viento o por una diferencia de densidades originada por una diferencia de temperaturas en el aire.

La ventilación natural por conducto se realiza por la fuerza motriz (diferencia de densidades del aire) dentro del conducto. Para facilitar la aparición de la fuerza motriz se puede calentar la parte superior del conducto.

La ventilación forzada se realiza mediante una instalación que consta de,

- a) *Prefiltro*
- b) *Filtro*
- c) *Calefactor*
- d) *Ventilador*

A veces se completa con un refrigerador y un humidificador, cuya misión no es la de proporcionar una humedad ideal, sino que a partir de la humedad por él generada, ésta aglutina el polvo que

lleva el aire en suspensión.

Mediante el filtrado se retienen las partículas más finas, y suele consistir en hacer pasar el aire por una serie de laberintos impregnados en aceite. Un filtrado muy aceptado consiste en utilizar filtros electrostáticos en los que se depositan las partículas ionizadas.

El elemento calefactor no actúa directamente sobre el aire, sino que lo hace mediante un intercambiador de calor, de forma que por el interior de los tubos circula agua caliente y por el exterior el aire a calentar.

El ventilador tiene la misión de impulsar el aire a través del acondicionador. La toma de entrada de aire se realiza en la parte más higiénica del exterior mientras que las bocas de salida del local están situadas en la parte superior de las paredes o en los techos, pudiendo ir provistas de deflectores que orienten el aire donde más convenga.

XVII.3.- AIRE HUMEDO

El aire húmedo puede considerarse como una mezcla de aire seco y vapor de agua; el aire seco es una mezcla de gases, cuya composición química es la indicada en la Tabla XVII.2,

$$O_2 = 21 \% ; N_2 = 78 \% ; Ar = 0,94 \% ; He = 0,01 \%$$

En la mayoría de los problemas basta considerar al aire como seco, con una exactitud suficiente, como compuesto por el 21% de O_2 y el 79% de N_2 ó 3,76 partes en volumen de N_2 por 1 de O_2 .

Tabla XVII.2.- Composición y constantes físicas del aire seco

Gas	Análisis volumétrico %	Fracción molar	Peso molecular	Peso relativo
Oxígeno	20,99	0,2099	32	6,717
Nitrógeno	78,03	0,7803	28,016	21,861
Argón	0,94	0,0094	39,944	0,376
Anhidrido carbónico	0,03	0,0003	44,003	0,013
Hidrógeno	0,01	0,0001	2,016	

La composición en peso del aire seco puede considerarse como se indica en la Tabla XVII.I.

La constante universal del aire seco y del aire húmedo, considerados como un gas perfecto valen,

$$R_{\text{aire seco}}, R_a = 28,40 \frac{\text{Kgm}}{\text{kg}^\circ\text{K}}$$

$$R_{\text{aire húmedo}}, R = 29,27 \frac{\text{Kgm}}{\text{kg}^\circ\text{K}}$$

PUNTO DE ROCIO.- Un constituyente importante que existe normalmente en el aire, es el vapor de agua, el cual puede encontrarse en forma de vapor saturado seco o recalentado. Cuando el aire se enfría a presión constante, suponiendo que el vapor de agua se encuentra inicialmente recalentado, el enfriamiento de todos los constituyentes se realiza, (incluido el vapor de agua), a presión constante, porque la composición de la mezcla gaseosa no sufre modificación, Fig XVIII 2.

Tabla XVII.3.- Tabla de propiedades termodinámicas del aire

Temperatura °C	Presión		Volumen v"	Densidad "	Calor latente r	Entalpía
	mm (Hg)	mbar	m ³ /Kg	gramo/m ³	Kcal/kg	Kcal/kg
—10	2,15	2,87	433,50	2,31		
—9	2,33	3,10	393,00	2,55		
—8	2,51	3,35	365,00	2,74		
—7	2,71	3,62	339,20	2,95		
—6	2,93	3,91	315,40	3,17		
—5	3,16	4,22	293,40	3,41		
—4	3,41	4,54	273,10	3,66		
—3	3,67	4,90	254,50	3,93		
—2	3,96	5,27	237,20	4,22		
—1	4,26	5,68	221,10	4,52		
0	4,58	6,10	206,30	4,85	597,3	597,3
1	4,93	6,57	192,60	5,19	596,7	597,7
2	5,29	7,05	179,90	5,56	595,2	598,2
3	5,68	7,58	161,20	5,95	595,6	598,6
4	6,10	8,13	157,30	6,36	595,1	599,1
5	6,54	8,72	147,20	6,79	594,5	599,5
6	7,03	9,35	137,80	7,26	593,9	599,9
7	7,51	10,13	129,10	7,75	593,4	600,4
8	8,02	10,72	121,00	8,26	592,8	600,8
9	8,61	11,47	113,40	8,81	592,3	601,3
10	9,21	12,27	106,42	9,40	591,7	601,7
11	9,85	13,12	99,91	10,01	591,2	602,2
12	10,52	14,02	93,84	10,66	590,6	602,6
13	11,23	14,97	88,18	11,34	590,1	603,1
14	11,99	15,97	82,90	12,06	589,5	603,5
15	12,79	17,04	77,97	12,82	588,9	603,9
16	13,64	18,07	73,39	13,63	588,3	604,3
17	14,53	19,36	69,10	14,47	587,7	604,7
18	15,48	20,62	65,09	15,36	587,1	605,1
19	16,48	21,96	61,34	16,30	586,6	605,6
20	17,54	23,37	57,84	17,29	586,0	606,0
21	18,66	24,86	54,56	18,33	585,4	606,4
22	19,84	26,43	51,50	19,42	584,9	606,9
23	21,07	28,09	48,62	20,57	584,3	607,3
24	22,38	29,82	45,93	21,77	583,8	607,3
25	23,77	31,67	43,40	23,04	583,2	608,2
26	25,22	33,60	41,04	24,37	582,6	608,6
27	26,75	35,64	38,32	25,76	532,1	609,1
28	28,36	37,79	36,73	27,23	581,5	609,5
29	30,05	40,04	34,77	28,75	581,0	610,0
30	31,83	42,41	32,93	30,37	580,4	610,4
31	33,71	44,92	31,20	32,05	579,9	610,9
32	35,67	47,53	29,57	33,82	579,3	611,3
33	37,74	50,29	28,04	35,66	578,7	611,7
34	39,91	53,18	26,60	37,59	578,2	612,2
35	42,20	56,22	25,24	39,62	577,6	612,6
36	44,58	59,40	23,97	41,72	577,0	613,1
37	47,09	62,74	22,77	43,92	576,5	613,5
38	49,72	66,24	21,63	46,23	575,9	613,9
39	52,47	69,91	20,56	48,64	575,3	614,3
40	55,35	73,75	19,55	51,15	574,7	614,7
41	58,37	77,78	18,59	53,79	574,1	615,1
42	61,53	81,98	17,69	56,53	573,5	615,5
43	64,84	86,39	16,84	59,38	572,9	615,9
44	68,29	91,00	16,04	62,34	572,4	616,4
45	71,92	95,82	15,28	65,44	571,3	616,8
46	75,69	100,85	14,560	68,68	571,3	617,3
47	79,64	106,12	13,880	72,05	570,7	617,7
48	83,77	111,62	13,230	75,59	570,1	618,1
49	88,08	117,35	12,620	79,24	569,6	618,6

Tabla de propiedades termodinámicas del aire (Final)

Temperatura °C	Presión		Volumen v'' m^3/Kg	Densidad ρ $gramo/m^3$	Calor latente r Kcal/kg	Entalpía Kcal/kg
	mm (Hg)	mbar				
50	92,57	123,34	12,040	83,06	569,0	619,0
51	97,27	129,60	11,500	86,96	568,4	619,4
52	102,16	136,12	10,980	91,07	567,8	619,8
53	107,26	142,92	10,490	95,33	567,3	620,3
54	112,6	150,0	10,020	99,80	566,7	620,7
55	118,1	157,4	9,578	104,4	566,1	621,1
56	123,9	165,1	9,158	109,2	565,5	621,5
57	129,9	173,1	8,757	114,2	565,0	622,0
58	136,2	181,5	8,380	115,3	564,4	622,4
59	142,8	190,2	8,020	124,7	563,8	622,8
60	149,5	199,2	7,675	130,2	563,2	623,2
61	155,6	208,6	7,353	136,0	562,6	623,6
62	163,9	215,4	7,043	142,0	562,0	624,0
63	171,5	228,5	6,749	148,2	561,4	624,4
64	179,4	239,1	6,463	154,6	560,8	624,8
65	187,7	250,1	6,201	161,3	560,2	625,2
66	196,2	261,4	5,947	168,1	559,6	625,6
67	205,1	273,3	5,705	175,3	559,1	626,1
68	214,3	285,6	5,475	182,6	558,5	626,5
69	224,0	298,4	5,255	190,3	557,3	626,9
70	233,9	311,7	5,045	198,2	557,3	627,3
71	244,2	325,4	4,846	206,4	556,7	627,7
72	254,9	330,6	4,655	214,8	556,1	628,1
73	265,9	354,3	4,473	223,6	555,5	628,5
74	277,4	369,6	4,299	232,6	554,9	628,9
75	289,3	385,5	4,133	242,0	554,3	629,3
76	301,6	401,9	3,975	251,6	553,7	629,7
77	314,4	413,5	3,824	261,5	553,1	630,1
78	327,6	436,5	3,679	271,8	552,5	630,5
79	341,3	454,7	3,540	282,5	551,9	630,9
80	355,4	473,6	3,408	293,4	551,3	631,3
81	370,1	493,1	3,282	304,7	550,7	631,7
82	385,2	513,3	3,161	316,4	550,1	632,1
83	400,9	534,2	3,045	328,4	549,5	632,5
84	417,1	555,7	2,934	340,8	548,9	632,9
85	433,8	578,0	2,828	353,6	548,3	633,3
86	451,1	601,1	2,727	366,7	547,7	633,7
87	469,0	625,1	2,629	380,4	547,1	634,1
88	487,5	649,5	2,536	394,3	546,4	634,4
89	506,5	674,9	2,447	408,7	545,8	634,8
90	526,2	701,1	2,361	423,5	545,2	635,2
91	546,4	728,1	2,279	438,8	544,6	635,6
92	567,5	756,1	2,200	454,5	543,9	635,9
93	589,1	784,9	2,124	470,8	543,3	636,3
94	611,4	814,6	2,052	487,3	542,7	636,8
95	634,4	845,2	1,982	504,5	542,1	637,2
96	658,1	876,9	1,915	522,2	541,5	637,6
97	682,6	909,5	1,851	540,2	540,9	638,0
98	707,7	943,0	1,789	559,0	540,3	638,4

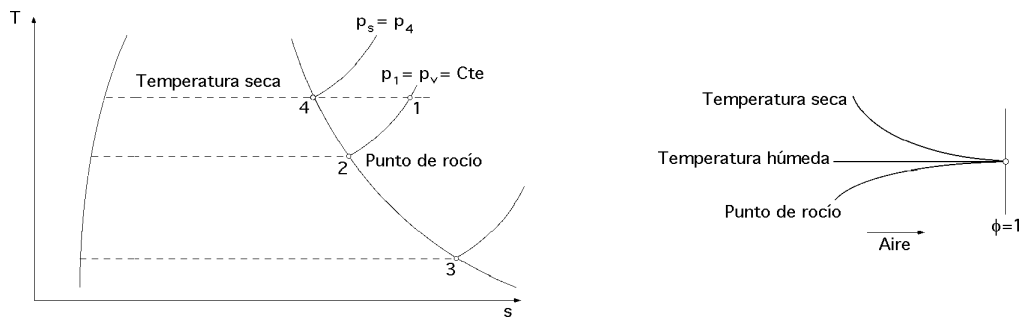


Fig XVII.2.- Punto de rocío y temperatura seca

Al continuar el enfriamiento llega un momento en que el vapor de agua alcanza el estado de saturación, punto 2, y una disminución posterior de la temperatura da lugar a la condensación del vapor de agua, modificándose entonces la composición de la fase gaseosa.

La temperatura a la cual aparece agua líquida se denomina **punto de rocío**.

En el punto 1, el vapor se encuentra recalentado a una temperatura denominada **temperatura seca**, que se mide con un termómetro normal. Entre los puntos 1 y 2 se enfría el vapor, manteniéndose constante la presión parcial del vapor de agua; al alcanzarse el punto 2, **punto de rocío**, el vapor de agua recalentado se ha convertido en vapor saturado seco; si la temperatura del aire sigue disminuyendo, para valores inferiores al punto de rocío, el aire seguirá estando saturado, aunque la presión parcial del vapor de agua en el intervalo comprendido entre los puntos 2 y 3 disminuye progresivamente debido a la condensación.

Conocida la temperatura T del punto de rocío, se puede calcular la presión del vapor mediante Tablas de constantes de vapor; la presión parcial del vapor saturado en el punto de rocío 2 es también la presión parcial del vapor recalentado en las condiciones del punto 1.

HUMEDAD RELATIVA Φ .— Se define la humedad relativa Φ , como la relación

$$= \frac{\text{Presión parcial del vapor de agua existente en la atmósfera}}{\text{Presión de saturación a la misma temperatura}} = \frac{p_1}{p_4} = \frac{p_v}{p_s}$$

en la que el subíndice v indica vapor de agua recalentado y el s indica vapor de agua saturado

De acuerdo con la Fig XVII.2, la humedad relativa del vapor recalentado de la mezcla gaseosa, a la temperatura T_1 , es la relación entre la presión parcial correspondiente al punto 1 ó el 2, y la correspondiente al punto 4. Como a las presiones ordinarias las leyes de los gases perfectos se cumplen bastante bien, se puede poner,

$$= \frac{p_v}{p_s} = \frac{\frac{R_v T}{v_v}}{\frac{R_s T}{v_s}} = \frac{v_s}{v_v}$$

ya que por considerar el vapor de agua como un gas perfecto se tiene que, $R_v = R_s = R = \text{Cte}$, al tiempo que la temperatura seca T_s es la misma en los puntos 1 y 4.

Cuando, $\phi = 1$ el aire se encuentra en el punto de rocío, la humedad relativa es del 100%, y $v_v = v_s$. La determinación de la humedad relativa de la atmósfera se hace mediante los psicrómetros y los higrómetros.

HUMEDAD ESPECIFICA W .- Se llama humedad específica o absoluta, W , a la cantidad de agua contenida en un volumen de aire húmedo igual a 1 m³, definida mediante la siguiente relación,

$$W = \frac{\text{Peso del vapor de agua contenido en 1 m}^3 \text{ de aire húmedo}}{\text{Peso del aire seco contenido en el mismo volumen}} = \frac{m_v}{m_a} \quad v, T$$

por lo que se puede poner,

$(1 + W)$ kg de aire húmedo = 1 kg de aire seco + W kg de vapor de agua

En la hipótesis de gas perfecto se tiene,

$$W = \frac{m_v (K_{\text{vapor de agua}})}{m_a (K_{\text{aire seco}})} = \frac{\frac{p_v}{R_v} \frac{V_v}{T_v}}{\frac{p_a}{R_a} \frac{V_a}{T_a}} = \frac{R_a}{R_v} \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \frac{p_v}{p - p_v}$$

en la que: $\frac{R_a}{R_v} = 0,622$

Teniendo en cuenta que, $p_v = p_s$, W se puede poner en la forma,

$$W = 0,622 \frac{p_s}{p - p_s} = 0,622 \frac{p_s}{p_a} = 0,622 \frac{\frac{R_s T}{V_s}}{\frac{R_a T}{V_a}} = \frac{V_a}{V_s} = \frac{s}{a}$$

con, $p = p_a + p_v$, presión total del aire húmedo.

GRADO DE SATURACION μ .- El grado de saturación μ es aproximadamente igual a la humedad relativa ϕ , y es la relación existente entre la humedad absoluta del aire W , y la humedad absoluta W_s correspondiente al aire saturado a la misma temperatura seca, es decir,

$$\mu = \frac{W}{W_{\text{sat}}} = \frac{0,622 \frac{p_v}{p - p_v}}{0,622 \frac{p_s}{p - p_s}} = \frac{p_v (p - p_s)}{p_s (p - p_v)} = \frac{p - p_s}{p - p_v}$$

y como los valores de las presiones parciales p_s y p_v son pequeños con relación a p , resulta que el grado de saturación es aproximadamente igual a la humedad relativa ϕ .

Ejemplo.- La presión parcial del vapor de agua en la atmósfera es de 10 mm y su temperatura seca de 20°C
¿Cuál es el valor de Φ ? ¿Cómo se puede alcanzar la saturación, $\Phi = 100\%$?

a) Según las Tablas de vapor de agua saturado para 20°C la presión de vapor será de 17,54 mm de Hg. Por consiguiente,

$$= \frac{p_v}{p_s} = \frac{10}{17,54} \times 100 = 57\%$$

b) Puesto que el vapor de agua de la atmósfera está saturado cuando su presión parcial es igual a la presión de vapor a la T_a del aire, puede conseguirse la saturación de dos formas,

b.1) Aumentando el contenido de vapor de agua, introduciendo bastante vapor de agua manteniendo constante la T para aumentar la presión parcial hasta 17,54 mm Hg.

b.2) Haciendo descender la temperatura hasta 11,4°C correspondiente a una presión de 10 mm de Hg.

Si la T se hace descender por debajo de 11,4°C, la presión de vapor será inferior a 10 mm de Hg, lo cual implica que la presión parcial, al ser inferior a la presión de vapor, provoca la condensación de éste en cantidad suficiente para que la presión de vapor se reduzca a la presión parcial correspondiente a la T inferior. Este es el proceso que provoca la formación de nubes, nieve y lluvia.

El fenómeno tiene también lugar, con cierta frecuencia, durante la noche, cuando la superficie de la tierra se enfría por radiación; la humedad condensada se denomina rocío. Si la presión de vapor es tan baja que la temperatura debe descender por debajo de 0°C antes de producir la saturación, el vapor se condensa formando cristales de hielo en forma de escarcha.

La temperatura T a la cual el vapor de agua contenido en la atmósfera (recalentado) se convierte en vapor saturado se denomina, como sabemos, punto de rocío. La medida de la T del punto de rocío proporciona el método más exacto para determinar Φ . Este método consiste en enfriar un recipiente metálico que tiene una superficie brillante y pulida, y medir su temperatura (que es la de rocío), cuando se observe que dicha superficie se empaña con la humedad condensada.

Ejemplo.- Si con el procedimiento utilizado se ha determinado que la temperatura del punto de rocío está a 10°C, entonces sabemos que el vapor de agua de la atmósfera está saturado a 10°C y, por consiguiente, su presión parcial (según las Tablas) es de 9,21 mm de Hg; la presión necesaria para la saturación a 20°C será de 17,54 mm de Hg y, por lo tanto, la humedad relativa Φ será,

$$= \frac{9,21}{17,54} \times 100 = 52,5\%$$

XVII.4.- ENTALPIA DEL AIRE

Entalpía del aire húmedo

Para determinar la entalpía del aire húmedo, se puede tomar como origen de entalpías el 0°C; la entalpía total del aire húmedo i es la suma de las entalpías del aire seco i_a y del vapor de agua i_v , es decir,

$$i = i_a + i_v$$

Entalpía del aire seco.- Cuando el aire se encuentra a la temperatura t en °C es,

$$i_a = c_{p(\text{aire seco})} t = 0,24 t \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}} = t \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Entalpía del vapor de agua.- Como W es la cantidad de vapor de agua contenido en la atmósfera por kg de aire seco, y r es el calor de vaporización del agua, se puede poner,

$$i_v = W \{c_{p(\text{vapor de agua})} t + r\}$$

Entalpía específica total

$$i = c_{p(\text{aire seco})} t + W \{c_{p(\text{vapor de agua})} t + r\} = c_{pa} t + c_{pv} W t + W r$$

y como,

$$c_{pa} = 0,24 \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}^\circ\text{K}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{K}} \quad ; \quad c_{pv} = 0,47 \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}^\circ\text{K}} \quad ; \quad r_{t=0^\circ\text{C}} = 595 \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}}$$

resulta,

$$i = 0,24 t + 0,47 W t + 595 W = 0,24 t + \{0,47 t + 595\} W \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}}$$

que permite calcular la entalpía final del aire húmedo a cualquier temperatura t en $^\circ\text{C}$, tomando como referencia la de 0°C .

Entalpía del aire por debajo del punto de rocío

En el caso en que la temperatura del aire húmedo esté por debajo de la del punto de rocío, éste puede contener agua no sólo en forma de vapor saturado, sino también en forma de líquido (niebla) por encima de 0°C , ó en forma de hielo (nieve), por debajo de 0°C .

El aire húmedo sobresaturado contiene una masa m_a de aire seco, $W_{\text{sat}} m_a$, de vapor saturado y $(W - W_{\text{sat}}) m_a$, de agua líquida.

Su entalpía para, $m_a = 1$, es,

$$i = i_a + i_{v(\text{saturado})} + i_{\text{agua líquida}} = 0,24 t + W_{\text{sat}} (0,47 t + 595) + (W - W_{\text{sat}}) t$$

Entalpía del aire por debajo del punto de congelación

Si el aire húmedo contiene hielo (tiene que estar saturado a una temperatura inferior a 0°C), su entalpía es,

$$i = i_a + i_{v(\text{saturado})} + i_{\text{agua sólida}} = 0,24 t + W_{\text{sat}} (0,47 t + 595) + (W - W_{\text{sat}}) (-79 + 0,49 t)$$

ya que la entalpía del hielo a 0°C se considera (-), siendo el calor específico del hielo igual a $0,49 \text{ Kcal/kg}^\circ\text{C}$ y el calor latente de solidificación del agua igual a 79 Kcal/kg .

En la fórmula anterior, la primera parte es la entalpía del aire más la del vapor que está en estado de saturación; la segunda parte es la entalpía del hielo, que es la suma del calor cedido por el agua al solidificar y del calor cedido por el hielo al enfriarlo isobáricamente hasta $t < 0^\circ\text{C}$, desde 0°C .

XVII.5.- PESO DEL AIRE SECO Y DEL AIRE HUMEDO

Para determinar los pesos del aire seco y del aire húmedo, hay que tener en cuenta que la densidad del aire seco en condiciones normales de presión y temperatura es de 1,293 kg/m³, mientras que la del vapor de agua con relación a la del aire es 0,622.

Ejemplo.- Supuesto 1 m³ de aire a 20°C y 760 mm de Hg, con una humedad relativa del 60%, y sabiendo que la presión de saturación p_s del vapor de agua a 20°C es de 17,5 mm de Hg, el peso del aire seco m_a vendrá dado (reduciendo el volumen a condiciones normales) por,

$$m_0 = \rho_0 V_0 \quad (\text{masa en condiciones normales})$$

$$p_0 V_0 = m_0 R T_0 \quad ; \quad p_a V_a = m_a R T_a$$

$$\frac{p_0 V_0}{p_a V_a} = \frac{m_0 T_0}{m_a T_a} \quad m_0 = m_a \frac{T_a}{T_0} \frac{p_0 V_0}{p_a V_a} = \rho_0 V_0$$

Peso m_a del aire seco,

$$\begin{aligned} m_a &= \rho_0 \frac{T_0}{T_a} \frac{p_a V_a}{p_0} = \rho_0 \frac{T_0}{T_a} \frac{(p - p_v) V_a}{p_0} = \rho_0 \frac{T_0}{T_a} \frac{(p - p_s) V_a}{p_0} = \\ &= 1,293 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \frac{273}{293} \frac{760 - (0,6 \times 17,5)}{760} = 1,188 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Peso m_v del vapor de agua, $m_v = W m_a$, en la que W vale,

$$W = 0,622 \frac{p_s}{p - p_s} = 0,622 \frac{0,6 \times 17,5}{760 - (0,6 \times 17,5)} = 8,71 \cdot 10^{-3}$$

$$m_v = 8,71 \cdot 10^{-3} \times 1,188 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,0103 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$m_{\text{aire húmedo}} = m_a + m_v = (1,188 + 0,0103) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1,1983 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

XVII.6.- PSICROMETROS

Los psicrómetros son aparatos destinados a la medida de la humedad del aire; constan de dos termómetros de mercurio, uno seco y otro húmedo. El termómetro húmedo difiere del seco en que su depósito de mercurio (bulbo) está envuelto en una mecha de tela mojada en agua.

Cuando la corriente de aire húmedo incide sobre los bulbos de estos termómetros, el termómetro seco indica la temperatura del aire húmedo (*es la medida del calor sensible del aire*), mientras que el termómetro húmedo indica la temperatura a que está el agua contenida en la gasa húmeda que envuelve su bulbo; la temperatura del bulbo húmedo indica la cantidad de calor total almacenado en el aire; está claro que, cuando el aire sopla sobre el termómetro húmedo, el agua se evapora de la superficie de la mecha mojada (si es aire húmedo o está saturado).

El aire atmosférico no saturado y con humedad desconocida pasa por la gasa húmeda hasta que se establece el equilibrio dinámico y la temperatura de la gasa (y por consiguiente, del termó-

metro) se estabiliza en cierto valor.

*La diferencia entre la temperatura del bulbo seco y la del bulbo húmedo se llama **depresión del bulbo húmedo**.*

Conocida la temperatura del bulbo húmedo se puede hallar la presión parcial del vapor de agua mediante fórmulas experimentales, como la debida a Carrier (1911),

$$P_v = P_s(\text{Temp. bulbo húmedo}) - \frac{[P - P_s(\text{Temp. bulbo húmedo})][T_{(\text{Bulbo seco})} - T_{(\text{Bulbo húmedo})}]}{1555 - 1,3 T_{(\text{Bulbo húmedo})}}$$

La evaporación será tanto más intensa cuanto más seco esté el aire que incida sobre la tela, es decir, cuanto menor sea la presión parcial del vapor de agua contenido en el aire; como en evaporar la humedad se gasta una cierta cantidad de calor, igual al calor latente de vaporización del agua, la temperatura de la tela húmeda descenderá, pudiendo llegar a valores próximos a la temperatura del punto de rocío, en cuyo caso cesará la evaporación y la temperatura permanecerá constante.

Midiendo la temperatura del punto de rocío, (que es por definición la temperatura a la cual la presión real del vapor p_v se hace igual a la presión de saturación p_s , y con ayuda de las Tablas psicrométricas, se determina la presión parcial del vapor de agua en el aire húmedo p_v y, por lo tanto, la humedad del aire.

La diferencia entre la temperatura del bulbo o termómetro seco t_{seca} y la temperatura del bulbo o termómetro húmedo $t_{húmeda}$ es proporcional a la humedad del aire; así, cuanto más seco sea el aire, tanto mayor será la diferencia, $t_{seca} - t_{húmeda}$.

Si el aire está saturado de vapor, $t_{seca} = t_{húmeda}$, ya que la presión parcial del vapor de agua en el aire será igual a la presión de saturación del vapor de agua a esta temperatura t_{seca} .

Cuando desciende la temperatura de la tela húmeda, y debido a que al ocurrir ésto aparece una diferencia entre la temperatura del agua de la tela y la temperatura del aire que la rodea, se produce un flujo de calor, procedente de las capas de aire próximas, a la tela húmeda.

En virtud de ésto, el equilibrio (constancia de la temperatura de dicha tela), se establece no a la temperatura del punto de rocío, sino a una temperatura algo más alta, que recibe el nombre de temperatura de bulbo húmedo o del termómetro húmedo.

La dependencia del contenido de vapor de agua en el aire con respecto a las magnitudes t_{seca} y $t_{húmeda}$ se establece mediante experimentos, de acuerdo con cuyos resultados se construyen los diagramas psicrométricos o las tablas de valores.

Por las indicaciones de un psicrómetro y valiéndose de estos diagramas o tablas es fácil determinar el vapor de agua contenido en el aire.

XVII.7.- DIAGRAMA (I-W) DEL AIRE HUMEDO (*Diagrama de Mollier*)

Si sobre el eje de ordenadas se toma la entalpía del aire húmedo I, y sobre el eje de abscisas el contenido en vapor W, se obtiene el diagrama (I-W), mediante el cual se consigue una simplificación considerable en los cálculos relacionados con el aire húmedo. Las isotermas del aire no saturado son rectas, porque los coeficientes de inclinación para las temperaturas dadas son magnitu-

des constantes, deduciéndose que cuanto más alta sea la temperatura, tanto más pendiente tendrá la isoterma; la inclinación mínima la tiene la isoterma 0°C que parte del origen de coordenadas como punto de referencia.

Las isotermas del aire no saturado, son comunes, cada una de ellas, para las diversas presiones del aire húmedo, con la condición de que estas presiones no sean demasiado grandes, de manera que siga siendo válida la aproximación a gas perfecto del aire húmedo.

En el diagrama (I-W) de coordenadas oblicuas, las líneas de igual entalpía son paralelas y forman un mismo ángulo con el eje de las W, de 34° aproximadamente (Diagrama de Mollier). La inclinación de las isotermas en el sistema de ejes oblicuos crece también al aumentar la temperatura, siendo nula la inclinación de la isoterma 0°C.

Si el aire está saturado de vapor de agua, el seguir inyectando agua en él no conduce a aumentar su contenido de vapor, ya que éste ha alcanzado el máximo posible y la humedad condensará formando niebla. En el diagrama (I-W), a la derecha de la línea de saturación, se encuentra la región denominada zona de niebla. Si una isoterma del aire húmedo se prolonga hacia la derecha de la línea de saturación, aunque la magnitud W crece, este crecimiento se efectúa únicamente a expensas del aumento del líquido.

Las isotermas en la zona de aire saturado son rectas inclinadas, cuyo ángulo es tanto mayor cuanto más elevada sea la temperatura; al cruzar la línea de saturación sufren un quiebro.

El diagrama (I-W) se emplea en aquellos casos en que hay que trabajar con procesos de desecación de una sustancia cualquiera; el aire utilizado para este proceso absorbe la humedad y se humedece. Por eso hay que utilizar aire no saturado, siendo preferible que su contenido inicial en vapor de agua sea lo más pequeño posible.

El diagrama psicrométrico se utiliza normalmente para presiones del aire de 1 atm (760 mm de Hg, ó 1013 mbars). Se pueden ampliar las posibilidades del diagrama haciéndole independiente del valor de la presión citada, en vez de hacer un diagrama para cada presión total del aire distinta de 1 atm.

Si la presión total del aire p no es una atmósfera, la posición de la línea de, $\phi = 1$, variará por cuanto,

$$W = 0,622 \frac{p_s}{p - p_s} = 0,622 \frac{\frac{p_s}{p}}{1 - \frac{p_s}{p}} = \left| k = \frac{p_s}{p} \right| = 0,622 \frac{k p_s}{1 - k p_s}$$

Si, $p = 1$ atm, las curvas k coinciden con las ϕ .

La ecuación aproximada de la curva de saturación es para, $p = 1$ atm, de la forma

$$T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5291}{14,293 - \ln W p + \ln(W + 0,622)} - 273$$

En general, si la $p > 1$ atm, la curva, $\phi = 1$, se desplaza hacia arriba, y si es menor, hacia abajo.

Si, $p > 1$ atm, por ejemplo, $p = 1,1$ atm, $k = \frac{1}{1,1} = 0,9$.

En este caso, el gráfico correspondiente a, $p = 1$ atm, se puede transformar en el gráfico, $p = 1,1$ atm, teniendo en cuenta que en el gráfico nuevo, $\phi = 1$, sería la curva, $\phi = 0,9$ del gráfico para, $p = 1$ atm, y así sucesivamente.

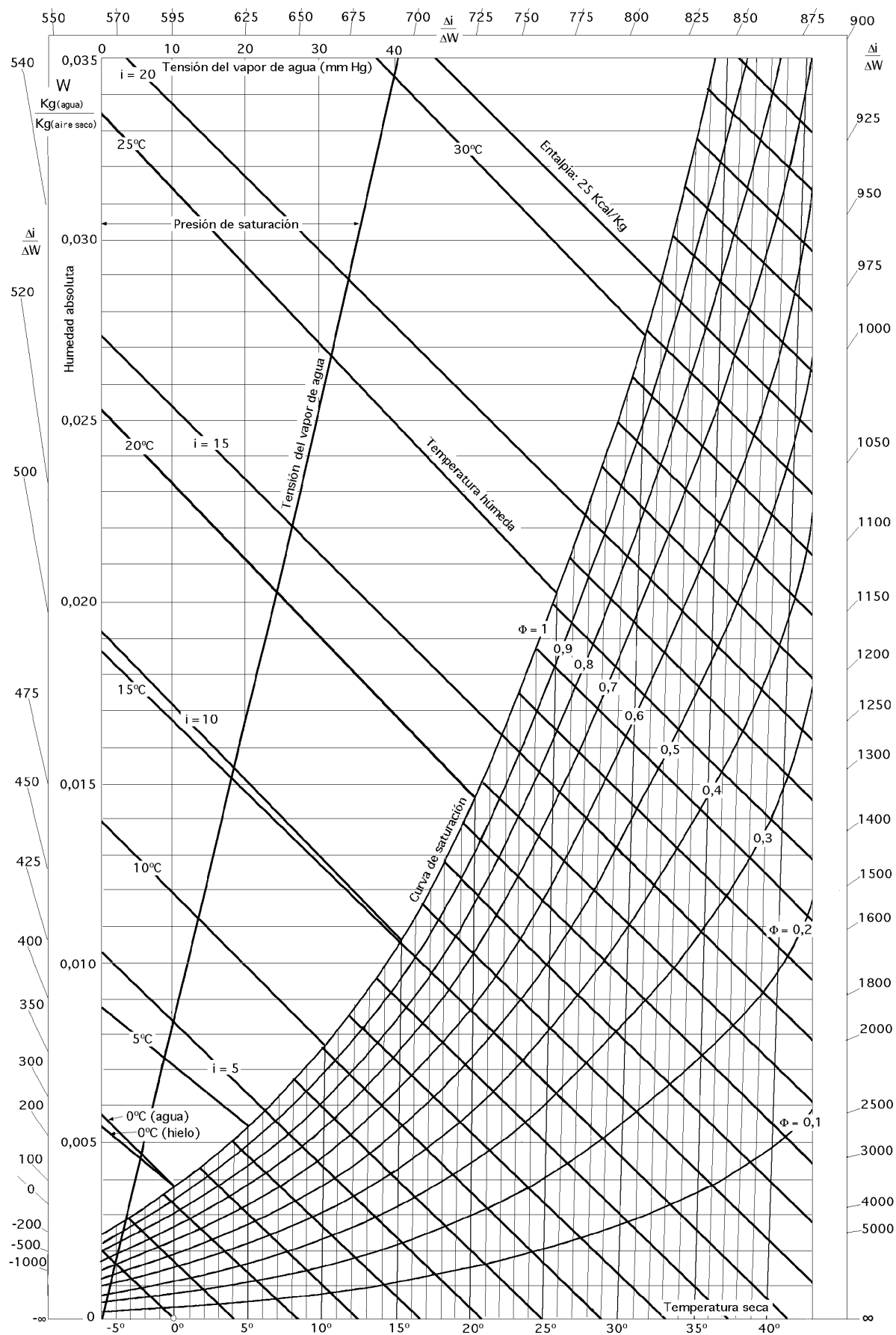


Fig XVII.3a.- Diagrama psicrométrico del aire (Mollier)

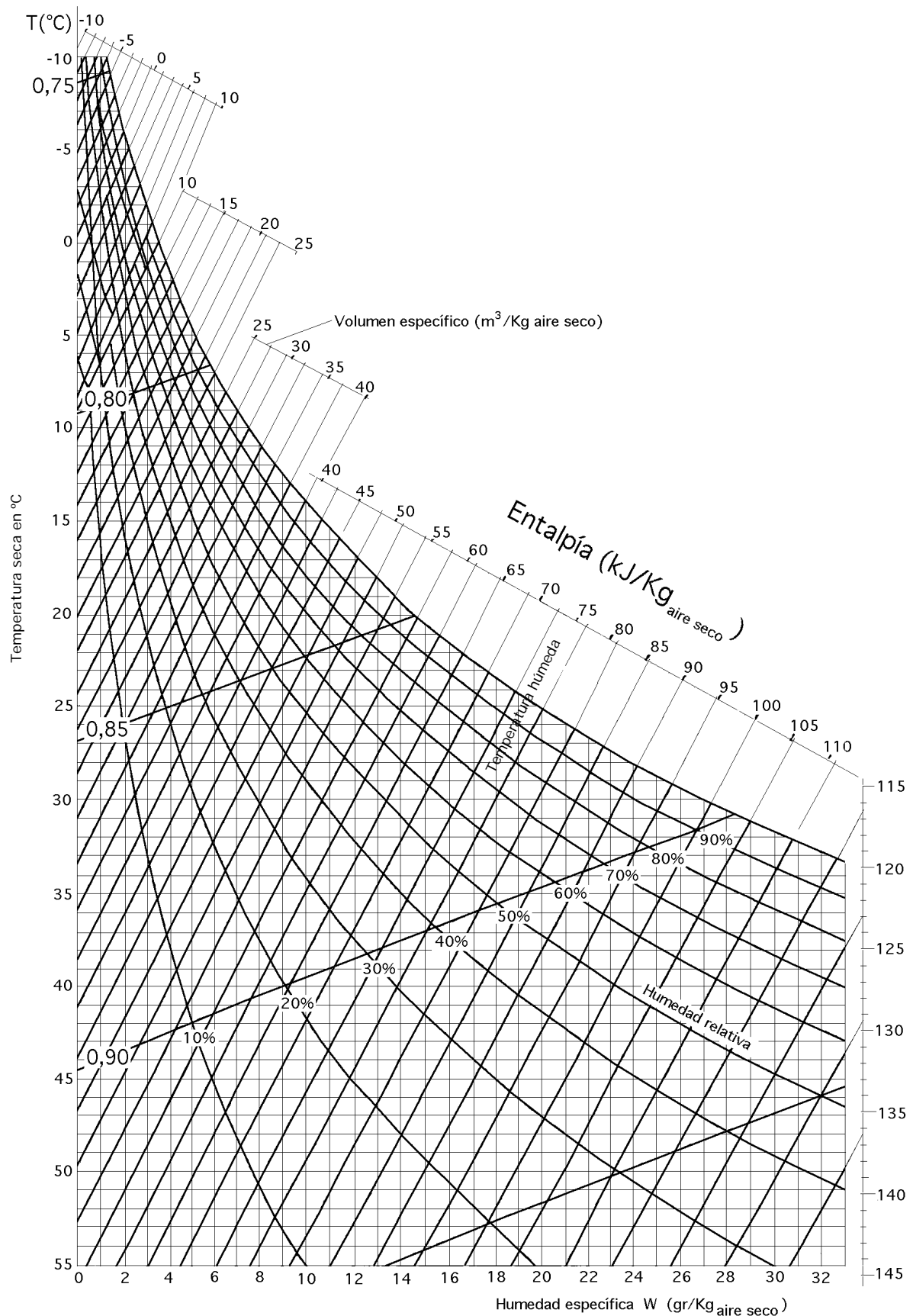


Fig XVII.3b.- Diagrama psicrométrico del aire (Carrier)

Por lo que respecta a las isothermas si para, $p = 1 \text{ atm}$, era una en concreto, para $p = 1,1 \text{ atm}$, la nueva isoterma arrancará de, $k = 0,9$, y sería paralela a la anterior.

Para resolver algunos problemas de aire húmedo, en los que es necesario establecer en el diagrama de Mollier la pendiente real x de una recta, o dada la pendiente trazar la recta que pasa por un punto con dicha pendiente, se ha incluido en la periferia de dicho diagrama una escala gráfica de pendientes que viene referida al origen de coordenadas.

Para su utilización hay que tener en cuenta que si por un punto cualquiera se desea trazar una recta de pendiente x dada por,

$$\frac{i}{W} = x$$

se une el origen con el número correspondiente a la pendiente x , y por el punto en cuestión se trazaría la paralela, obteniéndose así la transformación deseada.

XVII.8.- MEZCLA DE UNA CORRIENTE DE AIRE CON OTRA DE AGUA PULVERIZADA, EN REGIMEN PERMANENTE

El acondicionamiento de grandes cantidades de agua o de aire tiene que realizarse siempre mediante un proceso en régimen permanente, existiendo en la mayoría de los casos más de una corriente fluida. Teniendo en cuenta el esquema que se presenta en la Fig XVII.4, en el mismo penetra una corriente de aire con una determinada cantidad de humedad, la cual, cuando el aire sale del sistema, habrá podido aumentar o disminuir. A causa de la humidificación o deshumidificación que tiene lugar en el sistema, para que el proceso sea continuo, debe introducirse o eliminarse agua, independientemente de que el sistema sea adiabático o no.

$$Q = m_{i_{sal}} - m_{i_{ent}} = m_a (i_{a2} - i_{a1}) + (m_{v2} i_{v2} - m_{v1} i_{v1}) + m_4 i_4 - m_3 i_3$$

$m_a (i_{a2} - i_{a1})$, la variación de entalpía del aire seco

siendo, $m_{v2} i_{v2} - m_{v1} i_{v1}$, la variación de entalpía del vapor de agua

$m_4 i_4 - m_3 i_3$, la variación de entalpía del agua líquida

Dividiéndola por m_a se obtiene *el calor q intercambiado* entre las secciones 1 y 2, en Kcal/kg de aire seco, en la forma,

$$q = \frac{Q}{m_a} = (i_{a2} - i_{a1}) + \frac{m_{v2} i_{v2} - m_{v1} i_{v1}}{m_a} + \frac{m_4 i_4 - m_3 i_3}{m_a} =$$

$$= (i_{a2} - i_{a1}) + W_2 i_{v2} - W_1 i_{v1} + \frac{m_4 i_4 - m_3 i_3}{m_a}$$

La cantidad de agua que sale por 4 no coincide con la que entra por 3, ya que al aire se le añade o elimina una cierta cantidad de agua. Para el flujo del agua tiene que verificarse la ecuación de continuidad,

$$W_2 - W_1 = \frac{m_{v2} - m_{v1}}{m_a} = \frac{m_3 - m_4}{m_a}$$

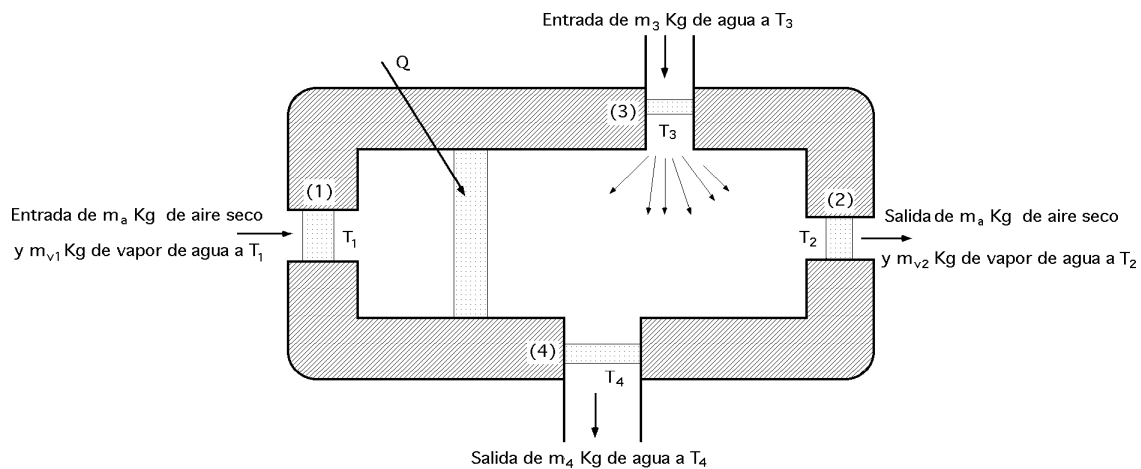


Fig XVII.4

Estas ecuaciones se pueden simplificar, poniendo la entalpía del aire húmedo en función de la entalpía de una mezcla formada por 1 kg de aire seco y W kg de vapor de agua, como,

$$I \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{Kg(aire seco)}} \right) = 1 \cdot i_a + W i_v$$

que es la entalpía del aire húmedo; sustituyendo en q resulta,

$$q = \frac{Q}{m_a} = I_2 - I_1 + \frac{m_4 i_4 - m_3 i_3}{m_a}$$

en la que, $I_2 - I_1$, es la variación de entalpía del aire húmedo.

En algunos casos existe en el sistema solamente una corriente de agua; tal sucede, por ejemplo, si toda el agua pulverizada que penetra en el sistema pudiera vaporizarse en el aire, y por lo tanto, en este caso, $m_4 = 0$, por lo que quedará,

$$q = (i_{a2} - i_{a1}) + (W_2 i_{v2} - W_1 i_{v1}) - \frac{m_3}{m_a} i_3 = \left| \begin{array}{l} \text{Ecuación de continuidad} \\ m_3 = m_a (W_2 - W_1) \end{array} \right| =$$

$$= (i_{a2} - i_{a1}) + (W_2 i_{v2} - W_1 i_{v1}) - (W_2 - W_1) i_3 = I_2 - I_1 + (W_2 - W_1) i_3 = I_2 - I_1 + \frac{m_3}{m_a} i_3$$

que es la variación del calor específico de 1 kg de aire seco, mediante el cual se pueden estudiar algunos casos particulares.

XVII.9.- PROCESO DE SATURACION ADIABATICA

Si se supone un proceso en el que, por ejemplo, se aumenta la humedad del aire, haciéndole atravesar una cámara aislada en cuyo interior hay agua con una gran superficie libre, Fig XVII.5, al pasar el aire sobre la superficie del agua, se enfriará, mientras que el agua se calentará, sobreviniendo la evaporación. En este proceso adiabático, cuando la energía térmica cedida por el aire al agua sea igual a la que ésta necesita para vaporizarse, se habrá alcanzado el equilibrio térmico, en el que llamaremos T^* a la temperatura del agua correspondiente a un sistema en régimen permanente.

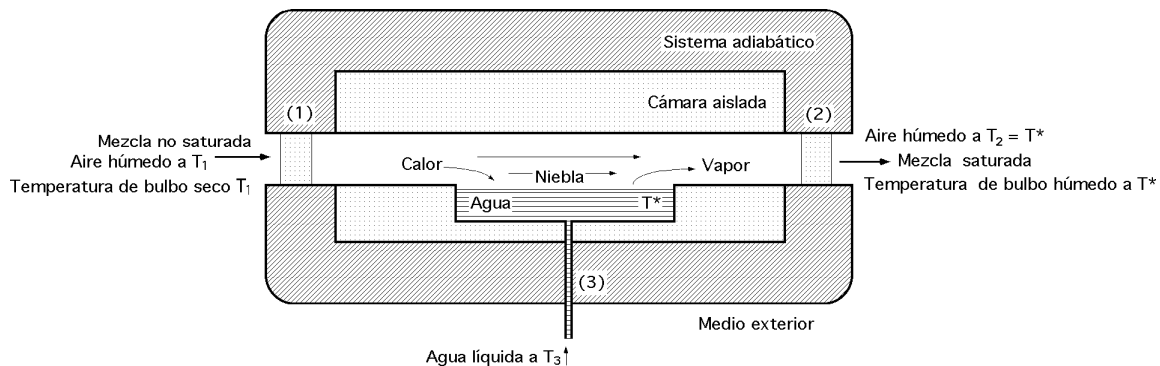


Fig XVII.5.- Proceso de saturación adiabática

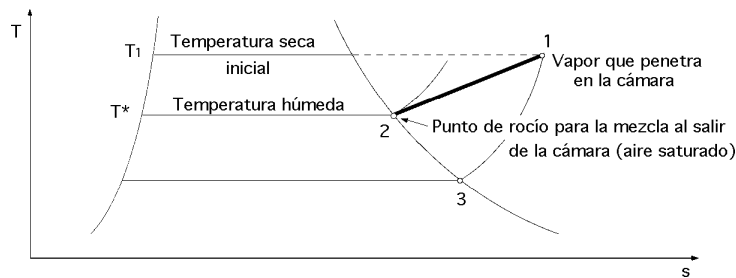


Fig XVII.6.- Proceso de saturación adiabática

La temperatura de equilibrio T^* se denomina temperatura de saturación adiabática y es la temperatura máxima que adquiere el agua en el proceso, siendo equivalente a la temperatura del bulbo húmedo.

Si se supone que la cámara aislada representada en la Fig XVII.5 tiene una longitud infinita, la temperatura T_2 de salida del aire será la misma que la del agua, saliendo el aire con vapor de agua saturado, $T_2 = T^*$. Por consiguiente, a medida que el aire avanza a través de la cámara, su temperatura seca disminuirá progresivamente, hasta alcanzar la temperatura límite T^* de saturación adiabática, Fig XVII.6; dicha temperatura de saturación adiabática, para el aire, tendrá un valor único en todas las secciones de la figura; los sucesivos estados recorridos por el vapor de agua a su paso a través de la cámara, vienen representados en el diagrama (T-s) por la línea (1-2).

La temperatura en el estado 3 es la temperatura del punto de rocío de la mezcla, que es menor que la de bulbo seco inicial y que la de saturación adiabática, por lo que las temperaturas de saturación adiabática y del punto de rocío son distintas, excepto para el caso en que el aire esté saturado. El sistema así considerado, en régimen transitorio, se puede transformar en un sistema en régimen estacionario realimentándolo con agua a la temperatura de saturación adiabática, por cuanto habrá que reponer el agua que se vaporiza.

La entalpía de entrada al volumen de control que se encuentra en el interior del canal consta de dos partes, la causada por el aire entrante y la producida por el agua líquida de compensación. La entalpía de salida es la que corresponde exclusivamente a la corriente de mezcla que deja el volumen de control. Si se considera que es la unidad de masa de aire seco la que entra y sale del volumen de control en un intervalo arbitrario, la ecuación energética en régimen estacionario para el proceso de saturación adiabática queda en la forma,

$$q = i + T ; q = 0 ; T = 0 ; i = 0$$

siendo las variaciones de energía cinética y potencial de la corriente despreciables, por lo que el principio de conservación de la energía para el proceso en régimen estacionario en condiciones adiabáticas se reduce a, $i_{ent} = i_{sal}$.

Si se representa el estado adiabático por el símbolo (*), la temperatura que tiene el aire al abandonar el sistema es la correspondiente a la saturación adiabática, $T_2 = T^*$, obteniéndose,

$$q = (i_{a2}^* - i_{a1}) + (W_2^* i_{v2} - W_1 i_{v1}) - (W_2^* - W_1) i_3 = (i_{a2}^* - i_{a1}) + W_2^* (i_{v2} - i_3) - W_1 (i_{v1} - i_3) = 0$$

$$W_1 = \frac{(i_{a2}^* - i_{a1}) + W_2^* (i_{v2} - i_3)}{i_{v1} - i_3}$$

determinándose con ella el valor de la humedad específica del aire a la entrada, por cuanto los demás términos de la ecuación se pueden calcular o medir; todas las cantidades en el segundo miembro de la ecuación se conocen si se han medido las temperaturas T_1 y T_2 .

La humedad específica W_2^* a la temperatura T_2 es conocida, ya que se trata de un estado de saturación. Por lo tanto, la humedad específica (y la humedad relativa) de una mezcla (aire-vapor de agua no saturado), se determina midiendo las temperaturas de entrada y salida, así como la presión total de la mezcla que se somete al proceso de saturación adiabática.

Esta ecuación se puede poner también en la forma,

$$q = I_2^* - I_1 - (W_2^* - W_1) i_3 = 0 \quad ; \quad I_2^* = I_1 + (W_2^* - W_1) i_3$$

y como, $(W_2^* - W_1) i_3$, es muy pequeño, se puede considerar que, $I_2^* = I_1$.

Si en la ecuación anterior se sustituyen las entalpías por su expresión en función de la temperatura, podemos despejar la temperatura de saturación adiabática T_2^* .

$$T_2^* = T_1 + \frac{(W_2^* - W_1)}{C_{p(a.h)}} i_3$$

siendo,

$$C_{p(a.h)} = W_1 C_{p(agua)} + C_{p(aire seco)}$$

Se ha encontrado que para mezclas de aire-vapor de agua a temperaturas y presiones normales, *la temperatura de bulbo húmedo, cuya determinación depende de velocidades de transferencia de calor y masa, es de valor muy cercano a la temperatura de saturación adiabática T^* .*

La entalpía total de la mezcla permanece sensiblemente constante durante el proceso de saturación adiabática, y como la temperatura de saturación adiabática también permanece constante, se llega a la conclusión de que la entalpía total de la mezcla (vapor-aire) es función únicamente de la temperatura de saturación adiabática.

Aunque el método por saturación adiabática produce los resultados buscados, en la práctica resulta difícil lograr por esta técnica un estado saturado sin utilizar un canal de flujo sumamente largo, lo cual resulta poco recomendable.

En lugar de esto se usa una temperatura equivalente a la de saturación adiabática para mez-

clas de vapor de agua-aire, que es la temperatura de bulbo húmedo, por lo que la temperatura T_2 que se usa en la ecuación anterior para obtener la humedad específica inicial es normalmente la temperatura de bulbo húmedo, con la que se obtiene una respuesta de precisión razonable.

Generalmente, este método no produce respuestas correctas si la presión de las mezclas de aire-vapor de agua difiere mucho de las presiones atmosféricas comunes.

XVII.9.- MEZCLA ADIABATICA

Uno de los procesos que aparece frecuentemente en el acondicionamiento del aire es la mezcla adiabática de varias corrientes de aire las cuales componen la corriente de aire acondicionado. Si suponemos que en un sistema entran dos corrientes fluidas, que se mezclan adiabáticamente dando origen a una corriente de salida única, Fig XVII.7, la suma de las entalpías de las corrientes entrantes tiene que ser igual a la suma de las entalpías de las corrientes salientes, es decir,

$$m i_{ent} = m i_{sal}$$

Para el aire húmedo a la entrada 1 se cumple, $W_1 = \frac{m_{v1}}{m_{a1}}$

$$m_{a1} i_{a1} + m_{v1} i_{v1} = m_{a1} i_{a1} + m_{a1} W_1 i_{v1} = m_{a1} (i_{a1} + W_1 i_{v1}) = m_{a1} I_1$$

En la entrada 2, $m_{a2} I_2$

En la salida 3, $m_{a3} I_3 = (m_{a1} + m_{a2}) I_3$

El balance de entalpía para el aire seco es,

$$m_{a1} I_1 + m_{a2} I_2 = (m_{a1} + m_{a2}) I_3 ; m_{a1} (I_1 - I_3) = m_{a2} (I_3 - I_2) \quad \frac{m_{a1}}{m_{a2}} = \frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_3}$$

que es la relación de entalpías entre las masas de aire seco entrantes.

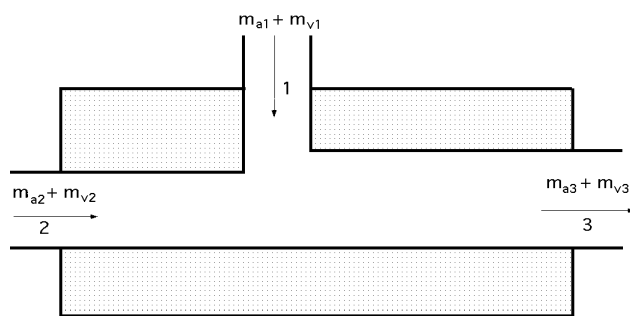


Fig XVII.7.- Mezcla de dos corrientes fluidas

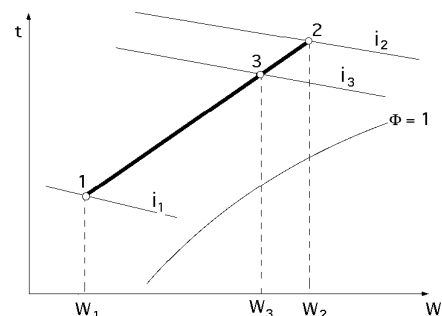


Fig XVII.8.- Representación en el diagrama psicrométrico de la mezcla adiabática

En la misma forma, para el vapor de agua, la suma de las masas entrantes de vapor tiene que ser igual a la suma de las masas de vapor salientes,

$$m_{v1} + m_{v2} = m_{v3}$$

$$m_{a1} W_1 + m_{a2} W_2 = (m_{a1} + m_{a2}) W_3 ; m_{a1} (W_1 - W_3) = m_{a2} (W_3 - W_2)$$

luego,

$$\frac{m_{a1}}{m_{a2}} = \frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_3} = \frac{W_3 - W_2}{W_1 - W_3} = \frac{\text{segmento (2-3)}}{\text{segmento (1-3)}}$$

En el diagrama psicrométrico, el estado final 3 correspondiente a la mezcla, Fig XVII.8, se encuentra situado sobre una línea recta que une los estados iniciales de las corrientes fluidas componentes de la mezcla, caso que se puede demostrar analíticamente, por cuanto las escalas correspondientes a I y W son lineales, el estado final 3 divide la recta en dos segmentos, cuya relación es la de los caudales del aire seco antes de realizarse la mezcla.

La masa de aire seco de cualquier corriente viene dada por,

$$m_a = \frac{p_a V_a}{R T_a} = \left| R = \frac{p_0 V_0}{T_0} \right|_{T_0 = 273^\circ K ; p_0 = 1 \text{ atm}} = \frac{p_a V_a}{\frac{p_0 V_0}{T_0} T_a} = \frac{T_0}{T_a} \frac{p - p_s}{p_0} V_a =$$

$$= 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{273}{T_a} \frac{p - p_s}{1 \text{ atm}} V_a$$

Ejemplo.- Una corriente de 56,62 m³/min de aire saturado a 10°C se mezcla con otra de 42,5 m³/min de aire a 29,5°C y $\phi = 60 \%$. Calcular el estado final de la mezcla.

$$m_{a1} = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{273}{302,5} \frac{1013,2 \text{ mbar} - (0,6 \times 41,2) \text{ mbar}}{1013,2 \text{ mbar}} \times 42,5 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 48,38 \frac{\text{kg aire seco}}{\text{minuto}}$$

$$m_{a1} = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{273}{283} \frac{1013,2 \text{ mbar} - (1 \times 12,27) \text{ mbar}}{1013,2 \text{ mbar}} \times 56,62 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 69,76 \frac{\text{kg aire seco}}{\text{minuto}}$$

La masa total de aire seco saliente es, 69,76 + 48,38 = 118,14 kg/minuto

La longitud comprendida entre los dos estados iniciales se multiplica por la relación,

$$\frac{48,38}{118,14} = 0,41$$

y tomando esta distancia sobre dicha recta se obtiene,

$$t = 18,2^\circ C ; \quad \phi = 0,8 ; W = 0,0111$$

que determinan el estado final de la mezcla.

En el proceso de saturación adiabática hay que tener en cuenta los posibles casos que puede presentar el aire a la entrada (estado I), en relación con el agua que supondremos está a la temperatura T_m (punto M), Fig XVII.9.

a) Si el aire estuviere en la zona A, entre la tangente y la curva, $\phi = 1$, la humedad es grande y en la zona de contacto aire-agua se producirá niebla

b) Si el aire está fuera de la zona A no hay niebla

c) Si el aire está en la zona B hay condensación al principio de la capa límite

d) Si el aire está en C, al principio hay evaporación en la capa límite

- e) Si está en D, lo primero que ocurre es un calentamiento del agua
- f) Si está en E el agua se enfría al principio
- g) Si está en F el aire se enfría en los primeros momentos
- h) Si está en G se calienta al principio de la capa límite

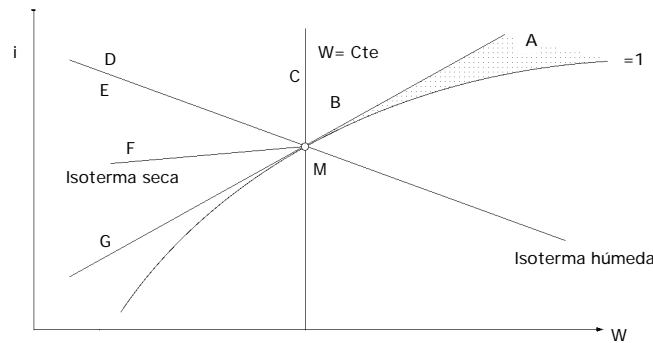


Fig XVII.9.- Procesos de saturación adiabática

Estas son las posibles situaciones que se pueden presentar en la zona límite en el proceso de saturación adiabática, al principio del régimen variable; cuando se alcance la entalpía de equilibrio se entrará en el régimen permanente.

XVII.10.- TRANSFORMACIONES DEL AIRE HUMEDO

PROCESOS DE ACONDICIONAMIENTO DE AIRE

Por lo general, una persona se siente más cómoda cuando el aire del interior de un edificio se mantiene dentro de un intervalo bastante limitado de humedad relativa y de temperatura. Sin embargo, por transferencia de masa y calor entre el interior del edificio y los alrededores, así como por efectos internos como cocinar, lavar ropa en la casa, etc, la temperatura y la humedad relativa alcanzan niveles indeseables. Para lograr valores de T y de ϕ en los intervalos deseados (la zona de confort), generalmente es necesario alterar el estado del aire.

Así, pues, hay que diseñar equipos que aumenten o disminuyan la temperatura y la humedad relativa, individual o simultáneamente. Aparte de alterar el estado de una corriente específica de aire al calentarlo, enfriarlo, humidificarlo o deshumidificarlo, se logra también un cambio en el estado mezclando directamente el aire de interior del edificio con otra corriente de aire, por ejemplo, del exterior del edificio. Por tanto, hay que considerar varios procesos básicos en conexión con el acondicionamiento del aire atmosférico.

Las relaciones básicas de las que disponemos para la evaluación de dichos procesos son tres,

- Balance de energía de las corrientes
- Balances de masa del vapor de agua y el aire seco
- Valores de las propiedades del aire seco y del agua

La carta psicrométrica se utiliza para describir cualitativamente el diseño de procesos diferentes, y es extremadamente útil como auxiliar en la detección de cambios de estado producidos por equipos de proceso o acondicionamiento, así como para la estimación de los valores de propiedades.

Para representar gráficamente las transformaciones utilizadas en las técnicas de aire acondi-

cionado, se emplea de forma cualitativa la carta psicrométrica, que tiene como ejes la temperatura seca y la humedad absoluta.

Casi todos los procesos de acondicionamiento de aire se pueden resolver mediante el empleo de los diagramas existentes, cuya manipulación es bastante sencilla, ya que basta con trazar algunas rectas y leer determinados datos.

Para calentar o enfriar con aire un local, hay que hacer llegar al mismo una corriente de aire que previamente habrá sufrido un proceso de calentamiento, enfriamiento, etc, en un aparato que denominaremos *unidad acondicionadora de aire* y que representamos con las siglas (U.A.A).

Se denomina recta de maniobra de una transformación la que une, sobre un diagrama psicrométrico, los puntos representativos de las condiciones de los estados inicial y final; se utilizan dos rectas de maniobra, la del local y la de la (U.A.A).

La recta de maniobra del local es la que une las condiciones del aire que llega al mismo, con las del propio local; supondremos que las propiedades del aire no varían en el recinto que se acondiciona a lo largo del tiempo. La recta de maniobra de la (U.A.A), es la que une los puntos de entrada y salida de la misma.

CARGA TERMICA DEL LOCAL

El recinto que deseamos calentar o refrigerar tendrá unos aportes de calor que variarán con el tiempo, en función de la temperatura exterior, del número de personas que estén en el local, etc. La evaluación exacta de esta potencia calorífica a lo largo del tiempo es difícil de realizar y, en consecuencia, es práctica común suponerla constante y calcularla en las condiciones más desfavorables; esta potencia calorífica se denomina *carga térmica del local*.

Existen manuales que permiten efectuar el cálculo de la carga térmica, en función del tipo de construcción del local, del número y tipo de puertas y ventanas, grosor de las paredes, personas que en él realizan una función, etc.

La carga térmica total Q_T suele dividirse en dos partes denominadas carga de calor sensible y carga de calor latente Q_S y Q_L y cada una se puede calcular por separado; el calor sensible es el que produce un cambio de temperatura y el calor latente es el relacionado con un cambio de estado que, en nuestro caso, está asociado a la cantidad de vapor de agua; así se tiene,

$$Q_T = Q_L + Q_S$$

La relación entre el calor sensible y el total se denomina coeficiente de calor sensible, de la forma $\frac{Q_S}{Q_T}$ y es un factor muy importante en los diseños y proyectos de aire acondicionado.

Según sea el tipo de local, (restaurante, casa particular, teatro, etc), la experiencia de muchos diseños conduce a valores concretos del coeficiente de calor sensible que, evidentemente, tienen que ver con la sensación de confort y bienestar.

XVII.11.- CALENTAMIENTO Y REFRIGERACION DEL AIRE SIN VARIACION DE LA HUMEDAD ESPECIFICA

Si se calienta o enfría una corriente de aire sin variación de la humedad específica, el punto

representativo de los distintos estados recorridos en el proceso debe moverse sobre una línea del diagrama psicrométrico tal como la recta (1-2), Fig XVII.10.

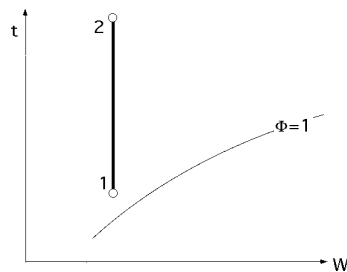


Fig XVII.10.- Calentamiento y enfriamiento a $W = \text{Cte}$

Si la recta de maniobra se recorre de 1 a 2, es un calentamiento sensible, y si se recorre de 2 a 1 un enfriamiento. En el caso de un enfriamiento sensible, la temperatura de la fuente fría no tiene que ser menor que la del punto de rocío del aire húmedo, pues en caso contrario se produciría condensación.

La potencia calorífica puesta en juego es,

$$Q = m_a (i_2 - i_1)$$

siendo m_a el caudal másico de aire seco y Q la carga térmica del local.

XVII.12.- ENFRIAMIENTO CON DESHUMIDIFICACION

Es un tratamiento típico del aire húmedo en una (U.A.A), para el verano; primero hay un enfriamiento sensible hasta la curva de saturación y posteriormente una deshumidificación hasta alcanzar la temperatura de rocío del aparato. Inmediatamente a la salida del serpentín de la (U.A.A) el aire sale saturado y a una temperatura determinada Fig XVII.11, que recibe el nombre de punto de rocío del aparato.

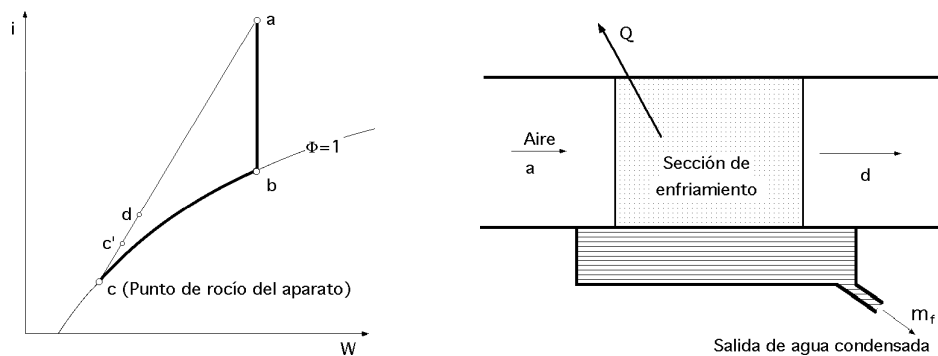


Fig XVII.11.- Enfriamiento y deshumidificación

En la práctica el aire sale a una temperatura algo mayor; aquí se supondrá que la temperatura de salida es la de rocío tal como se ha indicado, [Punto d, salida de la (U.A.A)]. En la carta psicrométrica, el proceso puede representarse con un primer tramo de deshumidificación y un segundo de enfriamiento sensible.

El resto del aire, llamado aire secundario, puede ocurrir que nunca se ponga en contacto con la

superficie del serpentín, sino que sufra un enfriamiento al mezclarse con el aire más frío anteriormente indicado.

La inclinación $\frac{Q_s}{Q_T}$ de la recta de maniobra (adc' c) depende del coeficiente de calor sensible.

Si el serpentín fuera de longitud infinita, todo el aire alcanzaría un estado de saturación tal como el representado por el punto c.

Sin embargo, en un estado real nunca se alcanzará el punto c, sino otro tal como el d, que se encuentra situado sobre la recta que une el estado inicial a y el punto de rocío del aparato c.

El aire puede enfriarse y humidificarse, haciéndole pasar a través de una cortina de agua fría, procedente de un refrigerador exterior, con lo que se enfriará a una temperatura inferior a la del punto de rocío inicial del aire.

Si la temperatura del agua fuese superior a la del punto de rocío de la corriente de aire, y por supuesto, inferior a la temperatura del aire, éste se humidificará y enfriará.

A la salida del evaporador tendremos dos tipos de aire; uno que no habrá entrado en contacto con el evaporador, y que no ha sido afectado en el proceso, por lo que mantendrá las condiciones iniciales y otro que sí ha entrado en contacto con el evaporador, y que es el que adquiere el estado c.

El aire final d será una mezcla de los dos tipos de aire y, por lo tanto, su estado estará sobre la recta que une el punto c con el punto a como mezcla de dos corrientes de aire, punto d.

XVII.13.- DESHUMIDIFICACION CON CALENTAMIENTO

Una condición bastante común en las construcciones industriales y residenciales, especialmente durante el verano, es la tendencia a las altas temperaturas y humedades relativas. Es bien conocida la incomodidad del organismo en esas condiciones.

En la Fig XVII.12 muestra un método para disminuir T y ϕ simultáneamente.

El aire a tratar pasa por un canal de flujo que contiene serpentines de enfriamiento. El fluido de los serpentines puede ser, por ejemplo, agua relativamente fría o algún refrigerante que se haya enfriado en un ciclo de refrigeración por compresión del vapor.

El estado inicial de la corriente de aire se indica como estado 1 en la carta psicrométrica. Al pasar el aire por el serpentín de enfriamiento, su temperatura disminuye y su humedad relativa aumenta, manteniéndose la humedad específica constante. Si el aire permanece en contacto con el serpentín un tiempo suficiente, la corriente de aire alcanzará su punto de rocío, que está indicado por el estado 2. Para lograr un enfriamiento adicional se requiere que el aire se mantenga saturado, así que su estado sigue la línea de, $\phi = 1$, hacia la izquierda hasta el estado 3; durante este último proceso se condensa agua del aire y disminuye su humedad específica W. Por consiguiente, con un contacto suficiente con el serpentín, se disminuye tanto la temperatura, como el contenido de agua en el aire. En muchos casos, esta corriente de aire acondicionado fluye en sentido inverso y se mezcla con el aire del edificio.

En algunos casos, el aire acondicionado puede tener una temperatura excesivamente baja. Esto se corrige haciendo que el aire pase por una sección de calentamiento después de salir de la del serpentín de enfriamiento. Mediante una selección adecuada de la temperatura del fluido en el serpentín de calentamiento, se puede ajustar a cualquier valor que se desee la temperatura de la

corriente de aire que sale del equipo completo.

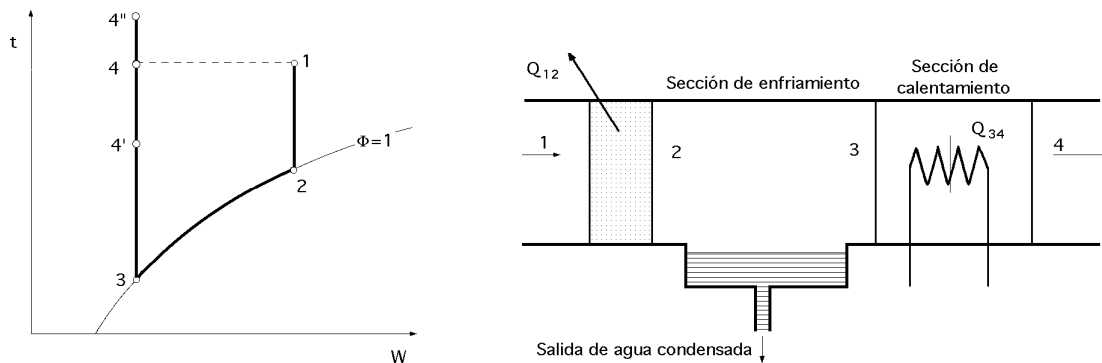


Fig XVII.12.- Proceso de deshumidificación con calentamiento

En la Fig XVII.12 se indican tres posibilidades como los estados 4, 4' y 4". Mediante un ajuste apropiado del enfriamiento que controla la posición del estado 3 y del calentamiento, se puede alcanzar el estado 4 que se prefiera.

XVII.14.- ENFRIAMIENTO POR EVAPORACION

En climas desérticos, el aire atmosférico usualmente es caliente y seco (con humedad relativa muy baja). En lugar de hacer que el aire pase por una sección de enfriamiento para refrigeración, lo cual sería bastante costoso, es posible aprovechar la baja humedad para obtener enfriamiento; ésto se logra haciendo pasar la corriente de aire por una sección con un atomizador de agua; (el efecto equivalente también puede obtenerse al hacer pasar aire por un lecho de filtros de cualquier tipo, en el cual el agua circula; con esto se consigue un contacto razonable entre el aire y la corriente de líquido).

Debido a la humedad relativamente baja, una parte de la corriente de agua líquida se evapora; la energía de la evaporación proviene de la propia corriente de aire, por lo que éste se enfriará.

El efecto total es *enfriamiento y humidificación* de la corriente de aire.

Como el aire está inicialmente seco, la humedad adicional que se agrega al aire no empeora las condiciones ambientales.

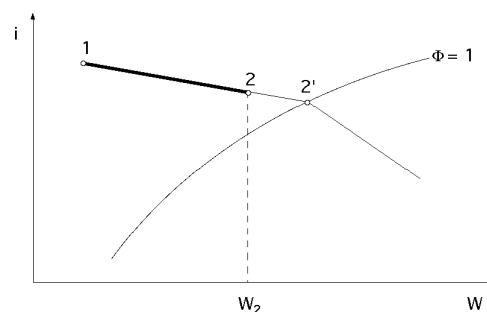


Fig XVII.13.- Enfriamiento y humidificación

La trayectoria del proceso sigue una línea de bulbo húmedo constante en la carta psicrométrica, como se indica en la Fig XVII.13.

La humedad absoluta aumentará mientras que la temperatura seca disminuye; es un proceso

que se puede suponer de saturación adiabática y transcurre a temperatura de bulbo húmedo constante, que es la temperatura de equilibrio del agua de recirculación. En este proceso existe una temperatura mínima que corresponde al estado de saturación 2' de la Fig XVII.13.

De una forma bastante aproximada, el proceso se puede suponer a entalpía constante, lo cual es muy interesante de cara a una resolución gráfica del problema; esta evolución del aire húmedo, se conoce también como *enfriamiento evaporativo*, y viene representada por la recta de maniobra (1-2), siendo t_2 la temperatura de bulbo húmedo.

El enfriamiento evaporativo es un proceso interesante desde un punto de vista industrial más que doméstico, porque de una forma muy sencilla puede aumentarse el contenido de humedad, aunque no sea recomendable su utilización en acondicionamiento de aire, por los olores desagradables que quedan, después de la adición de un vapor de caldera.

Si en una corriente de aire se introduce agua pulverizada, hasta el momento en que empiece a salir del sistema agua líquida, el aire se humidificará y enfriará; el aire se puede enfriar aunque la temperatura del agua pulverizada sea superior a la del aire. En este caso, la capacidad calorífica de la pequeña cantidad de agua que se introduce en el sistema, no puede aumentar de modo apreciable la temperatura de una cantidad mucho mayor de aire; pero cuando tiene lugar la evaporación, el agua tomará una gran cantidad de calor latente del aire, originándose así una acusada caída de temperatura.

Del mismo modo, cuando se evapora en una corriente de aire caliente una pequeña cantidad de agua fría, el enfriamiento debido al agua será despreciable en comparación con el originado por la cantidad de energía necesaria para la evaporación.

En un proceso de enfriamiento por evaporación, se introduce en una cámara de pulverización una gran cantidad de agua, que es constantemente reciclada; la temperatura del agua disminuirá gradualmente, tendiendo a la temperatura límite de saturación adiabática. Las pérdidas que experimenta el agua en forma de vapor, que es arrastrado por el aire, deben compensarse con el agua de realimentación, Fig XVII.14.

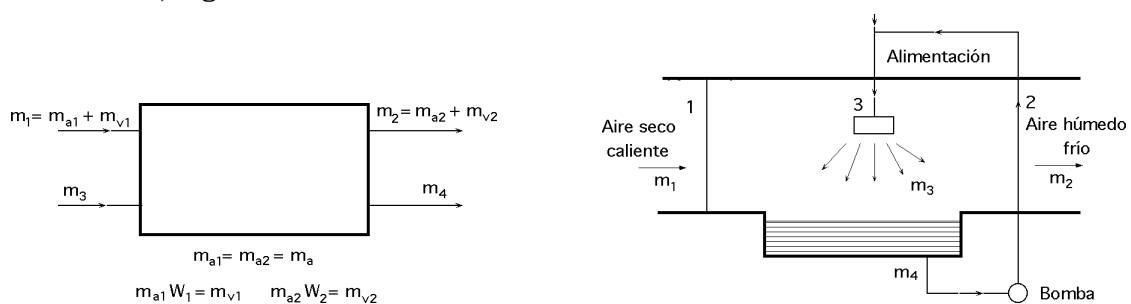


Fig XVII.14.- Humidificación por adición de vapor

La cantidad de agua de realimentación es pequeña y, por lo tanto, aunque su temperatura sea distinta a la húmeda del proceso, la influencia que ejercerá sobre la temperatura de equilibrio será despreciable. Este procedimiento de lavado del aire empleando agua en movimiento, la cual ni toma ni cede calor a un foco exterior, es el medio utilizado normalmente para enfriar y humidificar el aire.

El enfriamiento del aire se realiza sensiblemente a temperatura húmeda constante.

Llamando m_v a la diferencia entre el vapor aportado y el residual, de la forma,

$$m_v = m_{v3} - m_{v4}$$

y haciendo un balance de materia,

$$m_{a1}(1 + W_1) + m_v = m_{a2}(1 + W_2) \quad W_2 - W_1 = \frac{m_v}{m_a} = W^* - W_1$$

Mediante un balance de entalpía, para un proceso adiabático, se obtiene la ecuación,

$$m_{a1} I_1 + m_{v3} I_v = m_{v4} I_v + m_{a2} I_2$$

Dividiéndola por, $m_{a2} = m_{a1} = m_a$, y teniendo en cuenta que,

$$I_v = i_f^* \quad ; \quad \frac{m_v}{m_a} = W^* - W_1 \quad ; \quad I^* = I_2$$

se obtiene,

$$I^* = I_1 + \frac{m_v}{m_a} i_f^* = I_1 + (W^* - W_1) i_f^* \quad ; \quad i_f^* = \frac{I^* - I_1}{W^* - W_1}$$

En el proceso, representado en la Fig XVII.13, se observa que el punto 2 se puede obtener como intersección de la recta de humedad constante W_2 con la propia recta de maniobra, cuya inclinación se obtiene a partir de la ecuación anterior, y la humedad W_2 a partir de la ecuación,

$$W_2 - W_1 = \frac{m_v}{m_a} = W^* - W_1$$

Ejemplo.- En un humidificador por pulverización adiabática, que utiliza agua reciclada, se enfría aire, cuyas condiciones iniciales son, Temperatura, 32°C; humedad relativa $\Phi = 30\%$. Si en el proceso disminuye la temperatura T del aire en un 80% de la caída de temperatura húmeda original, ¿Cuál será el estado final del aire?

Para, $t = 32^\circ\text{C}$ y $\Phi = 30\%$, se obtiene en el diagrama una temperatura húmeda inicial, $t^* = 20^\circ\text{C}$

La depresión T húmeda original es, $32 - 20 = 12^\circ\text{C}$

La disminución de temperatura es, $12 \times 0,8 = 9,6^\circ\text{C}$

La temperatura seca final, $t = 32 - 9,6 = 22,4^\circ\text{C}$

El valor final de la temperatura húmeda es el mismo que el inicial, 20°C .

Gráficamente se obtiene, $\Phi = 0,80$ y se observa que entre 1 y 2 prácticamente no se ha modificado la temperatura.

XVII.15.- CALENTAMIENTO CON HUMIDIFICACION

En el invierno o a grandes alturas, el aire atmosférico es frecuentemente seco (con humedad relativa baja) y frío. El problema que se plantea consiste en aumentar tanto el contenido de agua como la temperatura del aire que entre a un edificio.

La Fig XVII.15 muestra un método que logra humidificación con calentamiento. La corriente de aire pasa primero por un serpentín de calentamiento y luego por una sección de pulverización, nebulización o atomización.

El proceso (1-2) está bien determinado para la sección de calentamiento, pero el proceso (2-3), indicado en la Fig XVII.15, tiene varios estados finales posibles.

El estado 3 es función de la temperatura del agua que entra a la corriente de aire; casi siempre el agua tiene la misma temperatura que la corriente de aire.

El proceso (2-3) será entonces un enfriamiento por evaporación, como ya se describió anteriormente.

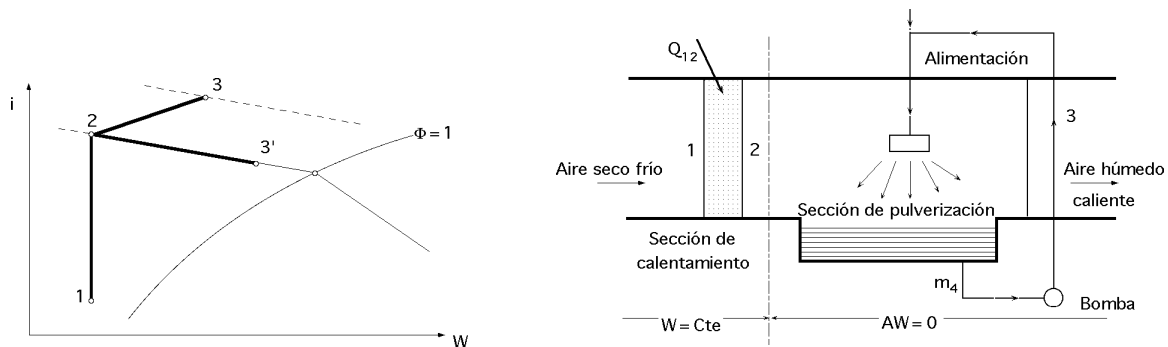


Fig XVII.15.- Calentamiento con humidificación

Como alternativa se puede introducir vapor en vez de agua líquida, obteniéndose humidificación con calor adicional, como indica el estado 3' de la Fig XVII.15.

Por supuesto, se puede invertir el orden del proceso con la introducción de agua seguida por calentamiento.

XVII.16.- TORRES DE ENFRIAMIENTO

En las plantas generadoras de energía eléctrica con combustible fósil o nuclear, una parte considerable de la energía liberada por el combustible tiene que ser desechada a los alrededores. Suele emplearse agua de enfriamiento proveniente de fuentes naturales como ríos y lagos para llevarse una parte o toda la energía de desecho. A causa de inquietudes por la calidad ambiental, hay un límite en la temperatura de la salida del agua usada para enfriar la planta y la que se regresa a la fuente natural. (El aumento de temperatura resultante se conoce como contaminación térmica).

Como el volumen de aire atmosférico es grande, se le puede usar también como sumidero de la energía desechada a los alrededores. El problema de la ingeniería es la transferencia de esta energía del agua de enfriamiento al aire atmosférico.

Un método para transferir energía de cualquier corriente de agua a la atmósfera es mediante el uso de una torre de enfriamiento húmeda, de la que se muestra un esquema simplificado en la Fig XVII.16.

El agua caliente se rocía desde la parte superior de la torre y cae bajo el efecto de la fuerza de gravedad. En la base de la torre se introduce aire atmosférico con un ventilador y fluye hacia arriba en flujo en contracorriente con respecto a las gotas de agua en caída. Las corrientes de agua y de aire se ponen en contacto íntimo, y una pequeña fracción de la corriente de agua se evapora en la corriente de aire.

El proceso de evaporación requiere energía y la transferencia de energía enfría el flujo del agua restante. La corriente de agua regresa entonces a la planta para extraer energía de desecho adicio-

nal. Como una parte del agua de enfriamiento se evapora en el flujo de agua, para compensarla se debe agregar la misma cantidad de agua en alguna parte del ciclo de flujo.

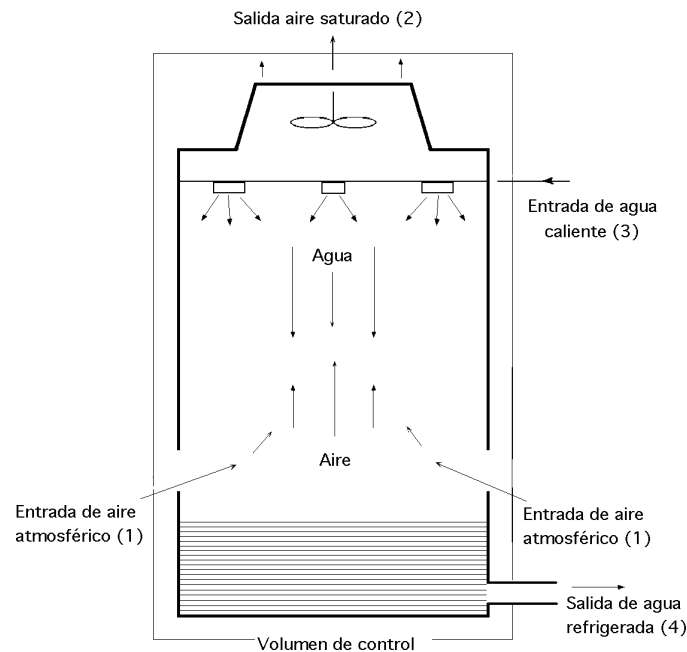


Fig XVII.16.- Esquema de una torre de enfriamiento

Para hacer un análisis energético de una torre de enfriamiento se traza un volumen de control alrededor de la torre completa, como se indica en la Fig XVII.16; se supone que el proceso es adiabático, se desprecia el trabajo del ventilador y los cambios en la energía cinética y potencial son despreciables.

El balance energético básico es de la forma,

$$(mi)_{sal} - (mi)_{ent} = 0 \quad m_{a1} i_{m1} + m_3 i_3 = m_{a2} i_{m2} + m_4 i_4$$

$$m_{a1} (i_{a1} + W_1 i_{v1}) + m_3 i_3 = m_{a2} (i_{a2} + W_2 i_{v2}) + m_4 i_4$$

en las que i_m es la entalpía de la mezcla por unidad de masa de aire seco, que se calcula por la ecuación

$$i_m = c_{pa} T + W i_v$$

o bien, se puede obtener del diagrama psicrométrico.

La entalpía del flujo de agua puede recibir el valor de i_f a la temperatura dada, observándose que, $m_{a1} = m_{a2} = m_a$, por lo que la ecuación anterior se puede poner en la forma,

$$m_{a1} \{c_{pa} (T_1 - T_2) + W_1 i_{v1} - W_2 i_{v2}\} = m_4 i_4 - m_3 i_3$$

Mediante un balance de masa de agua que pasa por el volumen de control, se relacionan m_3 y m_4 , obteniéndose,

$$m_4 = m_3 - m_a (W_2 - W_1)$$

En el análisis de torres de enfriamiento se conoce el valor de m_3 , así como la disminución de temperatura de la corriente de agua que se requiere. Para condiciones supuestas del aire de entrada y de salida, se pueden usar las ecuaciones anteriores para calcular el flujo de aire seco necesario. El gasto de la entrada se puede encontrar si se conoce el volumen específico del aire atmosférico de la entrada.

XVII.17.- EQUIPOS DE AIRE ACONDICIONADO

Un equipo de aire acondicionado debe controlar la temperatura t y la humedad específica del aire W . Esencialmente consiste en un ventilador inductor de corriente, una unidad de evaporación (enfriamiento), un calentador y un humidificador en el cual se pulveriza agua en el interior del aire.

Para determinar las condiciones ambientales de un sistema se puede jugar con una serie de factores que permiten conseguir en el mismo unas condiciones de humedad y temperatura adecuadas. Puede suceder que algunas de las etapas del acondicionador de aire no se utilicen, de acuerdo con las condiciones ambientales dadas. Así, por ejemplo, un proceso típico de acondicionamiento en verano, (enfriamiento y deshumidificación) y otro propio de invierno (calentamiento y humidificación), que subsana el inconveniente que tiene la calefacción ordinaria de resecar el aire al disminuir la humedad relativa.

Las condiciones idóneas para una industria de tejidos no pueden ser las mismas que las de otra de productos farmacéuticos ya que éstos tienen que carecer de humedad; tampoco es lo mismo acondicionar una oficina o un laboratorio, por cuanto en este se sacrifica el bienestar de las personas para así evitar la oxidación de los equipos e instrumentación. Para las personas la ideal varía entre, $0,5 < \text{ } < 0,65$.

El anteproyecto depende del clima de la región, seco, húmedo, frío, cálido, etc; no es suficiente un simple calentamiento o una refrigeración del aire exterior, pues se llega a unas condiciones de sequedad en invierno y humedad en verano, inadmisibles, precediéndose entonces a una aportación de agua en invierno y a una desecación en verano.

Las condiciones de salida del aire son diferentes de las de entrada por cuanto la existencia de personas implica el desprendimiento de energía por su actividad, lo mismo que las lámparas, motores, etc, que provocan el calentamiento del aire; asimismo, las personas desprenden por transpiración del orden de 50 gramos de agua por persona y hora, pudiendo existir máquinas de vapor que aportarán humedad al aire.

Todo esto supone unas condiciones del aire en el interior de los locales, que se determinan mediante un punto en el diagrama psicrométrico y que es el punto de partida para iniciar un proyecto, función del número de personas, actividad, maquinaria, iluminación, etc.

XVII.18.- INSTALACIONES DE AIRE ACONDICIONADO

Una instalación de aire acondicionado consta de, a) Equipo central, b) Tuberías, c) Bocas de acceso, d) Bocas de salida.

Las bocas de salida suelen ser regulables y orientables.

Interesa conservar las condiciones de barrido uniforme y no molesto. La circulación a través de la estancia puede ser de muy diversas formas, pero para conseguir las condiciones buscadas se comunica energía y orientación al aire proyectándolo hacia los lugares que interesan, existiendo una gran amplitud de posibilidades.

El equipo central consta de,

a) Filtro de aire

b) Elemento de calefacción

c) Humidificadores; que producen vapor que hay que incorporar al aire; es un proceso que no resulta agradable por el olor. Es preferible poner al aire en contacto con agua caliente a la que lame superficialmente o bien se le inyecta pulverizada.

d) Refrigeradores, que no son más que intercambiadores de calor que utilizan agua normal; si se desea un mayor efecto frigorífico se puede hacer pasar al aire lamiendo bloques de hielo.

La desecación del aire se puede conseguir,

a) Por efecto frigorífico, disminuyendo su temperatura

b) Haciendo pasar el aire a través de un material absorbente de humedad, pero tiene el inconveniente de que el aire no sólo se deseca sino que además se calienta

c) Mediante absorbedores.

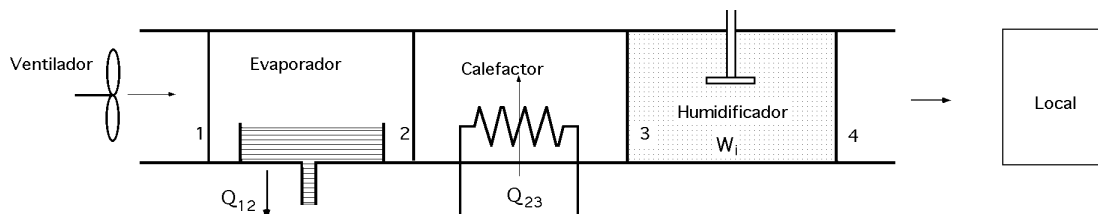


Fig XVII.17.- Acondicionamiento de aire en verano

CALCULO DE INSTALACIONES

Es preciso conocer datos sobre las calorías o frigorías a aplicar o extraer del sistema, así como sobre la humedad a eliminar.

Para ello hay que tener en cuenta lo siguiente,

- Las fugas a través de las paredes, lo que implica conocer el tipo de materiales de que están construidas.

- Los efectos de la radiación solar a través de ventanas o desde muros y paredes, cuestiones que se pueden evaluar de la siguiente forma,

a) *Elevando ficticiamente la temperatura exterior T_e* , que depende del lugar de ubicación, de su orientación y tipo de superficie. En primera aproximación se puede hacer el siguiente cálculo,

$$Q = 0,034 \text{ a } U I$$

siendo,

I , un coeficiente que depende de la ubicación del lugar dada por su latitud, orientación de los muros, época del año, hora del día, etc

U , el coeficiente de transmisión de calor global

α , la absorción de la parte exterior de los muros, cuyo valor oscila entre $\alpha = 0,4$, para el color claro y paredes bien acabadas hasta, $\alpha = 0,9$, para paredes negras.

Si existen ventanas, la energía que pasa a su través es importante, evaluándose ésta mediante tablas; para evitar que las pérdidas térmicas a su través sean elevadas se colocan persianas.

b) Producción de calor y humedad por bombillas, electrodomésticos, personas, etc.

Con los datos así obtenidos se procede a calcular el aire puro necesario, estimar un orden de recirculación higiénico, el número de calorías o frigorías a evacuar ó introducir, la humedad a eliminar, la velocidad del aire, etc.

En nuestro estudio consideraremos los siguientes casos,

- a) Acondicionamiento de aire en invierno sin recirculación
- b) Acondicionamiento de aire en invierno con recirculación
- c) Acondicionamiento de aire en verano sin recirculación
- d) Acondicionamiento de aire en verano con recirculación

XVII.19.- ACONDICIONAMIENTO DE AIRE EN INVIERNO SIN RECIRCULACION

Vamos a diseñar una instalación para acondicionamiento del medio ambiente de un local en invierno. Si se dispone de aire fresco en las condiciones del punto 1 a T_1 y se desea introducirlo en el local, que se encuentra a una temperatura T_F mayor que T_1 , habrá que calentarlo a una temperatura mayor que T_F , por ejemplo T_2 , aumentando su entalpía desde I_1 hasta I_2 ; a continuación se introduce agua pulverizada que incrementa la humedad absoluta del aire desde W_2 hasta W_3 , que provoca al mismo tiempo una refrigeración que lleva el aire a un estado 3 de saturación (punto de rocío) y a continuación se le calienta hasta alcanzar las condiciones de humedad relativa previstas, a la temperatura $T_F = T_4$ de la sala.

Estas serán las condiciones de entrada del aire en el local, punto 4 de la Fig XVII.18.

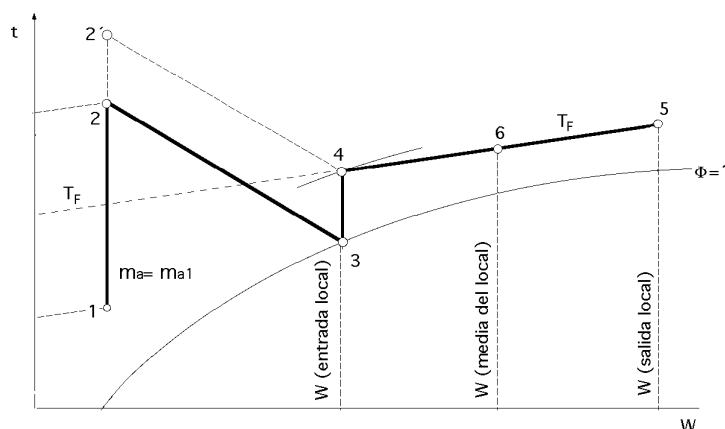


Fig XVII.18.- Proceso termodinámico del acondicionamiento de aire en invierno sin recirculación

Las exigencias del local, en el que existe un número dado de personas, que producen una cierta cantidad de vapor de agua, motivan el que se introduzca una masa de aire fresco inicial m_1 , con m_{a1} kg/hora de aire seco y m_{v1} kg/hora de vapor de agua, $m_1 = m_{a1} + m_{v1}$, aire que se toma de la

atmósfera en las condiciones del punto 1, y que hay que llevar al punto 4; la masa m_{a1} va a ser constante en todo el proceso.

Realizando los pasos del proceso mediante el equipo adecuado, cuyo esquema se indica en la Fig XVII.19, este aire húmedo 4, modificará su humedad en el local, aumentando también su temperatura, de forma que cuando se extraiga el aire del local lo hará en condiciones dadas por el punto 5; en el local reinarán las condiciones de un punto intermedio 6.

En el acondicionamiento de aire en invierno, sólo se deberá eliminar la humedad del aire generada en el local por las personas que lo ocupen, ya que del mantenimiento de una temperatura adecuada, agradable y constante, se encargarán otros medios calefactores (calefacción, calor negro, etc); el calor generado por las personas contribuirá al aumento de la temperatura.

Si la temperatura del local es constante, el aire de entrada 4, el de salida 5 y el del medio ambiente 6 estarán a la misma temperatura T_F . Se podía pensar que un proceso también válido podía consistir en calentar el aire inicial de 1 a 2' con, $T_{2'} > T_2$, y desde ahí humidificar hasta 4, pero ésto implica el tener que inyectar una cantidad exacta de vapor de agua para obtener el punto 4; sin embargo, al pasar por 3 se puede inyectar el vapor de agua sin ningún tipo de control, ya que en 3 puede existir agua líquida por estar en las condiciones de saturación, $\phi = 1$.

Para calcular las diversas transformaciones, hay que tener en cuenta los datos de que se dispone, en los que, $m_{a1} = m_a$ y $m_{v1} = m_v$, que son,

Punto 6, condiciones deseadas en el local; el aire contiene, $m_a + m_v$

Punto 1, condiciones del aire atmosférico, y por lo tanto, $m_{a1} + m_{v1}$

Con estos datos se pueden calcular las condiciones de entalpía y humedad del punto 4. La humedad a la salida W_5 , se calcula teniendo en cuenta que será la del punto 4 más los kg de vapor de agua generados en el local por kg de aire seco.

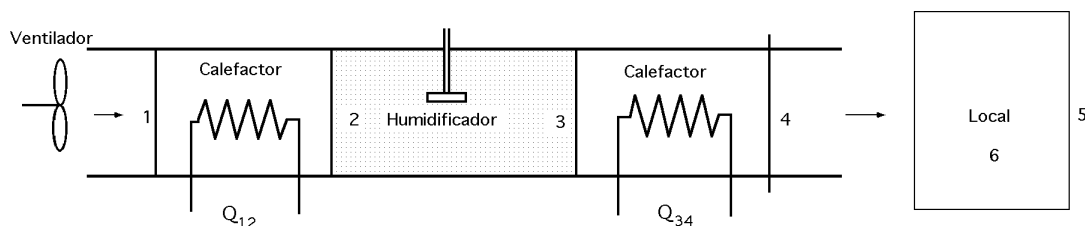


Fig XVII.19.- Esquema del acondicionador

La masa de aire seco que penetra en el local es, $m_{a1}=m_a$, es decir, la misma inicial correspondiente al aire húmedo atmosférico; la humedad del local es la que hay que modificar.

Las condiciones de salida entrada, puntos 5 y 4 son las siguientes,

$$W_5 = W_4 + \frac{m_v}{m_a} \quad ; \quad W_4 = W_5 - \frac{m_v}{m_a}$$

$$W_6 = W_4 + \frac{m_v}{2 m_a} \quad ; \quad W_4 = W_6 - \frac{m_v}{2 m_a}$$

$$i_4 = 0,24 t_4 + (0,47 t_4 + 595) W_4$$

con t_4 igual a la temperatura del local en °C.

El calor aplicado en la primera calefacción es,

$$Q_{12} = m_a (i_2 - i_1)$$

La masa de vapor inyectado en la humidificación para pasar de 2 a 3 es, $(W_3 - W_2) m_a$

El calor aplicado en la segunda calefacción es,

$$Q_{34} = m_a (i_4 - i_3)$$

Los datos del punto 3 se obtienen mediante tablas o diagramas psicrométricos.

XVII.20.- ACONDICIONAMIENTO DE AIRE EN INVIERNO CON RECIRCULACION

En este proceso hay que acondicionar previamente el local sin recirculación. El proceso consiste en aprovechar parte del aire que sale por 5, que mezclado con aire fresco se vuelve a introducir de nuevo en el local reduciendo los calentamientos. Hay que procurar se mantenga un mínimo de aire fresco que viene motivado por necesidades de ventilación (es decir los 20 a 30 m³/hora y persona).

En el proceso, representado en la Fig XVII.20, se mezcla aire en las condiciones 1 y 5, de forma que del aire húmedo 1 se seguirán introduciendo m_{a1} kg/hora de aire seco, y del aire a la salida dado por el punto 5, m_{a5} kg/hora de aire seco.

El número de kg de aire seco por hora es, $m_a = m_{a1} + m_{a5}$, estando la mezcla definida por el punto 1' del segmento (1-5) cumpliéndose de acuerdo con el proceso de mezcla adiabática,

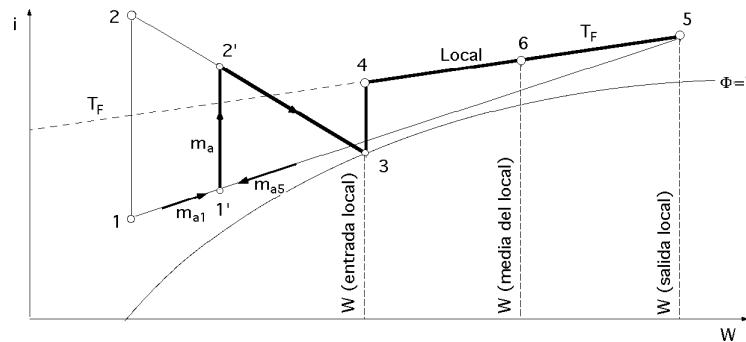


Fig XVII.20

$$\frac{1'1}{1'5} = \frac{\text{Aire recirculando}}{\text{Aire fresco}} = \frac{m_{a5}}{m_{a1}} = \frac{I_{1'} - I_1}{I_5 - I_{1'}} = \frac{W_{1'} - W_1}{W_5 - W_{1'}}$$

Hay que hacer llegar la mezcla al punto 4, partiendo del 1'. Al ser el punto 6 el punto medio entre el 4 y el 5 tendremos,

$$i_6 - i_4 = \frac{Q}{2 m_a} \quad ; \quad W_6 - W_4 = \frac{m_{v1}}{2 m_a} \quad W_4 = W_6 - \frac{m_{v1}}{2 m_a}$$

y al ser, $m_a > m_{a1}$, la diferencia entre W_6 y W_4 será menor, es decir, el punto 4 se acerca al punto 6.

El ahorro experimentado en el primer sistema calefactor es,

$$\text{Calefacción sin recirculación, } Q_{1-2} = m_{a1} (i_2 - i_1)$$

$$\text{Calefacción con recirculación, } Q_{1'-2} = m_a (i_2 - i_1')$$

Se podría llegar a no necesitar esta primera calefacción si se consigue una relación de masas de aire en las que el punto 1' se encuentre en la línea de enfriamiento que pasa por 3, punto A.

La humidificación es,

$$m_a (W_3 - W_{2'})$$

La segunda calefacción es mayor que sin recirculación, ya que se mantienen las entalpías específicas de los puntos 3 y 4, pero ha aumentado la masa de aire seco, $m_a = m_{a1} + m_{a5}$.

XVII.21.- ACONDICIONAMIENTO DE AIRE EN VERANO SIN RECIRCULACION

Supondremos que en el local en cuestión se generan m_v kg/hora de vapor de agua por hora y Q Kcal/hora. En el mismo se introduce aire en las condiciones del punto 4, Fig XVII.21, y saldrá en las condiciones del punto 5, reinando en el local un aire en las condiciones del punto 6. La recta (4-6-5) no es en verano una isoterma, ya que el aire se refresca.

El aire húmedo se toma de la atmósfera exterior en condiciones del punto 1.

El proceso se realiza en la siguiente forma,

1 a 2...(enfriamiento)

2 a 3...(deshumidificación) a $\Phi = 1$

3 a 4...(calentamiento)

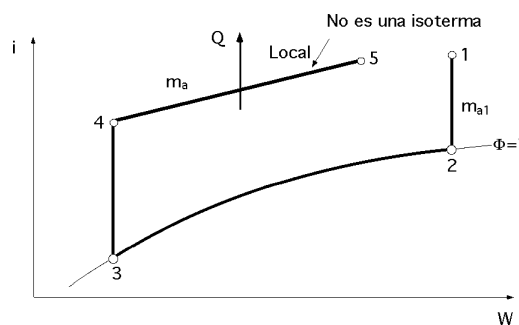


Fig XVII.21.- Acondicionamiento de aire en verano sin recirculación

Los datos de que se dispone son los correspondientes a los puntos 1 y 6, así como los kg/hora del vapor de agua generados en el local, m_v , y que habrá que eliminar, así como el calor generado en el mismo Q ; también se conoce la cantidad de aire seco del local m_a .

$$\text{La humedad, } W_4 = W_6 - \frac{m_v}{2 m_a}$$

$$\text{La entalpía de salida, } i_5 = i_4 + \frac{Q}{m_a}$$

$$\text{y como, } i_6 - i_4 = i_5 - i_6 = \frac{Q}{2 m_a} \quad i_4 = i_6 - \frac{Q}{2 m_a} = 0,24 t_4 + (0,47 t_4 + 595) W_4$$

dad, hasta las condiciones estacionarias del mismo; sin embargo, el aire que atraviesa la (U.A.A) se enfría hasta una temperatura y humedad determinadas, que son precisamente las condiciones de entrada al local, y que son las condiciones de suministro.

A las condiciones del aire de suministro las designamos por la letra N, mientras que llamamos L a las condiciones estacionarias del local, E a las condiciones del aire exterior y R al punto de rocío del aparato.

Un esquema sencillo de la instalación de la (U.A.A) junto con la representación gráfica de las líneas de maniobra del proceso, se muestra en la Fig XVII.23; se incluye el esquema de un recalentador, puesto que, generalmente, la temperatura que corresponde al punto R es demasiado baja y aunque esto repercutiría en un menor caudal, desde el punto de vista del confort, una temperatura baja del aire de suministro puede ser desagradable. En la práctica se resuelve de otra forma, como se observa en los esquemas de las Fig XVII.24 y 25.

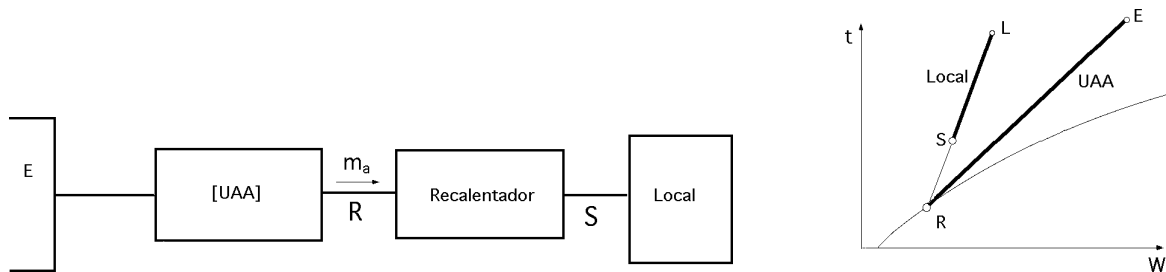


Fig XVII.23.- Acondicionamiento de aire en verano

La inclinación de la recta de maniobra del local depende de la relación entre el calor sensible y el calor total que se conoce como coeficiente de calor sensible (CCS) de la forma,

$$(CCS) = \frac{Q_S}{Q_T}, \text{ siendo, } Q_T = Q_S + Q_L$$

que en última instancia dependerá de la carga de humedad del local.

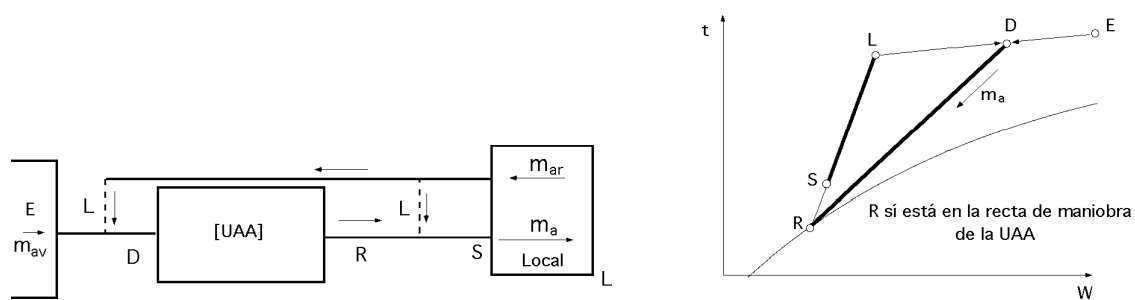
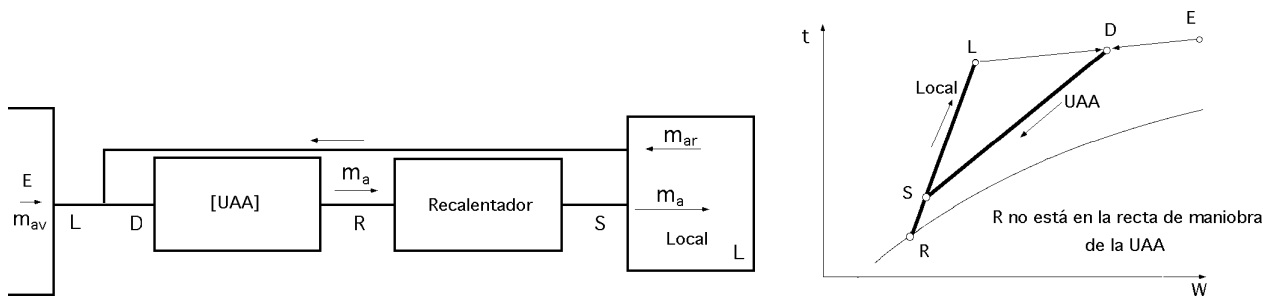
La humedad W del local es, $W = (W_L + W_S) m_a$, y como en realidad hay dos (CCS), el del local y el de la (U.A.A), es evidente que uno depende del otro; así, por ejemplo, en un local con un (CCS) bajo (que representa un porcentaje elevado de calor latente en la carga, o bien una carga de humedad elevada) puede implicar un punto de rocío del aparato demasiado bajo y en consecuencia no sería práctico trabajar en estas condiciones, por lo que habrá que buscar un compromiso entre ambos (CCS).

Con un dispositivo como el de la Fig XVII.23, se emplea un caudal de aire caliente demasiado elevado; para evitar este inconveniente se mezcla el aire que viene del exterior, que llamaremos aire de ventilación, con aire del local, que llamaremos aire de recirculación, antes de entrar en la (U.A.A), Fig XVII.24, en la que D representa el estado de la mezcla antes de la (U.A.A).

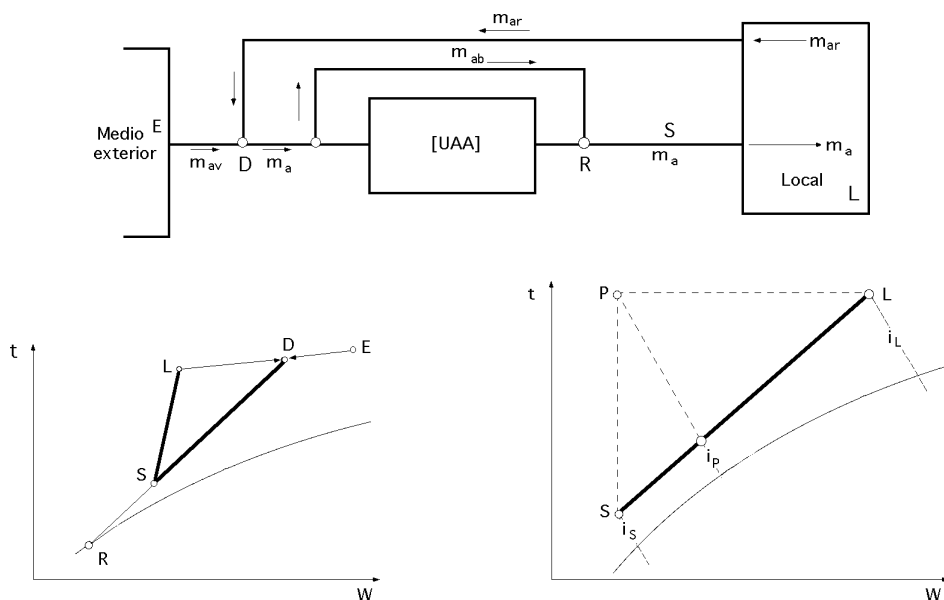
El aire de recirculación generalmente es del orden del 70% al 80% del total; este aire de ventilación es necesario porque conviene renovar la atmósfera del recinto, ya que en algunas ocasiones el aire de infiltraciones no es suficiente.

Para evitar el inconveniente del recalentamiento pueden utilizarse dos posibilidades,

a) Desviar parte del aire de recirculación y mezclarlo con el de suministro, Fig XVII.25



b) Desviar parte del aire que entra en contacto directo con los serpentines de refrigeración, aire by-pass, lo cual equivale a desviar una parte del caudal de alimentación de la (U.A.A) de la propia (U.A.A), Fig XVII.26.



Esto se puede hacer expresamente en algunas máquinas, pero en general, casi todas ellas presentan de una forma natural, un mayor o menor factor de by-pass, que no es otra cosa que la proporción de aire respecto del total que no ha entrado en contacto directo con los serpentines de la (U.A.A). Este proceso, que podemos considerar el más aproximado a la realidad, viene representado en la Fig XVII.26.

Para plantear el cálculo de los caudales de aire que intervienen en los esquemas anteriormente señalados consideraremos el proceso básico (SL), es decir, la recta de maniobra del local. La relación entre la carga térmica y el caudal de aire de suministro, es,

$$Q_T = m_a (i_L - i_S)$$

y sustituyendo la entalpía del aire húmedo, se obtiene,

$$Q_T \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \{1,004 (i_L - i_S) + 2500,6 (W_L - W_S) + 1,86 (t_L W_L - t_S W_S)\} m_a$$

en la que se puede despreciar el sumando, $1,86 (t_L W_L - t_S W_S)$, quedando la ecuación anterior en la forma,

$$Q_T \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \{1,004 (i_L - i_S) + 2500,6 (W_L - W_S)\} m_a = Q_S + Q_L$$

Como los dos sumandos coinciden, con el calor sensible el primero y con el calor latente el segundo, el gasto másico de aire se puede calcular mediante la ecuación,

$$Q_S = 1,004 (t_L - t_S) m_a \quad m_a = \frac{Q_S}{1,004 (t_L - t_S)}$$

siempre que se conozca el término Q_S de calor sensible.

El caudal de recirculación es del orden de un 70% a un 80% del total. Como el caudal de ventilación viene determinado por las necesidades del local, podemos utilizar la ecuación,

$$m_a = m_{av} + m_{ar}$$

obtenida mediante un balance de aire seco en el punto de mezcla de las corrientes de ventilación y recirculación.

El caudal de “by-pass”, que está comprendido en la mayoría de los casos entre un 15% y un 30% del total, influye sobre las condiciones que deseemos en el punto S, o aire de suministro; se calcula en función del punto de rocío del aparato, de las condiciones de suministro y del punto D que corresponde a la mezcla del aire de ventilación con el de recirculación.

Ejemplo.- *Se desea climatizar un restaurante cuyas cargas sensible y latente han sido evaluadas en 23,26 kW y 15,30 kW, respectivamente; se utilizará aire del exterior que está a 30°C y un 80% de humedad relativa y aire de recirculación proveniente del propio local. El local deberá mantenerse a 25°C y un 70% de humedad; la temperatura del aire de suministro se ha calculado por necesidades del confort en 18°C y un gasto másico de 1.200 kg/hora (0,3333 kg/seg) de aire seco de ventilación, calculado según las necesidades de renovación de aire del restaurante. El esquema del proceso (instalación y diagrama) se representa en la Fig XVII.25.*

Cálculo del gasto de aire seco de suministro.- Para ello emplearemos la ecuación,

$$m_a = \frac{Q_s}{1,004 (t_L - t_s)} = \frac{23,26}{1,004 (25 - 18)} = 3,3096 \frac{\text{kg}}{\text{seg}}$$

El gasto de aire seco de recirculación es,

$$m_{ar} = m_a - m_{av} = 3,3096 - 0,3333 = 2,9763 \frac{\text{kg}}{\text{seg}}$$

Determinación del punto D.- Con la temperatura y la humedad relativa, pueden calcularse la humedad absoluta y la entalpía de los puntos L y E, obteniéndose,

$$W_L = 0,622 \frac{p_{sL}}{p - p_{sL}} = \left| 25^\circ\text{C} \quad p_{sL} = 23,77 \text{ mm.Hg} \right| = 0,622 \frac{0,7 \times 23,77}{760 - (0,7 \times 23,77)} = 0,0139225 \frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}}$$

$$i_L = 0,24 t_L + (0,47 t_L + 595) W_L = (0,24 \times 25) + \{ (0,47 \times 25) + 595 \} \times 0,0139225 = 14,447477 \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}} = 60,47 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

En la misma forma se obtienen W_E , i_E , teniendo en cuenta que para, $t_E = 30^\circ\text{C}$ $p_s = 31,83$ mm Hg,

$$W_E = 0,0215627 \frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}} ; \quad I_E = 20,334 \frac{\text{Kcal}}{\text{kg}} = 85,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Para determinar el punto D, consideraremos que es el resultado de una mezcla adiabática de las corrientes E y L; aplicando la ecuación,

$$\frac{m_{ar}}{m_{av}} = \frac{2,9763}{0,3333} = 8,9298 = \frac{t_E - t_D}{t_D - t_L} = \frac{i_E - i_D}{i_D - i_L} = \frac{W_E - W_D}{W_D - W_L}$$

$$\frac{W_E - W_D}{W_D - W_L} = 8,9298 = \frac{0,0215627 - W_D}{W_D - 0,0139225} \quad W_D = 0,0146919 \frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}}$$

$$8,9298 = \frac{i_E - i_D}{i_D - i_L} = \frac{85,117 - i_D}{i_D - 60,47} \quad i_D = 62,98 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} ; \quad D = 0,716$$

Determinación del punto S.- La inclinación de la recta (SL), Fig XVII.26, se puede determinar a partir del coeficiente de calor sensible [CCS] del local, cuyo valor es,

$$(\text{CCS})_{\text{local}} = \frac{Q_s}{Q_T} = \frac{23,26}{23,26 + 15,3} = 0,6032$$

La línea de maniobra (SL) se puede descomponer en (SP) y (PL), correspondientes a un calentamiento sensible y latente, Fig XVII.26.

El CCS se puede expresar en función de las entalpías en la forma,

$$(\text{CCS}) = \frac{i_P - i_S}{i_L - i_S} = \frac{1,004 (t_L - t_S)}{i_L - i_S}$$

Al punto P le corresponde una temperatura de 25°C, igual a la del punto L, y por ser el trayecto (SP) de calentamiento sensible, la diferencia de entalpías puede ponerse directamente en función de la diferencia de temperaturas; así se tiene

$$0,6032 = \frac{1,004 - (25 - 18)}{60,47 - i_S} \quad i_S = 49,36 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad ; \quad W_S = 0,0121647 \frac{\text{kg agua}}{\text{kg aire seco}} \quad ; \quad D = 0,943$$

Al examinar esta ecuación se hace evidente que si no viniese fijada la temperatura del punto S, existiría una indeterminación en dicho punto; sólo en el caso de que supusiéramos conocido el punto R, podría entonces determinarse el punto S por intersección de las rectas (SL) y (RD).

Determinación del punto R.- Para calcular las condiciones del punto R hay que tener en cuenta que pertenece a la recta (RD) y a la curva de saturación; a su vez se conoce la intersección de las rectas (RD) y (SL), que es el punto S, por lo que se cumple,

$$\frac{W_D - W_R}{t_D - t_R} = \frac{W_D - W_S}{t_D - t_S} \quad \frac{0,0146919 - W_R}{25,5 - t_R} = \frac{0,0146919 - 0,0121647}{25,5 - 18} = 3,3696 \cdot 10^{-4}$$

$$W_R = (6,09942 + 0,33696 t_R) \cdot 10^{-3}$$

que junto con la ecuación aproximada de la curva de saturación, de la forma,

$$t_R (^{\circ}\text{C}) = \frac{5291}{14,293 - \ln W_R + \ln (W_R + 0,622)} - 273$$

proporcionan,

$$t_R = 16,29^{\circ}\text{C} \quad ; \quad W_R = 0,0115885 \frac{\text{kg}}{\text{kg aire}} \quad ; \quad i_R = 46,22 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Determinación del factor de by-pass f .- Aplicando a la mezcla de corrientes R y D que conforman S, Fig XVII.26, la ecuación

$$f = \frac{m_{ab}}{m_a} = \frac{t_S - t_R}{t_D - t_R} = \frac{18 - 16,29}{25,5 - 16,29} = 0,1835$$

en la que f es la proporción de aire seco que no ha entrado en contacto con los serpentines.

Para una temperatura de entrada del aire dada, el factor de by-pass es una constante del aparato; en la práctica es posible que se tenga que establecer un compromiso entre el valor deseado para t_S y el obtenido a partir de la ecuación anterior, supuesto conocido el factor f .

Potencia calorífica absorbida por los serpentines.- El calor absorbido por los serpentines es, $I_D - I_R$; la potencia calorífica viene dada por,

$$Q = m_{a^*} (i_D - i_R)$$

en la que m_{a^*} es el caudal de aire seco que se supone entra en contacto con los serpentines.

Tabla XVII.4.- Otras soluciones para distintos valores de t_s , comprendidos entre 17°C y 19°C.

t_s (°C)	i_s (kJ/Kg)	W_s (Kg/Kg _{aire})	s	t_R (°C)	f
17	47,78	0,012128	0,9829	16,52	0,0534
17,5	48,61	0,0122539	0,9626	16,42	0,1189
18	49,36	0,0121647	0,9431	16,29	0,1835
18,5	50,28	0,0125054	0,9222	16,17	0,2497
19	51,11	0,0126311	0,9029	16	0,3158

El caudal m_{a^*} y la potencia calorífica Q , valen,

$$m_{a^*} = (1 - f) m_a = (1 - 0,1835) \times 3,3096 = 2,70229 \frac{\text{kg}}{\text{seg}}$$

$$Q = 2,70229 \times (62,98 - 46,22) = 45,29 \text{ kW}$$

En este problema se puede considerar la posibilidad de utilizar otras temperaturas para el aire de suministro, dentro de unos márgenes no muy alejados de los 18°C iniciales, a fin de poder elegir entre una gama más amplia de factores de “by-pass”, elemento este último que junto a la potencia calorífica y la temperatura t_R permitirán elegir la (U.A.A) adecuada.

XVIII.- COMBUSTION

XVIII.1.- INTRODUCCION

Se entiende por combustión a toda reacción química que va acompañada de gran desprendimiento de calor, que puede ser sumamente lenta, de tal manera que el fenómeno no vaya acompañado de una elevación de temperatura sensible a nuestros sentidos, como sucede en la oxidación del hierro en el aire húmedo, fenómeno conocido como combustión lenta o eremacausia. Si el desprendimiento de calor es muy rápido, el fenómeno se llama detonación.

En toda combustión, el cuerpo que arde se denomina combustible y el que produce la combustión, comburente. Una combustión es la reacción del oxígeno con diversas sustancias, en general el carbono y el hidrógeno. En la mayoría de los casos el portador del oxígeno es el aire; el nitrógeno y los demás componentes del aire no reaccionan con el combustible, por lo que en muchos cálculos no habrá que tenerlos en cuenta. Los productos reaccionantes son, el combustible, el aire, los productos de la combustión gaseosos denominados humos o gases de escape y las cenizas que pueden originarse formadas por componentes no combustibles o no quemados del combustible (inquemados). Los explosivos y ciertos combustibles no precisan aire para realizar la combustión, por cuanto el oxígeno necesario lo tienen ya químicamente ligado a ellos.

En el proceso de combustión, las sustancias que intervienen reaccionan químicamente y tienen que cumplir,

- a) El Principio de Conservación de la Materia, de forma que conocidas las cantidades de combustible y de aire necesario para la combustión, sea posible hallar la cantidad resultante de productos de combustión.*
- b) El Primer Principio de la Termodinámica, por cuanto las reacciones químicas, y en particular las combustiones, son transformaciones energéticas.*
- c) El Segundo Principio de la Termodinámica, que permite obtener el rendimiento termodinámico de la transformación de energía que tiene lugar durante la reacción química, y conocer en qué dirección y en qué proporción se desarrollará, (equilibrio químico).*

La combustión se verifica tanto mejor cuanto más íntimamente estén unidos el combustible y el comburente, por lo que los combustibles más apropiados para realizar una combustión perfecta son los combustibles gaseosos. Hoy día se queman combustibles líquidos y carbón pulverizado en

hogares especiales, que permiten una unión más íntima en el aire y el aprovechamiento de combustibles de bajo precio.

Cuando un combustible líquido o gaseoso se introduce en un hogar, nada más ponerse en contacto con el aire comburente y alcanza la temperatura de inflamación, entra en combustión sin que se requiera ninguna transformación intermedia. Cuando el combustible es sólido, en primer lugar experimenta una gasificación en la parrilla del hogar, de forma que los gases así producidos se combinan con el aire formando la llama; a continuación, la parte que contiene carbono, al alcanzar la temperatura de inflamación, entra en combustión por su superficie.

La combustión se denomina completa o perfecta, cuando toda la parte combustible se ha oxidado al máximo.

Si la combustión es incompleta o imperfecta, los productos de la combustión poseen sustancias todavía capaces de ser oxidadas, por ejemplo el CO que puede pasar a CO₂. La combustión incompleta aparece cuando el aire es insuficiente, o en aquellas zonas de las cámaras de combustión en las que el aire no llega en cantidad suficiente. En general se tiende a evitar las combustiones incompletas, ya que no sólo van ligadas a pérdidas de energía, sino también a procesos altamente contaminantes; el combustible que no ha reaccionado y los componentes combustibles de los humos, contienen una energía química que no se aprovecha, al tiempo que se generan elementos inquemados CH, y elementos contaminantes CO, NO_x, etc.

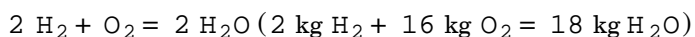
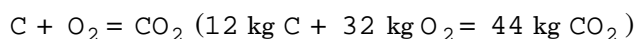
BALANCES DE MATERIA EN LAS COMBUSTIONES COMPLETAS.- Los balances de materia a considerar en una combustión tienen como misión determinar la cantidad de oxígeno o aire necesario para efectuar dicha combustión. También tiene interés conocer la cantidad y composición de los productos de la combustión, ya que de la composición de los humos se puede deducir la marcha de la combustión y, con su análisis, se puede controlar la combustión, y si es perfecta o no.

REACCIONES QUÍMICAS DE COMBUSTION.- Los elementos combustibles de la mayoría de las sustancias combustibles son, el carbono, el hidrógeno y una pequeña cantidad de azufre. Los cálculos se realizan mediante algunas reacciones químicas de estas sustancias con el oxígeno, teniendo en cuenta que,

a) El combustible es un único compuesto químico, (sustancia pura), o bien una mezcla de sustancias puras, (mezcla de gases combustibles).

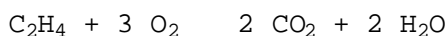
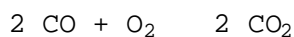
b) El combustible, si es un líquido o un sólido, (fuel, carbón, etc), es una mezcla de diversos compuestos cuya composición química se puede determinar.

En cualquier caso, los elementos combustibles son sólo el C, H₂ y S y las reacciones de combustión se pueden reducir, cuando se trata de combustibles sólidos o líquidos, a las tres siguientes,



Los gases que se desprenden del combustible sólido son hidrocarburos ligeros CH₄, pesados

C₂H₄, C₂H₂, C₆H₆ y en algunos casos el CO y el SO₂, de forma que,



Si la combustión es incompleta algunos gases combustibles escapan sin arder, encontrándose en los humos gases como el CO y algunos hidrocarburos.

En general, el oxígeno debe ser abundante para que la combustión sea lo más completa posible, por lo que es necesario exista aire en exceso.

Un elevado exceso de aire es desfavorable porque disminuye la temperatura de combustión, arrastrando, además, un elevado número de calorías que se pierden por los humos, al tiempo que se provoca la aparición de los NO_x.

CARACTERISTICAS DE LOS COMBUSTIBLES.- Las principales características de los combustibles son,

a) La **humedad**, que es la cantidad de agua contenida en el combustible, expresada en % en peso; tiene especial importancia en los combustibles sólidos, y puede ser de dos tipos,

- **Humedad libre**, que es el agua unida mecánicamente al combustible durante el proceso de lavado

- **Humedad intrínseca**, que es el agua contenida en el combustible, en equilibrio con la humedad ambiente.

b) Las **cenizas**, materias inertes, son el residuo sólido resultante de la combustión completa de un combustible.

c) Las **materias volátiles**, propias de un combustible sólido, son el porcentaje de pérdida en peso experimentado por el combustible al calentarlo en ausencia de oxígeno durante siete minutos a 925°C. En este porcentaje no se incluye la humedad del combustible.

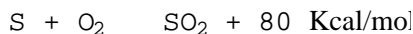
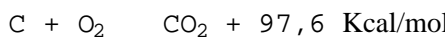
d) El **carbón fijo**, es la materia combustible realmente contenida en el combustible, o porcentaje de residuo sólido una vez descontadas las cenizas.

e) **Temperatura de inflamación**.- La combustión es la reacción exotérmica de un combustible con el oxígeno del aire; para que tenga lugar no es suficiente que exista contacto entre el combustible y el comburente, sino que además se requiere una cierta temperatura mínima, que depende del tipo de combustible, y que recibe el nombre de temperatura de inflamación.

f) **Temperatura de ignición**.- La temperatura de ignición se distingue de la anterior en que la llama originada por la combustión de los vapores es duradera y persistente, mientras quede combustible.

XVIII.2.-CALOR DE REACCION Y POTENCIA CALORIFICA

La **potencia calorífica** se puede expresar como la cantidad de calor desprendida en la combustión completa de la unidad de combustible, 1 mol o 1 kg si es sólido o líquido, y 1 m³ a 0° y 760 mm de Hg si es un combustible gaseoso. En la combustión completa se generan,



La potencia calorífica de un combustible se determina en un calorímetro; en su determinación se puede observar que en las paredes del calorímetro se deposita agua que proviene de la condensación del vapor de agua producido en la combustión, que al condensar cede aproximadamente 600 Kcal/kg; éste calor sumado al generado en la combustión recibe el nombre de *potencia calorífica superior*, que es el resultado proporcionado por el calorímetro.

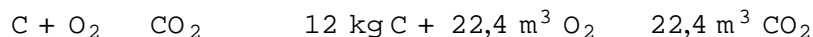
Si ese mismo combustible se quema en un hogar industrial, el vapor de agua existente en los humos no condensa debido a que la temperatura de éstos es siempre superior a 100°C; en estas circunstancias los combustibles no proporcionan las calorías que corresponden al valor obtenido en el calorímetro, sino un valor inferior que recibe el nombre de *potencia calorífica inferior*, que no se aprovecha íntegramente, por cuanto los humos calientes se llevan parte del calor generado; si de la potencia calorífica inferior se descuenta el calor sensible que llevan los humos, la cantidad de calor que realmente se puede utilizar recibe el nombre de *potencia calorífica útil*.

XVIII.3.- COMBUSTION ESTEQUIOMETRICA

De las reacciones de combustión expuestas se deduce la forma de calcular el aire mínimo o teórico necesario para la combustión, es decir, el aire teóricamente indispensable para que todo el carbono, todo el hidrógeno y todo el azufre de un combustible se combinen con el oxígeno del aire.

CALCULO DEL PODER COMBURIVORO.- Se llama poder comburívoro de un combustible a la cantidad de aire mínima necesaria, en condiciones normales, para que se verifique la combustión completa de la unidad de combustible; a la combustión realizada en estas condiciones se la denomina combustión neutra, perfecta o estequiométrica..

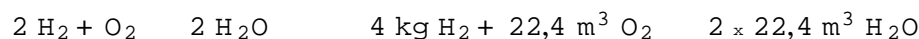
Se consideramos 1 kg de combustible que tiene C kg de carbono, H kg de hidrógeno y S kg de azufre, la cantidad de oxígeno requerido para la combustión completa del carbono responde a la reacción,



es decir,

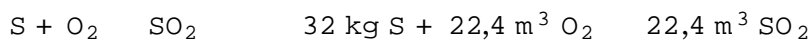
$$\text{C kg de Carbono necesitan } \frac{22,4 \text{ C}}{12} \text{ kg de O}_2$$

La cantidad de oxígeno necesaria para la combustión completa del H₂ implica,



$$\text{H kg de Hidrógeno necesitan } \frac{22,4 \text{ H}}{4} \text{ kg de O}_2$$

La cantidad de oxígeno necesaria para la combustión completa del S supone,



S kg de Azufre necesitan $\frac{22,4 \text{ S}}{32}$ kg de O_2

Por lo tanto, *el volumen de oxígeno necesario para quemar 1 kg de combustible es,*

$$V_{O_2} = 22,4 \left(\frac{C}{12} + \frac{H}{4} + \frac{S}{32} - \frac{O}{32} \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} = 22,4 \left\{ \frac{C}{12} + \frac{S}{32} + \frac{1}{4} \left(H - \frac{O}{8} \right) \right\} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

en la que $\frac{O}{32}$ es el oxígeno contenido en el combustible.

Como en 100 partes en volumen de aire, 21 son de oxígeno, *el volumen de aire mínimo necesario para quemar 1 kg de combustible es,*

$$V_{\text{aire mínimo}} = \frac{100}{21} \times 22,4 \left(\frac{C}{12} + \frac{H}{4} + \frac{S}{32} - \frac{O}{32} \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} = \frac{100}{21} \times 22,4 \left\{ \frac{C}{12} + \frac{S}{32} + \frac{1}{4} \left(H - \frac{O}{8} \right) \right\} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

La expresión $\left(H - \frac{O}{8} \right)$ se denomina hidrógeno disponible y representa la parte de hidrógeno que queda en el combustible después de quemar el propio hidrógeno del combustible en el oxígeno existente, ya que se necesitan 8 gramos de oxígeno para consumir 1 gramo de hidrógeno.

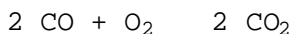
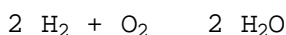
El peso del aire necesario se puede determinar en función del volumen del aire ya calculado, teniendo en cuenta que en condiciones normales, 1 m³ de aire pesa 1,293 kg y si la composición del aire en peso es de 23% de oxígeno, por 77% de nitrógeno, resulta,

$$1 \text{ kg de } O_2 \text{ equivale a } \frac{100}{23} = 4,34 \text{ kg de aire}$$

por lo que el *peso de aire necesario* es,

$$P_{\text{aire mínimo}} = 4,34 (2,67 C + 8 H + S - O) \frac{\text{kg de aire}}{\text{kg de combustible}}$$

A título de ejemplo, si se dispone de un combustible gaseoso que contiene hidrógeno H_2 , óxido de carbono CO , acetileno C_2H_2 , metano CH_4 , eteno C_2H_4 y benceno C_6H_6 , se obtienen las siguientes reacciones,



VOLUMEN DE AIRE MINIMO POR m³ DE COMBUSTIBLE.- Si en 1 m³ de dicho combustible existen H m³ de hidrógeno, CO m³ de monóxido de carbono, CH₄ m³ de metano, C₂H₄ m³ de etano, C₂H₂ m³ de acetileno y C₆H₆ m³ de benceno, resulta, para 0°C y 760 mm, un volumen de aire necesario mínimo,

$$V_{\text{aire mínimo}} = 4,77 \left(\frac{H + CO}{2} + 2 CH_4 + 3 C_2H_4 + 2,5 C_2H_2 + 7,5 C_6H_6 - O \right) m^3$$

Si la cantidad de hidrocarburos pesados (eteno, acetileno y benceno) no se conoce en detalle, pero sí el valor de su suma $\sum CH m^3$, se puede aplicar con aproximación suficiente la expresión:

$$V_{\text{aire mínimo}} = 4,77 \left(\frac{H + CO}{2} + 2 CH_4 + 3 \sum CH - O \right) m^3$$

Si se conoce la potencia calorífica inferior P_i del combustible, para los gases pobres, como el gas de alto horno, gas de gasógeno, gas de agua, etc, se tiene,

$$V_{\text{aire mínimo}} = \frac{0,875 P_i}{1000} \frac{m^3}{m^3}$$

Para los gases ricos, como el gas del alumbrado, gas de refinerías, gas de hornos de coque, etc,

$$V_{\text{aire mínimo}} = \left(\frac{1,09 P_i}{1000} - 0,25 \right) \frac{m^3}{m^3}$$

VOLUMEN DE AIRE MINIMO POR kg DE COMBUSTIBLE.- Existen fórmulas empíricas que permiten calcular el volumen de aire necesario por kg de combustible, en función de la potencia calorífica inferior P_i del mismo.

$$\text{Para los combustibles sólidos, } V_{\text{aire mínimo}} = \left(\frac{1,01 P_i}{1000} + 0,5 \right) \frac{m^3}{kg}$$

$$\text{Para los combustibles líquidos, } V_{\text{aire mínimo}} = \frac{0,85 P_i}{1000} \frac{m^3}{kg}$$

La cantidad de aire determinada en estos casos, es la cantidad estricta mínima de aire necesaria (condición estequiométrica), para que se verifique la combustión total. En la práctica es preciso tomar una cantidad mayor que la teórica, para que la combustión sea lo más perfecta posible.

CALCULO DEL PODER FUMIGENO.- El poder fumígeno se define como el peso de los humos producidos en la combustión de la unidad de combustible.

Considerando que la combustión se realiza empleando como comburente no el oxígeno puro, sino el aire, los gases procedentes de la combustión serán, para la combustión perfecta, anhídrido carbónico, vapor de agua y nitrógeno, y además, óxido de carbono para el caso de que la combustión no sea completa. También habrá oxígeno procedente del aire, si éste se ha tomado en exceso, y si el combustible tiene azufre, habrá anhídrido sulfuroso.

El peso y volumen de los gases de combustión, que por 1 kg de combustible tiene C kg de carbono, H kg de hidrógeno, S kg de azufre y Z kg de cenizas, lo obtenemos en la forma,

El volumen de los humos secos es,

$$V_{\text{humos secos}} = V_{H_2} + V_{CO_2} + V_{SO_2}$$

$$V_{\text{humos secos}} = \frac{79}{21} \times 22,4 \left\{ \frac{C}{12} + \frac{S}{32} + \frac{1}{4} \left(H - \frac{O}{8} \right) \right\} + 22,4 \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} =$$

$$= 22,4 \left\{ \frac{100}{21} \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right) + \frac{79}{21} \left(\frac{8H - O}{32} \right) \right\} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

El *peso de los humos secos* es,

$$P_{\text{humos secos}} = P_{H_2} + P_{CO_2} + P_{SO_2} = \left| \begin{array}{l} P_{H_2} = \frac{77}{23} P_{O_2} = 3,35 (2,67 C + 8 H + S - O) \\ P_{CO_2} + P_{SO_2} = 3,66 C + 9 H + 2 S \end{array} \right| =$$

$$= 3,35 (2,67 C + 8 H + S - O) + 3,66 C + 9 H + 2 S \frac{\text{kg}_{\text{humos}}}{\text{kg}_{\text{combustible}}}$$

Para 1 kg de combustible, el peso de los humos secos es,

$$P_{\text{humos secos}} = P_{\text{combustible}} + P_{\text{aire mínimo}} - P_{\text{cenizas}} = 1 + 4,34 (2,67 C + 8 H + S - O) - Z \frac{\text{kg}_{\text{humos}}}{\text{kg}_{\text{combustible}}}$$

El % de CO_2 que hay en los humos A se puede calcular, en función del poder fumígeno (en volumen), teniendo en cuenta que en el CO_2 va siempre algo de SO_2 , en la forma,

$$A = \% CO_2 = \frac{100 \times 22,4 \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right)}{V_{\text{humos secos}}} \quad 19\% \text{ a } 20\%$$

FORMULACION EMPIRICA PARA EL CALCULO DEL VOLUMEN DE HUMOS TOTAL PRODUCIDOS POR UN COMBUSTIBLE EN FUNCION DE SU POTENCIA CALORIFICA INFERIOR

Existen fórmulas empíricas que proporcionan *el volumen de humos total producidos por un combustible en función de su poder calorífico inferior P_i* , de la forma,

$$\text{Para los combustibles sólidos, } V_{\text{humos}} = \left(\frac{0,89 P_i}{1000} + 1,65 \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\text{Para los combustibles líquidos, } V_{\text{humos}} = \frac{1,11 P_i}{1000} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\text{Para gases pobres, } V_{\text{humos}} = \left(\frac{0,725 P_i}{1000} + 1 \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\text{Para gases ricos, } V_{\text{humos}} = \left(\frac{1,14 P_i}{1000} + 0,25 \right) \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

que junto a las que proporcionan el aire mínimo necesario para una combustión perfecta, se conocen como *fórmulas de Rosin*, y son de utilidad si no se conoce la composición química del combustible.

En un sistema cartesiano, tomando sobre el eje de abscisas los humos totales (humos húmedos), y sobre el de ordenadas los poderes caloríficos inferiores P_i , comprobó que las líneas que relacionan a estos valores son, aproximadamente, rectas; lo mismo sucede con la línea que relaciona al aire mínimo con la potencia calorífica, como se puede observar en las gráficas de las Fig XVIII.1 y 2 correspondientes a combustibles sólidos, líquidos y gaseosos.

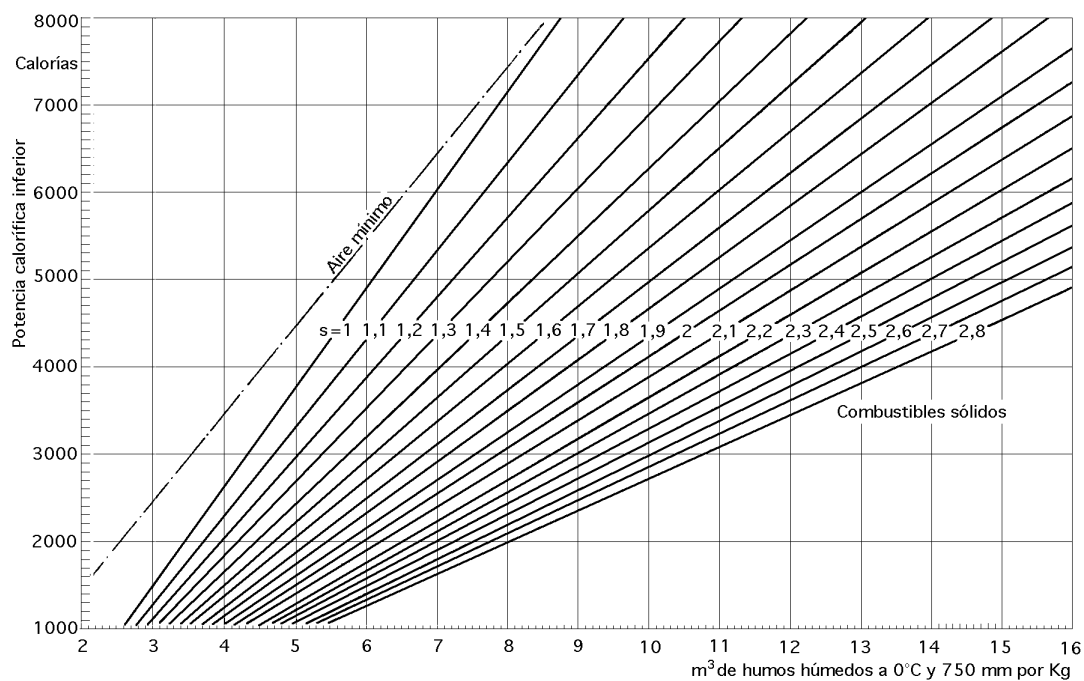


Fig XVIII.1.- Volúmenes de humos y aire mínimo para los combustibles sólidos (Rosin)

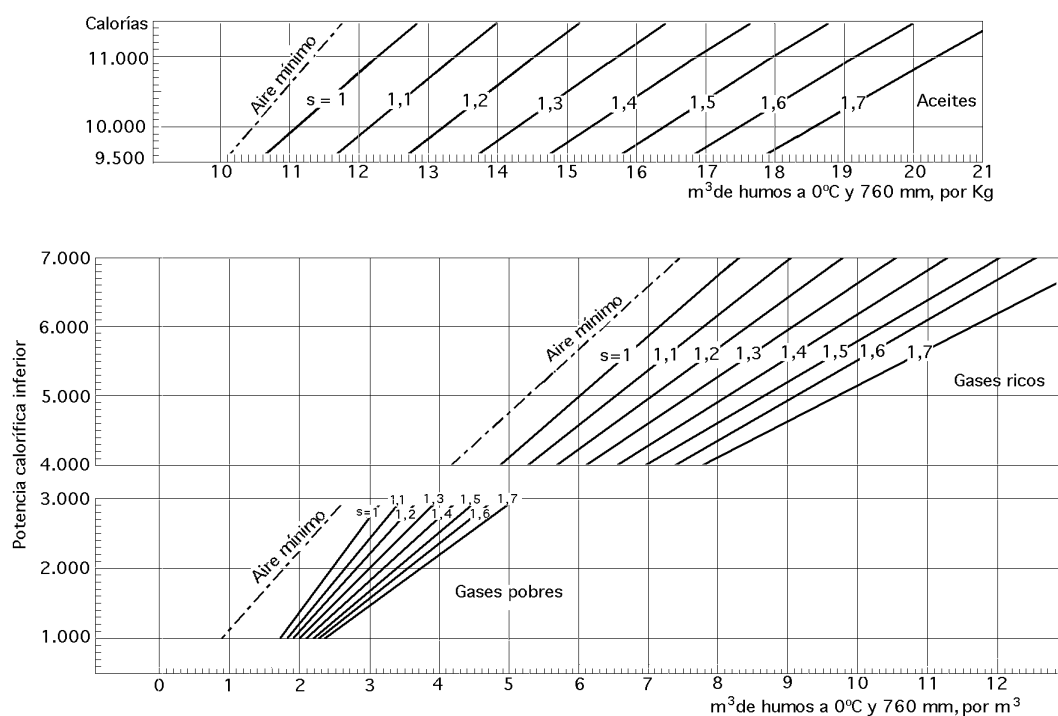


Fig XVIII.2.- Volúmenes de humos y aire mínimo para combustibles líquidos y gaseosos (Rosin)

XVIII.4.- COMBUSTION CON EXCESO O CON DEFECTO DE AIRE

Dado el corto tiempo en que en un hogar están juntos el combustible y el comburente, es imposible que se combinen por completo aunque se haga llegar al hogar el aire mínimo necesario para la combustión antes calculado, ya que éste no se puede poner en contacto con todo el combustible que pasa al mismo tiempo por el hogar; por lo que, en la práctica habrá que emplear una cantidad real de aire $A_{\text{aire real}}$ mayor que la calculada.

COEFICIENTE DE EXCESO DE AIRE.- La relación entre el aire real y el aire mínimo se denomina *coeficiente de exceso de aire* s de la forma,

$$s = \frac{A_{\text{aire real}}}{A_{\text{aire mínimo}}}$$

Para combustibles sólidos, $s = 1,5 \div 2,0$

en la que, Para combustibles líquidos, $s = 1,1 \div 1,2$

Para combustibles gaseosos, $s = 1,0 \div 1,1$

EXCESO DE AIRE.- El exceso de aire e se define en la forma,

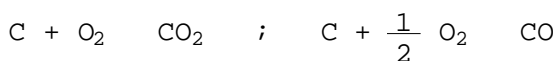
$$e = A_{\text{aire real}} - A_{\text{aire mínimo}} = (s - 1) A_{\text{aire mínimo}}$$

que se suele expresar en %, pudiendo ser positivo (exceso), o negativo (defecto)

Si V_t es el volumen de aire teórico o mínimo, el volumen práctico V_p será,

$$V_p = V_t + \frac{e}{100} V_t$$

Si se admite que el H y el S se queman completamente, y que el C se quema parcialmente produciendo CO_2 y CO, las ecuaciones de la combustión son,



por lo que,

- El volumen de los gases de la combustión, referidos a 1 kg de carbono, es el mismo tanto si se quema para formar sólo CO_2 , o bien la mezcla de CO_2 y CO, por lo que el volumen de $\text{CO}_2 + \text{CO}$ en los gases de combustión es el mismo que el de CO_2 en la combustión estequiométrica.

- El volumen de O_2 consumido para formar $\text{CO}_2 + \text{CO}$ es menor que el necesario para formar CO_2 , por lo que quedará en los humos un exceso de O_2 (no combinado), igual a la mitad del volumen del CO formado $V_{\text{CO}}/2$.

En la práctica es importante saber con qué exceso de aire se verifica la combustión en un hogar, para lo cual se determina el % de CO_2 en los humos secos (humos que quedan después de condensar el vapor de agua al salir del hogar); a partir de este dato se puede calcular el coeficiente

de exceso de aire basándose en las siguientes condiciones,

- En la combustión estequiométrica, todo el oxígeno del aire comburente 21% en volumen) forma un volumen igual de CO₂, deduciéndose que el % máximo teórico de CO₂ en los humos es del 21%. Como los combustibles, además de C tienen casi siempre H₂, y dado que el O₂ debe combinarse también con el H₂, el % de CO₂ en los humos secos no puede llegar a la cifra anteriormente indicada, es decir, el valor máximo teórico de CO₂ es algo menor, del orden del 19%.

- Si la combustión no es neutra, este 19% del oxígeno del aire disponible para formar CO₂ no se combina en su totalidad con el carbono, quedando un volumen V'_{O₂} en los humos secos.

Si V'_{CO₂} es el volumen de CO₂ en los mismos, se debe verificar que, V'_{CO₂} + V'_{O₂} = 0,19

Dividiéndola por V'_{CO₂} se obtiene, $\frac{V'_{CO_2} + V'_{O_2}}{V'_{CO_2}} = \frac{0,19}{V'_{CO_2}}$

Como, V'_{CO₂} + V'_{O₂}, es el volumen de oxígeno real empleado en la combustión y V'_{CO₂} es el volumen de oxígeno mínimo requerido para la misma, el primer miembro de la igualdad anterior es, por lo tanto, la relación entre el oxígeno real y el oxígeno mínimo, que es igual a la relación entre el aire real y el aire mínimo, es decir,

$$s = \frac{0,19}{V'_{CO_2}}$$

que proporciona una primera aproximación del valor del *coeficiente de exceso de aire s*, cuando se conoce el % de CO₂ en los humos secos.

VOLUMEN TOTAL DE LOS GASES DE COMBUSTION.- El volumen total de los gases de combustión, con exceso o con defecto de aire, y formación de CO₂ + CO, es,

$$V'_{\text{humos}} = V_{\text{humos secos}} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2} \frac{m^3}{Kg}$$

$$\text{El volumen de O}_2 \text{ de los humos es, } V'_{O_2} = \frac{21}{100} \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2} \frac{m^3}{kg}$$

$$\text{El volumen de CO}_2 \text{ de los humos es, } V'_{CO_2} = \frac{A}{100} \frac{V_{\text{humos secos}}}{100} - V_{CO} \frac{m^3}{Kg}$$

$$\text{El volumen de CO de los humos es, } V'_{CO} = V_{CO} \frac{m^3}{Kg}$$

Llamando *x, y, t* a los % en volumen del O₂, CO₂ y CO en los humos, se obtiene,

$$x = 100 \frac{V'_{O_2}}{V'_{\text{humos}}} = 100 \frac{\frac{21}{100} \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

$$y = 100 \frac{V'_{CO_2}}{V'_{\text{humos}}} = 100 \frac{\frac{A}{100} \frac{V_{\text{humos secos}}}{100} - V_{CO}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

$$t = 100 \frac{V'_{CO}}{V_{humos}} = 100 \frac{V_{CO}}{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

A partir de estos cálculos se puede representar gráficamente la combustión, mediante el triángulo de la combustión o diagrama de Ostwald, cuya construcción exponemos a continuación.

XVIII.5.- DIAGRAMA DE OSTWALD

Para un combustible dado, si los valores de C, H, O y S son constantes, los valores de las ecuaciones que proporcionan $V_{aire\ mínimo}$, $V_{humos\ secos}$ y $A\%$ de CO_2 , también serán constantes.

Como la característica de una combustión es su exceso o defecto de aire e , vamos a determinar una relación entre las concentraciones de $O_2(x)$ y $CO_2(y)$; eliminando V_{CO} entre las ecuaciones anteriores se obtiene,

$$\frac{x}{100} = \frac{\frac{21}{100} \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

$$\frac{y}{200} = \frac{\frac{A}{200} V_{humos\ secos} - V_{CO}}{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

$$\frac{100 - x}{100} = \frac{V_{humos\ secos} - \frac{79}{100} \frac{e}{100} V_t}{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

$$\frac{200 + y}{200} = \frac{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{A V_{humos\ secos}}{200}}{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{V_{CO}}{2}}$$

Dividiéndolas entre sí,

$$\frac{200 - 2x}{200 + y} = \frac{V_{humos\ secos} - \frac{79}{100} \frac{e}{100} V_t}{V_{humos\ secos} + \frac{e}{100} V_t + \frac{A V_{humos\ secos}}{200}}$$

y despejando y resulta,

$$y = \frac{100 A V_{humos\ secos} + 2 e V_t - x \{(200 + A) V_{humos\ secos} + 2 e V_t\}}{V_{humos\ secos} + \frac{79 e}{100} V_t}$$

Dicho valor en el plano (x,y) proporciona una familia de rectas con exceso de aire constante.

Eliminando V_{CO} y e entre las ecuaciones que representan los valores de x , y y t se obtiene,

$$\frac{y}{t} = \frac{\frac{A V_{\text{humos secos}}}{100} - V_{\text{CO}}}{V_{\text{CO}}} \quad ; \quad \frac{y + t}{t} = \frac{A V_{\text{humos secos}}}{100 V_{\text{CO}}} \quad V_{\text{CO}} = \frac{A V_{\text{humos secos}} t}{100 (y + t)}$$

De la ecuación que proporciona el valor de t se obtiene,

$$\frac{e V_t}{100} = \frac{100 V_{\text{CO}}}{t} - V_{\text{humos secos}} - \frac{V_{\text{CO}}}{2}$$

valor que sustituido en la ecuación que proporciona x permite obtener,

$$\begin{aligned} \frac{x}{100} &= \frac{\frac{21}{100} \left(\frac{100 V_{\text{CO}}}{t} - V_{\text{humos secos}} - \frac{V_{\text{CO}}}{2} \right) + \frac{V_{\text{CO}}}{2}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{100 V_{\text{CO}}}{t} - V_{\text{humos secos}} - \frac{V_{\text{CO}}}{2} + \frac{V_{\text{CO}}}{2}} = \\ &= \frac{\frac{21}{100} \frac{100 V_{\text{CO}}}{t} - \frac{21 V_{\text{humos secos}}}{100} - \frac{21 V_{\text{CO}}}{200} + \frac{V_{\text{CO}}}{2}}{\frac{100 V_{\text{CO}}}{t}} \\ \frac{x V_{\text{CO}}}{t} &= \frac{21 V_{\text{CO}}}{t} - \frac{21 V_{\text{humos secos}}}{100} + \frac{79 V_{\text{CO}}}{200} \quad \frac{x}{t} = \frac{21}{t} - \frac{21 V_{\text{humos secos}}}{100} + \frac{79}{200} \end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de V_{CO} , anteriormente obtenido, resulta,

$$\frac{x}{t} = \frac{21}{t} - \frac{21 V_{\text{humos secos}}}{100 \frac{A V_{\text{humos secos}} t}{100 (y + t)}} + \frac{79}{200} = \frac{21}{t} - \frac{21 (y + t)}{A t} + \frac{79}{200}$$

y multiplicándola por, $200 A t$, se obtiene,

$$200 A x = 21 \times 200 (y + t) + 79 A t \quad y = A - \left(1 - \frac{79 A}{21 \times 200} \right) t - \frac{A}{21} x$$

en la que fijado el parámetro t resulta una familia de rectas de % de CO constante.

Las familias de rectas a e (exceso de aire) y t % en volumen de CO constantes constituyen el diagrama de Ostwald.

ESTUDIO DE LAS ISOLINEAS DEL DIAGRAMA DE OSTWALD

RECTA DE COMBUSTION PERFECTA.- En la recta representativa de la combustión perfecta, todo el C se quema y se transforma en CO_2 , con lo que, $t = 0$; la ecuación que proporciona el valor de y , recta (AD) del diagrama, Fig XVIII.3, queda en la forma,

$$y = A - \frac{A}{21} x \quad , \quad \text{para,} \quad \begin{aligned} x &= 0, y = A \\ y &= 0, x = 21 \end{aligned}$$

En el punto A, $x = 0$, $y = A$, no hay oxígeno en los gases de combustión (humos), por lo que la

combustión es estequiométrica; la cantidad de aire necesario es V_t y el exceso de aire, $e = 0$.

En el punto D, $y = 0$, $x = 21$, el contenido en oxígeno de los humos es igual al del aire, 21%.

Los productos de combustión son despreciables frente al exceso de aire, que se puede considerar como infinito.

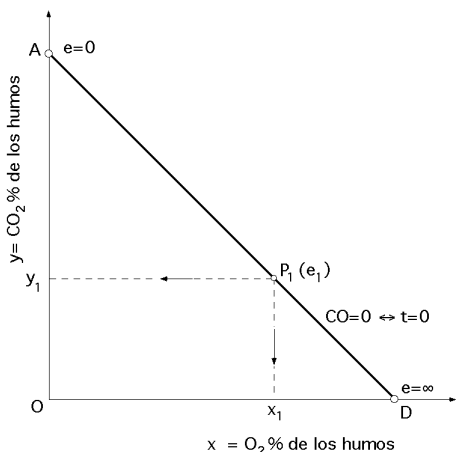


Fig XVIII.3

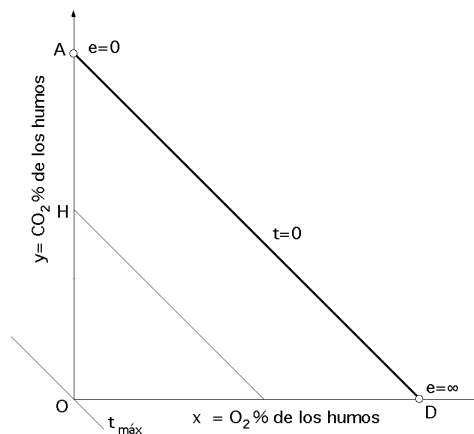


Fig XVIII.4

La recta (AD) se puede graduar completamente en exceso de aire e ; para ello se puede utilizar la ecuación que define y haciendo, $V_{CO} = 0$, ya que se trata de una combustión completa, en la forma,

$$y = 100 \frac{\frac{A V_{\text{humos secos}}}{100}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{e V_t}{100}}$$

Para el exceso de aire e_1 , la fórmula anterior proporciona y_1 , que permite obtener el punto P_1 correspondiente al exceso e_1 .

Del mismo modo se pueden hallar los puntos para otros valores del exceso de aire.

Si en la ecuación que proporciona x hacemos, $V_{CO} = 0$, (combustión completa), se obtiene,

$$x = 100 \frac{\frac{21}{100} \frac{e V_t}{100}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{e V_t}{100}}$$

que para P_1 sería x_1 .

Rectas de igual contenido en CO, $t = \text{constante}$.- Estas rectas, de la forma,

$$y = A - \left(1 - \frac{79 A}{21 \times 200}\right) t - \frac{A}{21} x$$

son paralelas a la recta de combustión completa, por cuanto esta ecuación y la siguiente,

$$y = A - \frac{A}{21} x$$

sólo se diferencian en el término,

$$\left(-1 + \frac{79 A}{21 \times 200}\right) t$$

Para construir esta recta basta con determinar un punto, el de intersección con el eje (Oy), y trazar por él una paralela a la recta (AD) de combustión completa, Fig XVIII.4

$$Y_{x=0} = A - \left(1 - \frac{79 A}{21 \times 200}\right) t$$

El valor máximo de t $CO_{m\acute{a}x}$ se obtiene cuando no hay ni CO_2 ni O_2 en los gases de combustión, es decir, $x = 0$, $y = 0$, obteniéndose ,

$$t_{m\acute{a}x} = \frac{A}{1 - \frac{79 A}{21 \times 200}}$$

Rectas de igual exceso o defecto de aire, $e = \text{constante}$.- La ecuación de la familia de estas rectas es,

$$y = \frac{100 A V_{\text{humos secos}} + 2 e V_t - x \{(200 + A) V_{\text{humos secos}} + 2 e V_t\}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{79 e}{100} V_t}$$

en la que tiene excepcional importancia la representativa de, $e = 0$, denominada *línea de aire*, que divide al plano en dos regiones,

- a) La correspondiente a las combustiones que se realizan con defecto de aire
- b) La correspondiente a las combustiones que se verifican con exceso de aire

La ecuación de esta recta se obtiene haciendo en la anterior, $e = 0$

$$y = A - \left(2 + \frac{A}{100}\right) x$$

que para, $x = 0$, $y = A$, pasa por el punto A ; el punto E se determina para, $y = 0$,

$$x = (OE) = \frac{A}{2 + \frac{A}{100}}$$

Trazada esta recta de exceso de aire nulo, $e = 0$, se puede trazar la correspondiente a un exceso de aire cualquiera e , para lo cual basta con tener en cuenta la propiedad característica de las rectas de exceso o defecto de aire constante, que consiste en que todas ellas pasan por un punto fijo, de coordenadas, $x = 100$, $y = -200$, independientemente de los valores de A , V_t y $V_{(\text{humos secos})}$, siendo éste punto el mismo para todos los combustibles; esta propiedad se comprueba haciendo en la expresión de y , $x = 100$, $y = 200$, que se convierte en una identidad.

El punto fijo, $x = 100$, $y = 200$, está lo suficientemente lejos de la zona de utilización del diagrama, que se puede admitir con gran aproximación que en dicha zona las rectas de exceso o defecto de aire constante son paralelas, Fig XVIII.5, lo que permite un trazado rápido de las rectas de igual

exceso o defecto de aire, pues basta con tomar el punto P de exceso de aire dado e_1 sobre la recta (AD), y por él trazar una paralela a la recta (AE) de exceso, $e = 0$.

Cuando e sea negativo, (defecto de aire), el punto P de la recta (AD) se encontrará a la izquierda del punto A. Si se desea trazar exactamente las rectas de, $e = \text{Cte}$, sin acudir a la propiedad anterior (que sólo las da aproximadamente), basta con determinar para cada recta dos puntos, que son aquellos en que corta a los ejes, haciendo, $x = 0$, $y = 0$, con lo que los puntos M y N son, Fig XVIII.6,

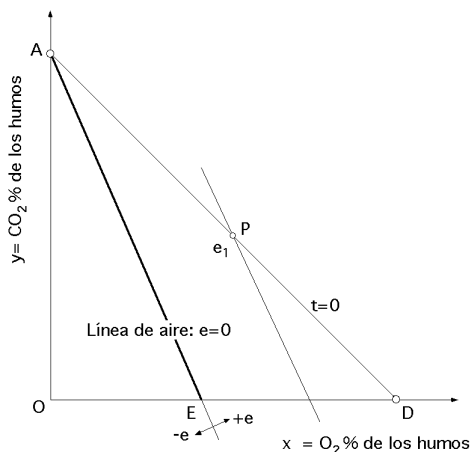


Fig XVIII.5.- Rectas de igual exceso o defecto de aire $e = \text{constante}$

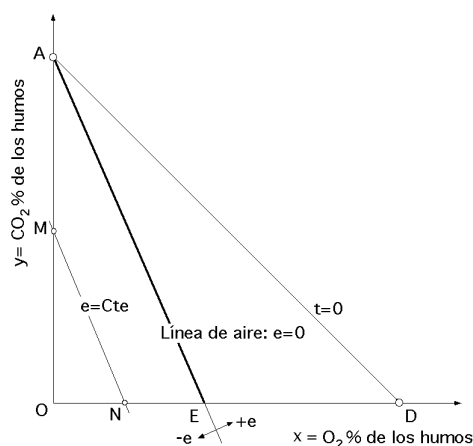


Fig XVIII.6.- Rectas de igual exceso o defecto de aire $e (-) = \text{constante}$

$$\text{Punto M, } x = 0 ; y = \frac{100 A V_{\text{humos secos}} + 42 e V_t}{100 V_{\text{humos secos}} + \frac{79 e}{100} V_t}$$

$$\text{Punto N, } y = 0 ; x = \frac{100 A V_{\text{humos secos}} + 42 e V_t}{(200 + A) V_{\text{humos secos}} + 2 e V_t}$$

Rectas representativas de las combustiones reductoras, (incompletas por defecto de aire, sin presencia de oxígeno).- Se trata de la vertical (OA), cuya ecuación es, $x = 0$, Fig XVIII.6.

XVIII.6.- UTILIZACION DEL DIAGRAMA DE OSTWALD

Sobre el diagrama construido para un combustible dado, se llevan sobre el eje de ordenadas los valores de CO_2 y sobre el eje de abscisas los de O_2 , que se determinan en los humos mediante el análisis de los gases. Así se obtiene un punto P, Fig XVIII. 7, que proporciona, bien directamente, o por interpolación, el exceso o defecto de aire e_p y el contenido en CO. De los valores de CO_2 , CO, O_2 y e se puede deducir si la combustión tiene lugar en buenas o en malas condiciones. Por ejemplo, si para e se obtiene un valor aceptable y, sin embargo, el valor de CO_2 es bajo y alto el de O_2 y CO, la consecuencia es que la combustión es defectuosa, no por falta de aire, sino por una mala distribución del combustible o por estar el hogar a baja temperatura.

De esta forma se obtienen las indicaciones precisas para el reglaje del aire y el funcionamiento del hogar en general.

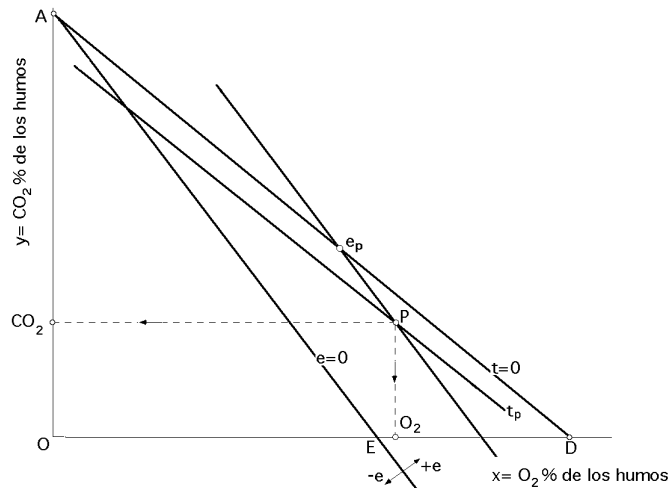


Fig XVIII.7

Es evidente que el punto P deberá estar lo más cerca posible de la recta (AD), mientras que el CO deberá estar lo menor posible, y lo más cerca posible del punto A, (exceso de aire mínimo), lo que permite que en el hogar se puedan hacer las maniobras necesarias para que se cumplan lo más aproximadamente posible las condiciones dichas.

Cuando un punto en el diagrama de Ostwald marca un exceso de aire, (gran exceso de O_2), la mala marcha de la combustión se puede deber a alguna grieta que permita una entrada de aire indebida. Cuando un punto en el diagrama marca un exceso de aire, y un CO y O_2 excesivos, la mala marcha de la combustión puede ser debida a que el combustible se quema mal, por ser la temperatura inadecuada.

CONSTRUCCION DEL DIAGRAMA DE OSTWALD.- Vamos a establecer los cálculos para la realización y construcción del diagrama de Ostwald, tomando como muestra una hulla bituminosa que tiene la siguiente composición química,

$$C = 78,28\% ; H = 4,98\% ; O = 4,78\% ; S = 1,20\%$$

Valor de A, % de CO_2 en los humos,

$$A = \frac{22,4 \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right)}{V_{\text{humos secos}}} = \frac{22,4 \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right)}{22,4 \left\{ \frac{100}{21} \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right) + \frac{8H - O}{32} \right\}} =$$

$$= \frac{\frac{78,28}{12} + \frac{1,2}{32}}{\frac{100}{21} \left(\frac{78,28}{12} + \frac{1,2}{32} \right) + \frac{(8 \times 4,98) - 4,78}{32}} = 0,203 = 20,3\%$$

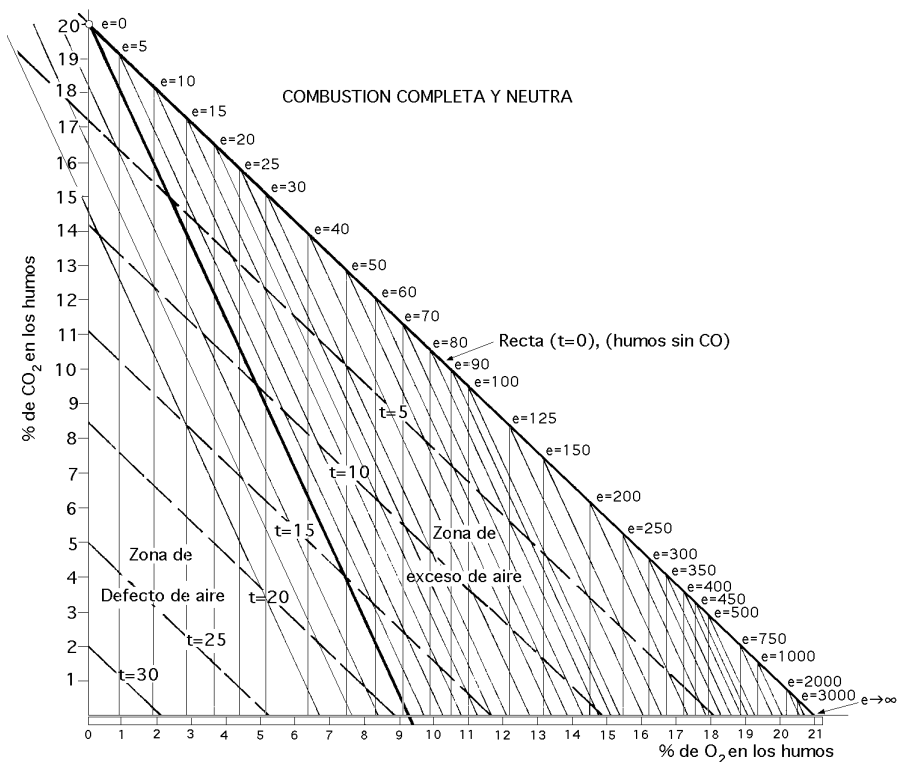
Valor de V_t (volumen de aire mínimo necesario para quemar 1 kg de la hulla citada,

$$V_t = 22,4 \frac{100}{21} \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} + \frac{8H - O}{32} \right) = 1,066 \left(\frac{78,28}{12} + \frac{1,2}{32} + \frac{(8 \times 4,98) - 4,78}{32} \right) = 8,17 \frac{m^3}{kg}$$

Valor de $V_{(\text{humos secos})}$,

$$V_{\text{humos secos}} = 22,4 \left\{ \frac{100}{21} \left(\frac{C}{12} + \frac{S}{32} \right) + \frac{79}{21} \frac{8H - O}{32} \right\} =$$

$$= \frac{22,4}{100} \left\{ \frac{100}{21} \left(\frac{78,28}{12} + \frac{1,2}{32} \right) + \frac{79}{21} \frac{(8 \times 4,98) - 4,78}{32} \right\} = 7,92 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$



Componentes del combustible, C=78,28; H=4,98; O=4,78; S=1,20

Fig.8.- Diagrama de Ostwald

Trazado de la línea de aire,

$x = 0$, $y = A = 20,3$

Para, $y = 0$, $x = \frac{A}{2 + \frac{A}{100}} = \frac{20,3}{2 + \frac{20,3}{100}} = 9,21$

que conforman la recta de, $e = 0$.

Trazado de las rectas de e constante,

Para, $e = -15$, $y = \frac{A V_{\text{humos secos}}}{V_{\text{humos secos}} + \frac{e}{100} V_t} = \frac{20,3 \times 7,92}{7,92 + \frac{-15}{100} 8,17} = 24$

Tabla XVIII.1.- Puntos por donde pasan las rectas paralelas a la línea de aire

e	-15	-10	-5	0	10	20	30	40	50	60	90	100	300	500	1000
y	24	22,63	21,4	20,3	18,4	16,82	15,5	14,37	13,4	12,54	10,53	10	4,96	3,3	1,79

Trazado de las líneas de t constante,

$$y = A - \left(1 - \frac{79 A}{21 \times 200}\right) t - \frac{A}{21} x = 20,3 - \left(1 - \frac{79 \times 20,3}{21 \times 200}\right) t - \frac{20,3}{21} x = 20,3 - 0,618 t - 0,97 x$$

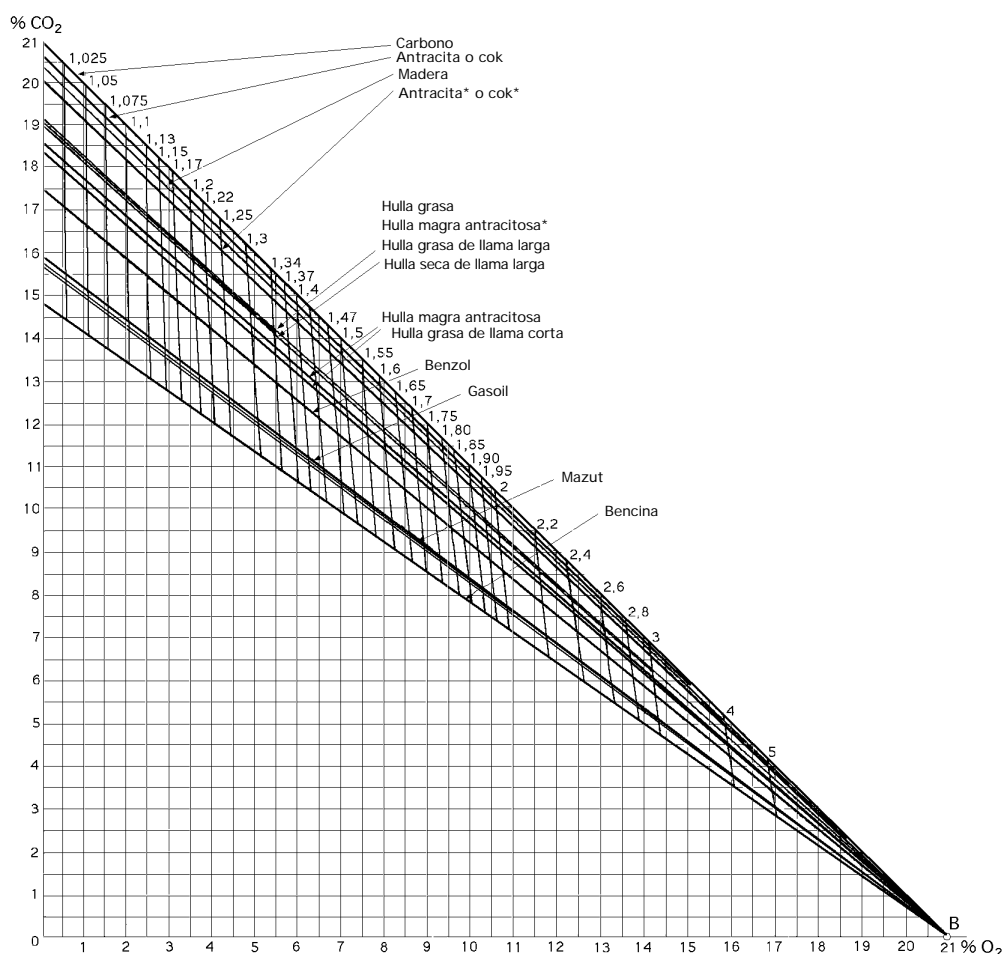
t	10	20	30
x	0	0	0
y	14,12	7,94	1,46

Rectas paralelas a la recta, $t = 0$, de humos sin CO

Ejemplo, Se tiene hulla grasa con un 30% de materias volátiles y 6.500 calorías. Su análisis químico proporciona el valor del $CO_2 = 8,5\%$ y del $O_2 = 10,1\%$, que son las coordenadas del C.

El diagrama auxiliar de Schultes proporciona el $CO_{2(máximo)} = 18,7\%$, lo que permite obtener el punto A, y las líneas (AB) y (AA_1).

Trazando (CD) paralela a (AB) se tiene D, cuyo $O_2 = 0,9\%$ $CO = 2,09 = 1,8\%$.



Madera $C = 49,9$, $H_2 = 6,2$, $O_2 = 43,9$, $CO_{2máximo} = 20,4$

Hulla seca de llama larga $C = 75$, $H_2 = 5,5$, $O_2 = 19,5$, $CO_{2máximo} = 19,1$

Hulla grasa de llama larga $C = 80$, $H_2 = 5$, $O_2 = 15$, $CO_{2máximo} = 19,2$

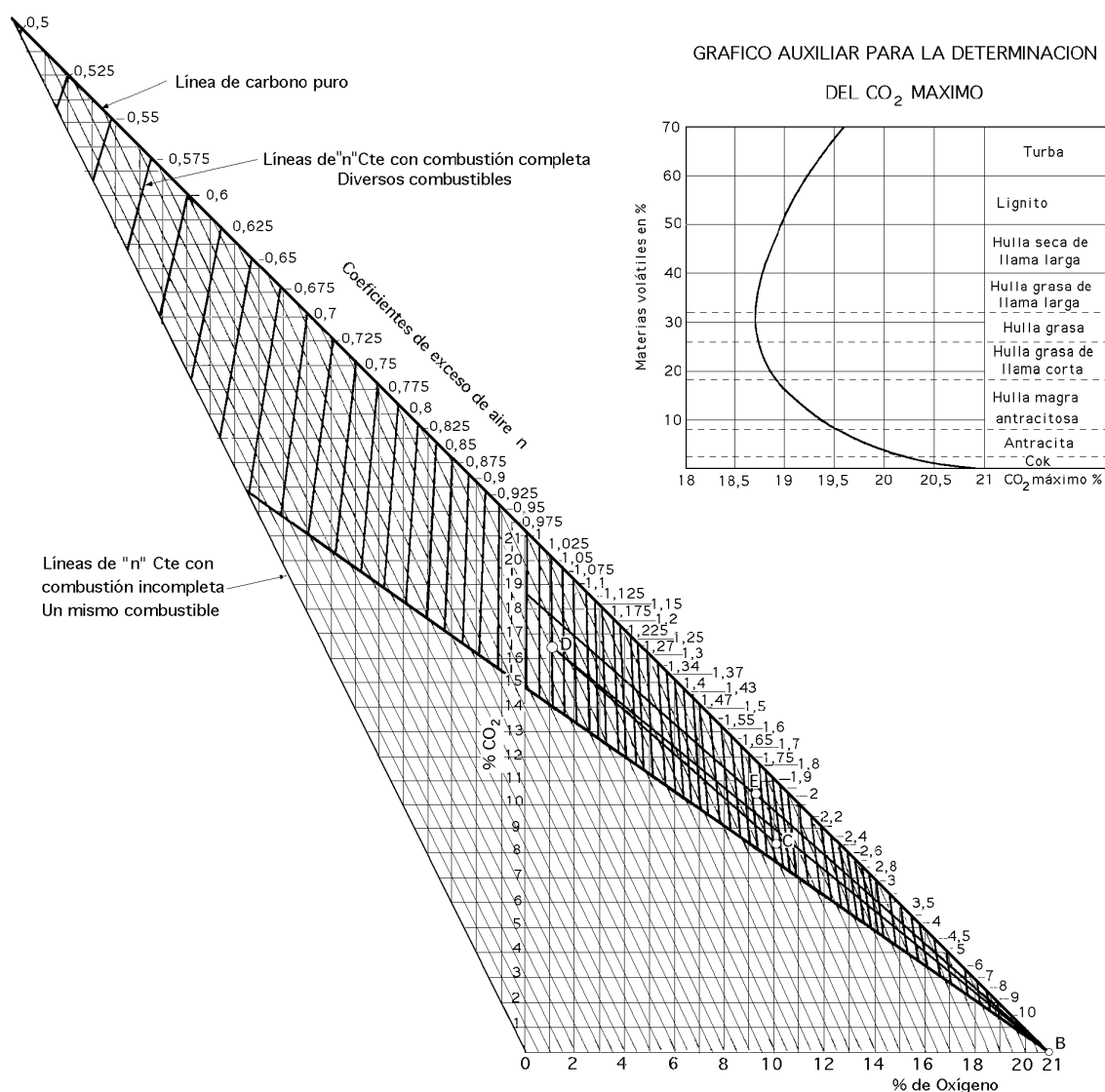
Hulla grasa $C = 85$, $H_2 = 5$, $O_2 = 10$, $CO_{2máximo} = 19,02$

Hulla grasa de llama corta $C = 89$, $H_2 = 5,5$, $O_2 = 5,5$, $CO_{2máximo} = 18,68$

Hulla magra antracitosa $C = 91$, $H_2 = 4,5$, $O_2 = 4,5$, $CO_{2máximo} = 19,06$

*Hulla magra antracitosa** $C=93, H_2=4, O_2=3, CO_{2\text{máximo}}=20,1$
Antracita o cok $C=95, H_2=2, O_2=3, CO_{2\text{máximo}}=20,1$
*Antracita o cok** $C=97, H_2=1, O_2=2, CO_{2\text{máximo}}=20,62$
Benzol $C=92,1, H_2=7,9, CO_{2\text{máximo}}=17,47$
Mazut (residuo de la destilación del petróleo) $C=85,9, H_2=12,6, O_2=2,5, CO_{2\text{máximo}}=15,7$
*Mazut** $C=86,8, H_2=12,15, O_2=1,05, CO_{2\text{máximo}}=15,8$
Gasoil $C=87, H_2=12, O_2=1, CO_{2\text{máximo}}=15,9$
Bencina $C=85,1, H_2=14,9, CO_{2\text{máximo}}=14,84$

Fig XVIII.9.- Triángulos de la combustión perfecta para combustibles sólidos y líquidos



Madera secada al aire P.c.i. = 3500 cal, $CO_{2\text{máximo}}=20,9\%$
Bencina de automóvil $C=85,1\%, H_2=14,9\% P.c.i.=10160$ cal, $CO_{2\text{máximo}}=14,84\%$
Gasoil $C=87\%, H_2=12\%, O_2=1\% P.c.i.=10000$ cal, $CO_{2\text{máximo}}=15,9\%$
Aceite de alquitrán para motores Diesel $C=90\%, H_2=7\% P.c.i.=8800\div9200$ cal, $CO_{2\text{máximo}}=17,7\%$
Mazut Schell $C=86\%, H_2=12\%, O_2=1\% CO_{2\text{máximo}}=15,9\%$

Fig XVIII.10.- Triángulos de combustión perfecta e imperfecta

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL VAPOR DE AGUA HUMEDO

Presión sat bars	Temp. sat. °C	Volumen v' (dm³/Kg)	Volumen v'' (dm³/Kg)	Entalpía i' (kJ/Kg)	Entalpía i'' (kJ/Kg)	Entalpía r _(l-v) (kJ/Kg)	Entropía s' (kJ/Kg.°K)	Entropía s'' (kJ/Kg.°K)	Entropía s (kJ/Kg.°K)
0,0061	0,00	1,0002	206288,00	0,0	2500,8	2500,8	0,000	9,155	9,155
0,0061	1,00	1,0002	206146,00	0,0	2500,8	2500,8	0,000	9,155	9,155
0,0070	2,00	1,0001	179907,00	8,4	2496,0	2487,6	0,031	9,102	9,071
0,0081	4,00	1,0001	157258,00	16,8	2508,1	2491,3	0,061	9,050	8,989
0,0094	6,00	1,0001	137768,00	25,2	2511,8	2486,6	0,091	8,999	8,908
0,0100	7,00	1,0001	129205,00	29,3	2513,6	2484,3	0,106	8,974	8,868
0,0107	8,00	1,0002	120956,00	33,6	2515,5	2481,9	0,121	8,949	8,828
0,0123	10,00	1,0003	106422,00	42,0	2519,2	2477,2	0,151	8,900	8,749
0,0140	12,00	1,0006	93829,00	50,4	2522,9	2472,5	0,180	8,851	8,671
0,0160	14,00	1,0008	82894,00	58,8	2526,5	2467,8	0,210	8,804	8,594
0,0182	16,00	1,0011	73380,00	67,1	2530,3	2463,1	0,239	8,757	8,518
0,0206	18,00	1,0014	65084,00	75,5	2533,9	2458,4	0,268	8,711	8,444
0,0234	20,00	1,0018	57836,00	83,4	2537,6	2453,7	0,296	8,666	8,370
0,0250	21,00	1,0021	54260,00	88,4	2539,5	2451,1	0,312	8,642	8,330
0,0264	22,00	1,0023	51491,00	92,2	2541,2	2449,0	0,325	8,622	8,297
0,0298	24,00	1,0028	45925,00	100,6	2544,8	2444,2	0,353	8,579	8,226
0,0336	26,00	1,0033	41034,00	109,0	2548,5	2439,5	0,381	8,536	8,155
0,0378	28,00	1,0038	36727,00	117,3	2552,1	2434,8	0,409	8,494	8,085
0,0424	30,00	1,0044	32929,00	125,7	2555,7	2430,0	0,436	8,452	8,016
0,0475	32,00	1,0050	29573,00	134,0	2559,3	2425,3	0,464	8,412	7,948
0,0500	33,00	1,0053	28196,00	137,8	2560,9	2423,1	0,476	8,394	7,918
0,0532	34,00	1,0057	26601,00	142,4	2562,9	2420,5	0,491	8,372	7,881
0,0594	36,00	1,0064	23967,00	150,7	2566,5	2415,8	0,518	8,333	7,814
0,0662	38,00	1,0071	21628,00	159,1	2570,1	2411,0	0,545	8,294	7,749
0,0737	40,00	1,0079	19546,00	167,4	2573,7	2406,2	0,572	8,256	7,684
0,0750	40,32	1,0080	19239,00	168,8	2574,2	2405,5	0,576	8,250	7,674
0,0819	42,00	1,0087	17691,00	175,8	2577,2	2401,4	0,599	8,219	7,620
0,0910	44,00	1,0095	16035,00	184,2	2580,8	2396,6	0,625	8,182	7,557
0,1000	45,83	1,0103	14673,00	191,8	2584,1	2392,2	0,649	8,149	7,499
0,1008	46,00	1,0103	14556,00	192,5	2584,3	2391,8	0,651	8,146	7,494
0,1116	48,00	1,0112	13232,00	200,9	2587,9	2387,0	0,678	8,110	7,433
0,1233	50,00	1,0121	12045,00	209,3	2591,4	2382,2	0,704	8,075	7,372
0,1361	52,00	1,0130	10979,00	217,6	2595,0	2377,3	0,729	8,041	7,312
0,1500	54,00	1,0140	10021,00	226,0	2598,5	2372,5	0,755	8,007	7,252
0,1651	56,00	1,0150	9157,80	234,3	2602,0	2367,7	0,780	7,974	7,193
0,1815	58,00	1,0160	8379,90	242,7	2605,5	2362,8	0,806	7,941	7,135
0,1992	60,00	1,0170	7677,60	251,1	2609,0	2357,9	0,831	7,909	7,078
0,2000	60,09	1,0171	7648,40	251,5	2609,1	2357,7	0,832	7,907	7,075
0,2184	62,00	1,0182	7042,80	259,5	2612,5	2353,0	0,856	7,877	7,021
0,2391	64,00	1,0193	6468,20	267,8	2615,9	2348,1	0,881	7,845	6,965
0,2500	65,00	1,0199	6203,20	272,0	2617,6	2345,7	0,893	7,830	6,937
0,2615	66,00	1,0205	5947,30	276,2	2619,4	2343,2	0,906	7,815	6,909
0,2856	68,00	1,0216	5474,70	284,6	2622,8	2338,2	0,930	7,784	6,854
0,3000	69,13	1,0223	5228,10	289,3	2624,8	2335,4	0,944	7,767	6,823
0,3116	70,00	1,0228	5045,30	293,0	2626,3	2333,3	0,955	7,754	6,800
0,3396	72,00	1,0240	4654,70	301,4	2629,7	2328,3	0,979	7,725	6,746
0,3500	72,71	1,0244	4524,60	304,3	2630,9	2326,5	0,988	7,715	6,727
0,3696	74,00	1,0252	4299,10	309,7	2633,1	2323,3	1,003	7,696	6,693
0,4000	75,89	1,0264	3992,40	317,6	2636,3	2318,6	1,026	7,669	6,643
0,4019	76,00	1,0264	3974,80	318,1	2636,5	2318,3	1,027	7,667	6,640
0,4365	78,00	1,0277	3678,80	326,5	2639,8	2313,3	1,051	7,639	6,588
0,4736	80,00	1,0290	3408,30	334,9	2643,2	2308,3	1,075	7,611	6,536
0,5000	81,35	1,0299	3239,40	340,6	2645,4	2304,9	1,091	7,593	6,502
0,5133	82,00	1,0303	3160,90	343,3	2646,5	2303,2	1,099	7,584	6,485
0,5573	84,00	1,0317	2934,30	351,7	2649,9	2298,1	1,123	7,557	6,435
0,6000	85,95	1,0331	2731,20	359,9	2653,1	2293,2	1,145	7,531	6,386
0,6011	86,00	1,0331	2726,60	360,1	2653,2	2293,0	1,146	7,531	6,385
0,6495	88,00	1,0345	2536,00	368,5	2656,5	2287,9	1,169	7,504	6,335
0,7000	89,96	1,0359	2364,30	376,8	2659,7	2282,9	1,192	7,478	6,287
0,7011	90,00	1,0359	2360,90	376,9	2659,7	2282,8	1,192	7,478	6,286
0,7561	92,00	1,0374	2199,90	385,4	2663,0	2277,6	1,216	7,453	6,237
0,8000	93,51	1,0385	2086,80	391,7	2665,4	2273,7	1,233	7,434	6,201
0,8146	94,00	1,0388	2051,80	393,8	2666,2	2272,4	1,239	7,428	6,189
0,8769	96,00	1,0404	1915,20	402,2	2669,4	2267,2	1,262	7,403	6,142
0,9000	96,71	1,0409	1869,10	405,2	2670,6	2265,4	1,270	7,394	6,125

VAPOR DE AGUA HUMEDO (Continuación)

Presión sat bars	Temp. sat. °C	Volumen v' (dm³/Kg)	Volumen v'' (dm³/Kg)	Entalpía i' (kJ/Kg)	Entalpía i'' (kJ/Kg)	Entalpía r _(i-v) (kJ/Kg)	Entropía s' (kJ/Kg.°K)	Entropía s'' (kJ/Kg.°K)	Entropía s _(i-v) (kJ/Kg.°K)
0,9430	98,00	1,0419	1789,30	410,6	2672,6	2262,0	1,284	7,379	6,095
1,0000	99,63	1,0432	1693,70	417,5	2675,2	2257,7	1,303	7,359	6,056
1,0132	100,00	1,0435	1673,00	419,1	2675,8	2256,7	1,308	7,355	6,048
1,2000	104,81	1,0472	1428,20	439,4	2683,3	2244,0	1,361	7,298	5,937
1,2080	105,00	1,0474	1419,40	440,2	2683,6	2243,5	1,363	7,296	5,933
1,4000	109,32	1,0509	1236,50	458,4	2690,3	2231,9	1,411	7,246	5,835
1,4326	110,00	1,0515	1210,10	461,3	2691,3	2230,0	1,419	7,239	5,820
1,6000	113,32	1,0543	1091,30	475,4	2696,4	2221,0	1,455	7,202	5,747
1,6905	115,00	1,0558	1036,50	482,5	2698,9	2216,4	1,473	7,183	5,710
1,8000	116,93	1,0575	977,39	490,7	2701,8	2211,1	1,494	7,163	5,668
1,9853	120,00	1,0603	891,71	503,7	2706,3	2202,5	1,528	7,130	5,602
2,0000	120,23	1,0605	885,59	504,7	2706,6	2201,9	1,530	7,127	5,597
2,2000	123,27	1,0633	809,99	517,6	2711,0	2193,4	1,563	7,096	5,533
2,3209	125,00	1,0649	770,43	525,0	2713,5	2188,5	1,581	7,078	5,497
2,4000	126,09	1,0659	746,60	529,6	2715,0	2185,4	1,593	7,067	5,474
2,6000	128,73	1,0685	692,66	540,9	2718,7	2177,8	1,621	7,040	5,419
2,7012	130,00	1,0697	668,32	546,3	2720,5	2174,2	1,634	7,027	5,393
2,8000	131,21	1,0709	646,19	551,5	2722,2	2170,7	1,647	7,015	5,368
3,0000	133,54	1,0732	605,72	561,4	2725,4	2163,9	1,672	6,992	5,321
3,1305	135,00	1,0747	582,00	567,7	2727,3	2159,7	1,687	6,978	5,291
3,5000	138,88	1,0786	524,14	584,3	2732,5	2148,2	1,727	6,941	5,214
3,6136	140,00	1,0798	508,66	589,1	2733,9	2144,8	1,739	6,930	5,191
4,0000	143,63	1,0836	462,35	604,7	2738,6	2133,9	1,776	6,897	5,120
4,1549	145,00	1,0851	446,12	610,6	2740,4	2129,8	1,791	6,884	5,093
4,5000	147,92	1,0883	413,86	623,2	2744,0	2120,8	1,820	6,857	5,037
4,7597	150,00	1,0906	392,57	632,2	2746,5	2114,4	1,842	6,838	4,997
5,0000	151,85	1,0926	374,77	640,1	2748,7	2108,6	1,860	6,822	4,962
5,4331	155,00	1,0962	346,65	653,8	2752,5	2098,7	1,892	6,794	4,902
5,5000	155,47	1,0967	342,57	655,8	2735,0	2097,2	1,897	6,790	4,893
6,0000	158,84	1,1007	315,56	670,4	2756,8	2086,4	1,931	6,761	4,830
6,1805	160,00	1,1021	306,85	675,5	2758,1	2082,7	1,942	6,751	4,808
6,5000	161,99	1,1045	292,57	684,1	2760,3	2076,2	1,962	6,734	4,772
7,0000	164,96	1,1080	272,76	697,1	2763,5	2066,4	1,992	6,709	4,717
7,0076	165,00	1,1081	272,48	697,3	2763,5	2066,3	1,992	6,708	4,716
7,5000	167,76	1,1115	255,50	709,3	2766,4	2057,1	2,020	6,685	4,665
7,9203	170,00	1,1144	242,62	719,1	2768,7	2049,6	2,042	6,667	4,625
8,0000	170,41	1,1149	240,32	720,9	2769,1	2048,2	2,046	6,663	4,617
8,5000	172,94	1,1181	226,88	732,0	2771,5	2039,5	2,070	6,643	4,573
8,9247	175,00	1,1208	216,60	741,1	2773,5	2032,4	2,091	6,626	4,535
9,0000	175,36	1,1213	214,87	742,6	2773,8	2031,2	2,094	6,623	4,529
9,5000	177,67	1,1243	204,09	752,8	2776,0	2023,2	2,117	6,604	4,487
10,0271	180,00	1,1275	193,85	763,1	2778,0	2014,9	2,139	6,586	4,446
10,5000	182,01	1,1302	185,51	772,0	2779,8	2007,8	2,159	6,570	4,411
11,0000	184,06	1,1331	177,44	781,1	2781,5	2000,4	2,179	6,554	4,375
11,5000	186,04	1,1359	170,05	789,9	2783,1	1993,2	2,198	6,538	4,340
12,0000	187,96	1,1386	163,25	798,4	2784,6	1986,2	2,216	6,523	4,307
12,5000	189,81	1,1412	156,98	806,7	2786,0	1979,3	2,234	6,508	4,274
13,0000	191,60	1,1438	151,17	814,7	2787,3	1972,6	2,251	6,495	4,244
13,5000	193,34	1,1464	145,79	822,2	2788,5	1966,0	2,268	6,482	4,214
14,0000	195,04	1,1400	140,77	830,0	2789,7	1959,6	2,284	6,469	4,186
14,5000	196,68	1,1514	136,08	837,4	2790,8	1953,4	2,299	6,457	4,158
15,0000	198,28	1,1539	131,70	844,6	2791,8	1917,1	2,314	6,445	4,130
15,5110	200,00	1,1565	127,29	852,4	2792,8	1940,4	2,331	6,431	4,101
16,0000	201,37	1,1586	123,73	858,5	2793,6	1935,1	2,344	6,422	4,078
17,0000	204,30	1,1633	116,66	871,8	2795,2	1923,4	2,371	6,400	4,028
17,2450	205,00	1,1644	115,05	875,0	2795,6	1920,6	2,378	6,394	4,017
18,0000	207,10	1,1678	110,36	884,5	2796,6	1912,1	2,398	6,379	3,981
19,0000	209,79	1,1722	104,69	896,8	2797,8	1901,1	2,423	6,359	3,936
19,0800	210,00	1,1726	104,27	897,7	2797,9	1900,2	2,425	6,358	3,933
20,0000	212,37	1,1766	99,57	908,6	2798,9	1890,4	2,447	6,340	3,893
21,0000	214,85	1,1809	94,93	919,9	2799,8	1879,9	2,470	6,322	3,852
21,0630	215,00	1,1812	94,65	920,6	2799,8	1879,3	2,471	6,321	3,850
22,0000	217,24	1,1851	90,69	930,9	2800,6	1869,7	2,492	6,305	3,813
23,0000	219,55	1,1892	86,80	941,6	2801,3	1859,7	2,514	6,288	3,775
23,2010	220,00	1,1900	86,06	943,7	2801,4	1857,8	2,518	6,285	3,767
24,0000	221,78	1,1932	83,23	951,9	2801,9	1850,0	2,534	6,272	3,738
25,0000	223,94	1,1972	19,94	961,9	2802,3	1840,4	2,554	6,257	3,702
25,5040	225,00	1,1992	78,31	966,9	2802,5	1835,6	2,564	6,249	3,685
27,5000	229,06	1,2069	72,71	985,9	2803,1	1817,2	2,602	6,220	3,618

VAPOR DE AGUA HUMEDO (Final)

Presión sat bars	Temp. sat. °C	Volumen v' (dm³/Kg)	Volumen v'' (dm³/Kg)	Entalpía i' (kJ/Kg)	Entalpía i'' (kJ/Kg)	Entalpía r _(1-v) (kJ/Kg)	Entropía s' (kJ/Kg.°K)	Entropía s'' (kJ/Kg.°K)	Entropía s _s (kJ/Kg.°K)
27,9790	230,00	1,2087	71,47	990,3	2803,2	1812,9	2,610	6,213	3,603
30,0000	233,84	1,2163	66,65	1008,3	2803,4	1795,0	2,645	6,186	3,541
30,6350	235,00	1,2187	65,27	1013,8	2803,4	1789,5	2,656	6,178	3,522
32,5000	238,32	1,2256	61,49	1029,6	2803,2	1773,7	2,687	6,154	3,468
33,4800	240,00	1,2291	59,67	1037,6	2803,1	1765,5	2,702	6,142	3,440
35,0000	242,54	1,2345	57,05	1049,8	2802,7	1753,0	2,725	6,125	3,399
36,5240	245,00	1,2399	54,62	1061,6	2802,2	1740,7	2,748	6,107	3,359
37,5000	246,54	1,2433	53,17	1069,0	2801,9	1732,9	2,762	6,096	3,335
39,7760	250,00	1,2512	50,06	1085,8	2800,9	1715,1	2,793	6,072	3,278
40,0000	250,33	1,2520	49,77	1087,4	2800,8	1713,4	2,797	6,070	3,273
42,5000	253,95	1,2606	46,75	1105,1	2799,4	1694,3	2,830	6,044	3,214
43,2450	255,00	1,2631	45,91	1110,2	2799,0	1688,7	2,839	6,032	3,197
45,0000	257,41	1,2690	44,05	1122,1	2797,8	1675,7	2,861	6,020	3,158
46,9400	260,00	1,2755	42,15	1134,9	2796,4	1661,5	2,885	6,001	3,116
47,5000	260,73	1,2774	41,63	1138,9	2796,0	1657,4	2,892	5,996	3,104
50,0000	263,92	1,2857	39,44	1154,5	2794,0	1639,5	2,921	5,973	3,053
50,8720	265,00	1,2886	38,72	1159,9	2793,3	1633,3	2,931	5,966	3,035
55,0000	269,94	1,3021	35,60	1184,9	2789,5	1604,6	2,976	5,930	2,955
55,0510	270,00	1,3023	35,63	1185,2	2789,4	1604,2	2,976	5,930	2,954
59,4870	275,00	1,3168	32,74	1210,8	2784,9	1574,0	3,022	5,894	2,872
60,0000	275,56	1,3185	32,44	1213,7	2784,3	1570,6	3,027	5,890	2,862
64,1920	280,00	1,3321	30,13	1236,8	2779,6	1542,5	3,068	5,857	2,789
65,0000	280,83	1,3347	29,72	1241,1	2788,6	1537,5	3,076	5,851	2,775
69,1750	285,00	1,3483	27,74	1263,1	2773,4	1510,3	3,114	5,820	2,706
70,0000	285,80	1,3510	27,37	1267,4	2772,3	1540,9	3,122	5,814	2,692
74,4490	290,00	1,3655	25,54	1289,9	2766,3	1476,4	3,161	5,783	2,622
75,0000	290,51	1,3673	25,32	1292,6	2765,6	1472,9	3,166	5,779	2,613
80,0000	294,98	1,3838	23,52	1317,0	2758,3	1441,3	3,207	5,744	2,537
85,0000	299,24	1,4005	21,92	1340,6	2750,7	1410,1	3,248	5,711	2,463
85,9170	300,00	1,4036	21,64	1344,9	2749,2	1404,3	3,255	5,105	2,450
90,0000	303,31	1,4174	20,48	1363,5	2742,5	1379,0	3,286	5,679	2,392
92,1400	305,00	1,4247	19,92	1373,2	2738,9	1365,8	3,302	5,665	2,362
95,0000	307,22	1,4346	19,19	1385,9	2733,9	1348,0	3,324	5,647	2,323
98,7000	310,00	1,4475	18,32	1402,1	2727,2	1325,2	3,351	5,623	2,272
100,0000	310,96	1,4521	18,02	1407,7	2724,8	1317,1	3,360	5,615	2,255
105,6100	315,00	1,4722	16,83	1431,7	2714,1	1282,4	3,400	5,580	2,180
110,0000	318,04	1,4883	15,98	1450,1	2705,5	1255,4	3,430	5,553	2,123
112,9000	320,00	1,4992	15,45	1462,2	2699,6	1237,5	3,449	5,535	2,086
120,0000	324,64	1,5266	14,26	1491,2	2684,7	1193,5	3,496	5,493	1,997
120,5700	325,00	1,5289	14,17	1493,5	2683,5	1190,0	3,500	5,489	1,989
128,6500	330,00	1,5620	12,97	1526,0	2665,5	1139,5	3,552	5,441	1,889
130,0000	330,81	1,5678	12,78	1531,4	2662,3	1131,0	3,561	5,433	1,873
137,1400	335,00	1,5990	11,84	1559,7	2645,2	1085,5	3,605	5,390	1,785
140,0000	336,63	1,6115	11,49	1571,0	2638,0	1067,0	3,623	5,373	1,750
146,0000	340,00	1,6390	10,78	1594,8	2622,0	1027,2	3,661	5,366	1,675
150,0000	342,12	1,6580	10,35	1610,1	2611,3	1001,1	3,685	5,312	1,627
155,4800	345,00	1,6860	9,77	1631,8	2595,4	963,6	3,718	5,277	1,559
160,0000	347,32	1,7100	9,32	1649,7	2581,6	931,9	3,746	5,248	1,502
165,3700	350,00	1,7410	8,81	1671,2	2564,2	893,0	3,779	5,212	1,433
170,0000	352,26	1,7690	8,38	1690,0	2548,3	858,4	3,808	5,181	1,372
175,7700	355,00	1,8070	7,87	1713,9	2527,0	813,1	3,844	5,138	1,294
180,0000	356,96	1,8380	7,51	1731,8	2510,4	778,6	3,872	5,108	1,236
186,7400	360,00	1,8940	6,94	1761,5	2481,1	719,6	3,916	5,053	1,136
190,0000	361,44	1,9230	6,67	1776,5	2465,7	689,2	3,941	5,027	1,086
198,3000	365,00	2,0160	5,99	1817,5	2420,9	603,4	4,001	4,946	0,945
200,0000	365,71	2,0390	5,85	1826,6	2410,5	583,9	4,014	4,928	0,914
210,0000	369,79	2,2130	4,98	1888,5	2335,6	447,1	4,108	4,803	0,695
220,0000	373,71	2,6900	3,68	2007,9	2178,0	170,1	4,289	4,552	0,263

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL VAPOR DE AGUA RECALENTADO

v= volumen específico en (dm³/Kg); i = entalpía específica en (kJ/Kg); s = entropía específica en (kJ/Kg°K)

T(°C)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
p(bar)=0,01 ; Ts= 6,98°C															
v)	1,0002	149097	172192	195277	218357	241436	264514	287591	310661	333737	356813	379889	402965	426041	449117
i)	0	2595	2689	2784	2880	2978	3077	3178	3280	3384	3489	3597	3706	3816	3929
s)	0	9,241	9,512	9,751	9,966	10,163	10,344	10,512	10,67	10,819	10,96	11,094	11,223	11,346	11,465
p(bar)=0,1 ; Ts= 45,83°C															
v)	1,0002	14870	17198	19514	21826	24136	26446	28755	31063	33371	35679	37988	40296	42603	44911
i)	0	2592	2688	2783	2880	2977	3077	3177	3280	3384	3489	3597	3706	3816	3929
s)	0	8,173	8,447	8,688	8,903	9,1	9,281	9,449	9,607	9,756	9,897	10,032	10,16	10,284	10,402
p(bar)=0,5 ; Ts= 81,35°C															
v)	1,0002	1,0121	3420	3890	4356	4821	5284	5747	6209	6672	7134	7596	8058	8519	8981
i)	0	209,3	2683	2780	2878	2976	3076	3177	3279	3383	3489	3596	3705	3816	3929
s)	0	0,703	7,694	7,94	8,158	8,355	8,537	8,705	8,864	9,013	9,154	9,289	9,417	9,541	9,659
p(bar)=1 ; Ts= 99,63°C															
v)	1,0001	1,0121	1696	1937	2173	2406	2639	2871	3103	3334	3565	3797	4028	4259	4490
i)	0,1	209,3	2676	2777	2876	2975	3075	3176	3278	3382	3488	3596	3705	3816	3928
s)	0	0,703	7,36	7,614	7,834	8,033	8,215	8,384	8,543	8,692	8,834	8,968	9,097	9,22	9,339
p(bar)=1,5 ; Ts= 114,4°C															
v)	1,0001	1,012	1,0434	1286	1445	1601	1757	1912	2067	2222	2376	2530	2685	2839	2993
i)	0,1	209,4	419,2	2773	2873	2973	3073	3175	3277	3382	3488	3595	3704	3815	3928
s)	0	0,703	1,307	7,42	7,643	7,843	8,027	8,196	8,355	8,504	8,646	8,781	8,909	9,033	9,152
p(bar)=2,0 ; Ts= 120,23°C															
v)	1,0001	1,012	1,0434	960,2	1081	1199	1316	1433	1549	1665	1781	1897	2013	2129	2244
i)	0,2	209,4	419,3	2770	2871	2971	3072	3174	3277	3381	3487	3595	3704	3815	3928
s)	0	0,703	1,307	7,28	7,507	7,708	7,892	8,062	8,221	8,371	8,513	8,648	8,776	8,9	9,019
p(bar)=2,5 ; Ts= 127,40°C															
v)	1,0001	1,012	1,0433	764,7	862,3	957,5	1052	1145	1239	1332	1424	1517	1610	1703	1795
i)	0,2	209,5	419,3	2766	2869	2970	3071	3173	3276	3380	3487	3594	3704	3815	3927
s)	0	0,703	1,307	7,17	7,4	7,603	7,788	7,958	8,117	8,267	8,409	8,544	8,673	8,797	8,916
p(bar)=3,0 ; Ts= 133,54°C															
v)	1	1,012	1,0433	634,2	716,6	796,5	875,4	953,4	1031	1109	1187	1264	1341	1419	1496
i)	0,3	209,5	419,4	2762	2806	2968	3070	3172	3275	3380	3486	3594	3703	3814	3927
s)	0	0,703	1,307	7,078	7,312	7,517	7,702	7,873	8,032	8,182	8,324	8,46	8,589	8,712	8,831
p(bar)=4,0 ; Ts= 143,63°C															
v)	1	1,0119	1,0433	471	534,5	595,3	654,9	713,9	772,5	831,1	889,3	947,4	1005	1063	1121
i)	0,4	209,6	419,4	2753	2862	2965	3067	3170	3274	3378	3485	3593	3703	3814	3927
s)	0	0,703	1,307	6,929	7,172	7,379	7,566	7,738	7,898	8,048	8,326	8,326	8,455	8,579	8,698
p(bar)=5,0 ; Ts= 151,85°C															
v)	0,9999	1,0119	1,0432	1,0905	425,2	474,5	522,6	570,1	617,2	664,1	710,8	757,5	804	850,4	896,9
i)	0,5	209,7	419,4	632,2	2857	2962	3065	3168	3272	3377	3484	3592	3702	3813	3926
s)	0	0,703	1,307	1,842	7,06	7,271	7,46	7,633	7,793	7,944	8,087	8,222	8,351	8,475	8,595
p(bar)=6,0 ; Ts= 158,84°C															
v)	0,9999	1,0118	1,0432	1,0905	352,2	394	434,4	474,3	513,6	552,8	591,9	630,8	669,7	708,4	747,1
i)	0,6	209,8	419,4	632,2	2851	2958	3062	3166	3270	3376	3483	3591	3701	3812	3925
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,968	7,182	7,373	7,546	7,707	7,858	8,001	8,131	8,267	8,391	8,51
p(bar)=7,0 ; Ts= 164,96°C															
v)	0,999	1,0118	1,0431	1,0904	300,1	336,4	371,4	405,8	439,7	473,4	503,9	540,4	573,7	607	640,7
i)	0,7	209,9	419,5	632,3	2846	2955	3060	3164	3269	3374	3482	3590	3700	3812	3925
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,888	7,106	7,298	7,473	7,634	7,786	7,929	8,065	8,195	8,319	8,438
p(bar)=8,0 ; Ts= 170,41°C															
v)	0,9998	1,0118	1,0431	1,0903	261	293,3	324,2	354,4	384,2	413,8	443,2	472,5	501,8	530,9	560
i)	0,8	209,9	419,6	632,3	2840	2951	3057	3162	3267	3373	3481	3589	3699	3811	3924
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,817	7,04	7,233	7,409	7,571	7,723	7,866	8,003	8,132	8,257	8,376
p(bar)=9,0 ; Ts= 175,36°C															
v)	0,9997	1,0117	1,043	1,0903	230,5	259,7	287,4	314,4	341	367,4	393,7	419,8	445,8	471,7	497,6
i)	0,9	210	419,7	632,4	2835	2948	3055	3160	3266	3372	3480	3588	3699	3810	3924
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,753	6,98	7,176	7,352	7,515	7,667	7,811	7,948	8,077	8,202	8,321
p(bar)=10 ; Ts= 179,9°C															
v)	0,9997	1,0117	1,043	1,0902	206,1	232,8	258	282,5	306,5	330,3	354	377,6	401	424,4	447,7
i)	1	210,1	419,7	632,5	2829	2944	3052	3158	3264	3370	3478	3587	3698	3810	3923
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,695	6,926	7,124	7,301	7,464	7,617	7,761	7,898	8,028	8,153	8,272

VAPOR DE AGUA RECALENTADO (Continuación)

v= volumen específico en (dm³/Kg); i = entalpía específica en (kJ/Kg); s = entropía específica en (kJ/Kg°K)

T(°C)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
p(bar) = 11,0 ; Ts= 184,06 °C															
v)	0,9996	1,0116	1,0429	1,0901	186,1	210,8	233,9	256,3	278,2	300	321,6	343	364,4	385,7	406,9
i)	1,1	210,2	419,8	632,5	2823	2940	3050	3156	3262	3369	3477	3587	3697	3809	3922
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,64	6,877	7,076	7,255	7,419	7,572	7,716	7,853	7,983	8,108	8,228
p(bar) = 12,0 ; Ts= 187,96 °C															
v)	0,9996	1,0116	1,0429	1,0901	169,4	192,4	213,9	234,5	254,7	274,7	294,5	314,2	333,8	353,4	372,9
i)	1,2	210,3	419,9	632,6	2817	2937	3047	3154	3261	3368	3476	3586	3696	3808	3922
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,59	6,831	7,033	7,212	7,377	7,53	7,675	7,812	7,943	8,067	8,187
p(bar) = 13,0 ; Ts= 191,60 °C															
v)	0,9995	1,0115	1,0428	1,09	155,2	176,9	196,9	216,1	234,8	253,3	271,7	289,9	308,8	326,1	344,1
i)	1,3	210,4	420	632,7	2810	2933	3044	3152	3259	3366	3475	3585	3695	3808	3921
s)	0	0,703	1,306	1,841	6,542	6,788	5,992	7,173	7,338	7,492	7,637	7,774	7,905	8,03	8,15
p(bar) = 14,0 ; Ts= 195,04 °C															
v)	0,9995	1,0115	1,0428	1,0899	143	163,6	182,3	200,3	217,7	235,1	252,1	269	285,9	302,7	319,4
i)	1,4	210,5	420	632,7	2803	2929	3042	3150	3257	3365	3474	3584	3695	3807	3921
s)	0	0,7031	1,3061	1,841	6,496	6,749	6,955	7,137	7,302	7,456	7,602	7,739	7,87	7,995	8,115
p(bar) = 15,0 ; Ts= 198,28 °C															
v)	0,9994	1,0114	1,0427	1,0899	132,4	152	169,7	186,5	202,9	219,1	235,1	250,9	266,7	282,4	298
i)	1,5	210,5	420,1	632,8	2796	2925	3039	3148	3256	3364	3473	3583	3694	3806	3920
s)	0	0,703	1,306	1,84	6,452	6,711	6,919	7,102	7,268	7,423	7,569	7,707	7,838	7,963	8,03
p(bar) = 16,0 ; Ts= 201,37 °C															
v)	0,9994	1,0114	1,0426	1,0898	1,1565	141,9	158,6	174,6	190	205,2	220,2	235,1	249,9	264,6	279,3
i)	1,6	210,6	420,2	632,8	852,4	2921	3036	3546	3254	3362	3472	3582	3693	3805	3919
s)	0	0,703	1,306	1,84	2,331	6,675	6,886	7,07	7,237	7,392	7,538	7,676	7,807	7,932	8,053
p(bar) = 17,0 ; Ts= 204,30 °C															
v)	0,9993	1,0114	1,0114	1,0898	1,0426	133	148,9	164	178,5	192,9	207,1	221,1	235,1	249	262,8
i)	1,7	210,7	420,3	632,9	852,4	2917	3033	3144	3252	3361	3471	3581	3692	3805	3919
s)	0	0,703	1,306	1,84	2,33	6,641	6,854	7,04	7,207	7,362	7,509	7,647	7,778	7,904	8,024
p(bar) = 18,0 ; Ts= 207,10 °C															
v)	0,9993	1,0113	1,0425	1,087	1,1563	125	140,2	154,6	168,4	182	195,4	208,7	221,9	235	248,1
i)	1,8	210,8	420,3	633	852,5	2913	3031	3142	3251	3360	3470	3580	3691	3804	3918
s)	0	0,703	1,306	1	0,84	2,33	6,609	6,824	7,011	7,179	7,335	7	482	7,62	7,751
p(bar) = 19,0 ; Ts= 209,79 °C															
v)	0,9992	1,0113	1,0425	1,0896	1,1562	117,9	132,5	146,1	159,3	172,2	185	197,6	210,1	222,6	235
i)	1,9	210,9	420,4	633	852,8	2909	3028	3140	3249	3358	3468	3579	3691	3803	3918
s)	0	0,703	1,305	1,84	2,33	6,578	6,795	6,983	7,152	7,308	7,456	7,594	7,726	7,851	7,972
p(bar) = 20,0 ; Ts= 212,37 °C															
v)	0,9992	1,0112	1,0424	1,0896	1,1561	111,5	125,5	138,6	151,1	163,4	175,6	187,6	199,5	211,4	223,2
i)	2	211	420,5	633,1	852,6	2904	3025	3138	3248	3357	3467	3578	3690	3803	3917
s)	0	0,703	1,305	1,84	2,33	6,547	6,768	6,957	7,126	7,283	7,431	7,57	7,701	7,827	7,948
p(bar) = 22,0 ; Ts= 217,24 °C															
v)	0,9991	1,0111	1,0423	1,0894	1,1559	100,4	113,4	125,5	137	148,3	159,4	170,3	181,2	192	202,8
i)	2,2	211,1	420,6	633,2	852,6	2896	3019	3134	3244	3354	3465	3576	3688	3801	3916
s)	0	0,703	1,305	1,840	2,33	6,49	6,716	6,908	7,079	7,236	7,385	7,524	7,656	7,782	7,903
p(bar) = 24,0 ; Ts= 221,78 °C															
v)	0,999	1,011	1,0422	1,0893	1,1557	91,13	103,3	114,5	125,2	135,6	145,8	155,9	165,9	175,9	185,7
i)	2,4	211,3	420,8	635,3	852,7	2887	3014	3130	3241	3352	3463	3574	3687	3800	3915
s)	0	0,703	1,305	1,84	2,329	6,437	6,669	6,863	7,035	7,194	7,342	7,482	7,615	7,741	7,862
p(bar) = 26,0 ; Ts= 226,00 °C															
v)	0,9988	1,0110	1,0421	1,0892	1,1555	33,26	94,82	105,3	115,2	124,9	134,4	143,8	153	162,2	171,3
i)	2,6	211,5	420,9	633,5	852,8	2877	3008	3125	3238	3349	3461	3573	3685	3799	3913
s)	0	0,702	1,305	1,839	2,329	5,385	6,624	6,821	6,994	7,154	7,303	7,443	7,576	7,703	7,824
p(bar) = 28,0 ; Ts= 230,00 °C															
v)	0,9987	1,0109	1,042	1,0891	1,1553	76,49	87,5	97,38	106,7	115,7	124,6	133,3	142	150,5	159
i)	2,8	211,7	421,1	633,6	852,9	2868	3002	3121	3234	3346	3458	3571	3683	3797	3912
s)	0	0,702	1,305	1,839	2,329	6,336	6,581	6,781	6,956	7,117	7,267	7,408	7,541	7,667	7,689
p(bar) = 30,0 ; Ts= 233,84 °C															
v)	0,9986	1,0108	1,0419	1,0889	1,1551	70,61	81,15	90,51	99,28	107,8	116,1	124,3	132,4	140,4	148,3
i)	3	211,8	421,2	633,7	852,9	2858	2995	3117	3231	3343	3456	3569	3682	3796	3911
s)	0	0,702	1,305	1,839	2,328	6,289	6,541	6,744	6,921	7,082	7,233	7,374	7,507	7,634	7,756

VAPOR DE AGUA RECALENTADO (Continuación)

v= volumen específico en (dm³/Kg); i = entalpía específica en (kJ/Kg); s = entropía específica en (kJ/Kg°K)

T °C	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
p(bar)= 32 ; Ts= 237,4°C															
v)	0,9985	1,0107	1,0418	1,0888	1,1549	75,43	78,59	84,49	92,8	100,8	108,7	116,41	124	131,5	139
i)	3,2	212	421,4	633,8	853	2847	2989	3112	3227	3341	3454	3567	3680	3794	3910
s)	0	0,702	1,305	1,839	2,328	5,243	6,503	6,709	6,887	7,05	7,201	7,343	7,476	7,603	7,725
p(bar)= 34 ; Ts= 240,9°C															
v)	0,9984	1,0106	1,0417	1,0887	1,1547	60,84	70,67	79,18	87,08	94,69	102,1	109,4	116,6	123,7	130,7
i)	3,4	212,2	421,5	634	853,1	2836	2983	3108	3224	3328	3451	3565	3679	3793	3909
s)	0	0,702	1,304	1,838	2,328	6,198	6,466	6,675	6,855	7,019	7,171	7,313	7,447	7,574	7,696
p(bar)= 36 ; Ts= 244,2°C															
v)	0,9983	1,0105	1,0416	1,0885	1,1545	56,73	66,3	74,46	81,99	89,23	96,27	103,2	110,1	116,7	123,4
i)	3,6	212,3	421,7	634,1	853,2	2825	2976	3103	3221	3335	3449	3563	3677	3792	3907
s)	0	0,702	1,304	1,838	2,327	6,154	6,431	6,644	6,825	6,99	7,142	7,285	7,419	7,547	7,669
p(bar)= 38 ; Ts= 247,3°C															
v)	0,9982	1,0104	1,0415	1,0884	1,1543	53,03	62,37	70,23	77,44	81,35	91,05	97,61	104,1	110,5	116,8
i)	3,8	212,5	421,8	634,2	853,3	2813	2970	3099	3217	3332	3447	3561	3675	3790	3906
s)	0	0,702	1,304	1,838	2,327	6,11	6,397	6,613	6,796	6,962	7,115	7,258	7,393	7,521	7,643
p(bar)= 40 ; Ts= 250,33°C															
v)	0,9981	1,0103	1,0414	1,0883	1,1541	1,2511	58,84	66,42	73,34	79,95	86,35	92,61	98,77	104,9	110,9
i)	4	212,7	422	634,3	853,4	1085,8	2963	3094	3214	3330	3445	3559	3674	3789	3905
s)	0	0,702	1,304	1,838	2,327	2,793	6,364	6,584	6,769	6,935	7,089	7,233	7,368	7,496	7,618
p(bar)= 44 ; Ts= 256,0°C															
v)	0,9979	1,0102	1,0412	1,0881	1,1537	1,2503	52,71	59,84	66,26	72,35	78,24	83,98	89,61	95,18	100,7
i)	4,4	213	422,3	634,6	853,6	1085,8	2949	3085	3207	3324	3440	3555	3671	3786	3902
s)	0	0,702	1,304	1,837	2,326	2,792	6,301	6,528	6,717	6,886	7,04	7,185	7,321	7,449	7,572
p(bar)= 48 ; Ts= 261,4°C															
v)	0,9977	1,01	1,041	1,0878	1,1533	1,2496	47,58	54,34	60,36	66,02	71,47	76,78	81,98	87,11	92,18
i)	4,8	213,4	422,6	634,8	853,7	1085,7	2935	3075	3199	3319	3435	3552	3667	3783	3900
s)	0	0,701	1,303	1,837	2,326	2,791	6,241	6,476	6,669	6,84	6,996	7,141	7,278	7,407	7,53
p(bar)= 52 ; Ts= 266,4°C															
v)	0,9975	1,0098	1,0408	1,0876	1,1529	1,2489	43,22	49,68	55,35	60,66	65,75	70,69	75,52	80,28	84,98
i)	5,2	213,7	422,9	635,1	853,9	1085,7	2919	3065	3192	3313	3431	3548	3664	3780	3898
s)	0	0,701	1,303	1,836	2,325	2,79	6,183	6,427	6,624	6,797	6,954	7,101	7,238	7,368	7,491
p(bar)= 56 ; Ts= 271,1°C															
v)	0,9973	1,0096	1,0406	1,0873	1,1525	1,2481	39,45	45,68	51,06	56,07	60,84	65,47	69,98	74,43	78,81
i)	5,6	214,1	423,2	635,3	854,1	1085,7	2904	3055	3185	3307	3426	3544	3661	3778	3895
s)	0	0,701	1,303	1,836	2,324	2,789	6,126	6,38	6,581	6,757	6,916	7,063	7,201	7,331	7,455
p(bar)= 60 ; Ts= 275,56°C															
v)	0,9971	1,0095	1,0404	1,0871	1,1522	1,2474	36,16	42,2	47,34	52,08	56,59	60,94	65,19	69,35	73,47
i)	6	214,4	423,5	635,6	854,2	1085,7	2887	3045	3177	3301	3421	3540	3657	3775	3893
s)	0	0,701	1,302	1,836	2,124	2,788	6,071	6,336	6,541	6,719	6,879	7,028	7,166	7,297	7,421
p(bar)= 64 ; Ts= 279,8°C															
v)	0,9969	1,0093	1,0402	1,0869	1,1518	1,2467	33,25	39,16	44,08	48,6	52,87	56,98	60,99	64,92	68,79
i)	6,5	214,8	423,8	635,8	854,4	1085,7	2869	3034	3170	3296	3417	3536	3654	3772	3890
s)	0	0,701	1,302	1,835	2,323	2,788	6,016	6,293	6,502	6,683	6,845	6,995	7,134	7,265	7,39
p(bar)= 68 ; Ts= 283,8°C															
v)	0,9967	1,0091	1,04	1,0866	1,1514	1,246	30,65	36,46	41,21	45,52	49,58	53,49	57,28	61	64,66
i)	6,9	215,1	424,1	636,1	854,6	1085,7	2851	3024	3162	3290	3412	3532	3651	3769	3888
s)	0	0,7	1,302	1,835	2,323	2,787	5,961	6,251	6,466	6,649	6,812	6,963	7,103	7,235	7,36
p(bar)= 72 ; Ts= 287,7°C															
v)	0,9965	1,0089	1,0398	1,0864	1,151	1,2453	28,31	34,05	38,64	42,78	46,66	50,38	53,99	57,22	60,99
i)	7,3	215,4	424,4	636,3	854,7	1085,7	2831	3013	3154	3284	3407	3528	3648	3766	3885
s)	0	0,7	1,301	1,834	2,322	2,786	5,906	6,211	6,431	6,616	6,781	6,933	7,074	7,206	7,331
p(bar)= 76 ; Ts= 291,4°C															
v)	0,9963	1,0088	1,0396	1,0861	1,1506	1,2446	26,18	31,89	36,35	40,33	44,05	47,6	51,04	54,41	57,71
i)	7,7	215,8	424,7	636,6	854,9	1085,7	2810	3001	3147	3278	3402	3524	3644	3764	3883
s)	0	0,7	1,301	1,834	2,321	2,785	5,85	6,171	6,397	6,585	6,751	6,904	7,046	7,179	7,305
p(bar)= 80 ; Ts= 295,0°C															
v)	0,9961	1,0056	1,0394	1,0859	1,1502	1,2439	24,23	29,94	34,29	38,12	41,7	45,1	48,39	51,6	54,76
i)	8,1	216,1	425	636,8	855,1	1085,7	2787	2990	3139	3272	3398	3520	3641	3761	3881
s)	0	0,7	1,301	1,833	2,321	2,784	5,793	6,133	6,364	6,555	6,723	6,877	7,019	7,153	7,279
p(bar)= 84 ; Ts= 298,4°C															
v)	0,9959	1,0084	1,0392	1,0856	1,1498	1,2432	22,43	28,16	32,41	36,12	39,57	42,84	45,99	49,07	52,08
i)	8,5	216,5	425,3	637,1	855,3	1085,7	2763	2977	3131	3266	3393	3516	3638	3758	3878
s)	0	0,7	1,301	1,833	2,32	2,783	5,734	6,095	6,332	6,526	6,696	6,851	6,994	7,128	7,254

VAPOR DE AGUA RECALENTADO (Continuación)

v= volumen específico en (dm³/Kg); i = entalpía específica en (kJ/Kg); s = entropía específica en (kJ/Kg°K)

T°C	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
p(bar)= 88 ; Ts= 301,7°C															
v)	0,9958	1,0082	1,039	1,0854	1,1495	1,2426	1,403	26,54	30,7	34,31	37,63	40,78	43,81	46,76	49,66
i)	8,9	216,8	425,6	637,3	855,4	1085,7	1345	2965	3122	3260	3388	3513	3634	3755	3876
s)	0	0,7	1,3	1,832	2,32	2,782	3,254	6,058	6,301	6,498	6,669	6,826	6,969	7,104	7,231
p(bar)= 92; Ts= 304,9°C															
v)	0,9956	1,0081	1,0388	1,0851	1,1492	1,2419	1,401	25,05	29,14	32,65	35,86	38,9	41,82	44,66	47,44
i)	9,3	217,2	425,9	637,6	855,6	1085,7	1344	2952	3114	3253	3383	3509	3631	3752	3873
s)	0	0,699	1,3	1,832	2,319	2,781	3,252	6,021	6,271	6,471	6,644	6,802	6,946	7,081	7,209
p(bar)= 96; Ts= 308,0°C															
v)	0,9954	1,0079	1,0385	1,0849	1,1487	1,2412	1,399	23,68	27,71	31,12	34,24	37,18	39,99	42,73	45,4
i)	9,7	217,5	426,2	637,8	855,8	1085,8	1344	2939	3106	3247	3378	3504	3628	3749	3871
s)	0	0,699	1,3	1,832	2,318	2,78	3,25	5,984	6,243	6,445	6,62	6,778	6,923	7,059	7,187
p(bar)= 100; Ts= 310,96°C															
v)	0,9952	1,0077	1,0383	1,0846	1,1483	1,2405	1,397	22,41	26,39	29,72	32,75	35,59	38,31	40,95	43,23
i)	10,1	217,8	426,5	638,1	856	1085,8	1343	2926	3097	3241	3373	3500	3624	3746	3868
s)	0	0,699	1,299	1,831	2,318	2,779	3,248	5,947	6,213	6,419	6,596	6,756	6,902	7,038	7,166
p(bar)= 110; Ts= 318,04°C															
v)	0,9947	1,0073	1,0378	1,084	1,1474	1,2389	1,393	19,6	23,5	26,66	29,49	32,13	34,65	37,08	39,45
i)	11,1	218,7	427,3	638,7	856,4	1085,8	1342	2889	3075	3225	3360	3490	3616	3739	3862
s)	0	0,699	1,299	1,83	2,316	2,777	3,244	5,856	6,143	6,358	6,539	6,702	6,85	6,988	7,117
p(bar)= 120; Ts= 324,65°C															
v)	0,9942	1,0069	1,0373	1,0833	1,1464	1,2372	1,389	17,19	21,07	24,1	26,77	29,25	31,59	33,85	36,05
i)	12,1	219,6	428	639,3	856,8	1085,9	1341	2849	3052	3209	3348	3480	3607	3732	3856
s)	0	0,698	1,298	1,829	2,315	2,775	3,24	5,762	6,076	6,301	6,487	6,653	6,802	6,941	7,072
p(bar)= 130; Ts= 330,81°C															
v)	0,9937	1,0064	1,0368	1,0827	1,1455	1,2356	1,385	15,09	19,01	21,93	24,47	26,81	29,01	31,12	33,18
i)	13,1	220,4	428,8	639,9	857,3	1085,9	1340	2804	3028	3192	3335	3470	3599	3725	3850
s)	0,001	0,698	1,297	1,828	2,313	2,772	3,236	5,664	6,011	6,246	6,437	6,606	6,758	6,898	7,03
p(bar)= 140; Ts= 336,63°C															
v)	0,9932	1,006	1,0363	1,082	1,1446	1,2341	1,381	13,21	17,22	20,06	22,5	24,71	26,79	28,78	30,71
i)	14,1	221,3	429,6	640,6	857,7	1086	1339	2753	3003	3175	3322	3459	3590	3717	3843
s)	0,001	0,697	1,296	1,827	2,312	2,77	3,231	5,559	5,946	6,193	6,39	6,562	6,716	6,858	6,991
p(bar)= 150; Ts= 342,12°C															
v)	0,9928	1,0056	1,0358	1,0814	1,1436	1,2325	1,377	11,46	15,66	18,44	20,78	22,9	24,87	26,76	28,57
i)	15,1	222,1	430,3	641,2	858,2	1086,1	1338	2693	2977	3157	3309	3449	3581	3710	3837
s)	0,001	0,697	1,296	1,826	2,31	2,768	3,228	5,443	5,883	6,142	6,345	6,52	6,677	6,82	6,954
p(bar)= 160; Ts= 347,32°C															
v)	0,9923	1,0051	1,0353	1,0807	1,1427	1,2309	1,373	9,764	14,27	17,02	19,28	21,31	23,19	24,98	26,7
i)	16,1	223	431,1	641,8	858,6	1086,2	1338	2617	2949	3139	3295	3438	3573	3703	3831
s)	0,001	0,696	1,295	1,825	2,509	2,766	3,224	5,304	5,82	6,093	6,301	6,481	6,639	6,784	6,919
p(bar)= 170; Ts= 352,26°C															
v)	0,9918	1,0047	1,0349	1,0801	1,1418	1,2294	1,37	1,729	13,03	15,76	17,96	19,91	21,71	23,42	25,06
i)	17,1	223,8	431,8	642,5	859,1	1086,3	1337	1667	2920	3121	3281	3427	3564	3695	3825
s)	0,001	0,696	1,294	1,824	2,307	2,764	3,22	3,771	5,765	6,044	6,26	6,442	6,603	6,75	886
p(bar)= 180; Ts= 356,96°C															
v)	0,9914	1,0043	1,0344	1,0795	1,1409	1,2279	1,366	1,704	11,91	14,63	16,78	18,66	20,39	22,03	23,59
i)	18,1	224,7	432,6	643,1	859,6	1086,4	1336	1659	2888	3102	3268	3417	3555	3688	3818
s)	0,001	0,695	1,293	1,823	2,306	2,761	3,216	3,755	5,691	5,997	6,219	6,406	6,569	6,717	6,855
p(bar)= 190; Ts= 361,44°C															
v)	0,9909	1,0039	1,0539	1,0788	1,14	1,2264	1,363	1,683	10,89	13,62	15,72	17,54	19,21	20,78	22,28
i)	19,1	225,6	433,3	643,7	860	1086,6	1335	1653	2855	3082	3254	3406	3546	3680	3812
s)	0,001	0,695	1,293	1,822	2,305	2,759	3,213	3,742	5,625	5,95	6,18	6,371	6,536	6,686	6,825
p(bar)= 200; Ts= 365,7°C															
v)	0,9904	1,0034	1,0334	1,0782	1,1391	1,2249	1,36	1,665	9,95	12,7	14,77	16,54	18,15	19,66	21,1
i)	20,1	2264	434,1	644,4	860,5	1086,7	1335	1647	2819	3062	3239	3395	3537	3673	3806
s)	0,001	0,694	1,292	1,821	2,303	2,757	3,209	3,73	5,556	5,904	6,142	6,337	6,505	6,656	6,788
p(bar)= 210; Ts= 369,8°C															
v)	0,9899	1,003	1,0329	1,0776	1,1382	1,2235	1,356	1,649	9,076	11,87	13,9	15,63	17,19	18,65	20,03
i)	21,1	227,3	434,9	645	860,9	1086,9	1334	1642	2781	3041	3225	3383	3528	3665	3799
s)	0,001	0,694	1,291	1,819	2,302	2,755	3,206	3,719	5,484	5,858	6,105	6,303	6,474	6,627	6,768
p(bar)= 220; Ts= 373,7°C															
v)	0,9895	1,0026	1,325	1,077	1,1374	1,2221	1,353	1,635	8,254	11,11	13,12	14,8	16,32	17,73	19,06
i)	22,1	228,1	435,6	645,6	861,4	1087	1333	1637	2738	3020	3210	3372	3519	3658	3793
s)	0,001	0,693	1,29	1,818	2,3	2,753	3,203	3,709	5,409	5,813	6,068	6,271	6,444	6,599	6,742

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 12 (Vapor húmedo)

Temperat °C	Presión Atm. abs.	v' (dm ³ /Kg)	v'' (m ³ /Kg)	' (Kg/m ³)	'' (Kg/m ³)	i' (Kcal/Kg)	i'' (Kcal/Kg)	r (Kcal/Kg)	s' (Kcal/Kg°C)	s'' (Kcal/Kg°C)
-80	0,064	0,6150	2,1243	1626	0,471	83,41	127,61	44,20	0,92855	1,15742
-78	0,073	0,6171	1,8590	1621	0,538	83,81	127,84	44,03	0,93061	1,15629
-76	0,084	0,6191	1,6323	1615	0,612	84,22	128,08	43,86	0,93267	1,15521
-74	0,097	0,6212	1,4376	1609	0,695	84,62	128,32	43,70	0,93270	1,15418
-72	0,110	0,6233	1,2700	1604	0,787	85,03	128,56	43,53	0,93671	1,15318
-70	0,125	0,6255	1,1251	1598	0,888	85,42	128,79	43,37	0,93871	1,15223
-68	0,142	0,6776	0,9996	1593	1,000	85,83	129,03	43,20	0,94069	1,15132
-66	0,162	0,6298	0,8905	1587	1,122	86,73	129,27	43,04	0,94264	1,15044
-64	0,182	0,6320	0,7953	1582	1,257	86,64	129,51	42,87	0,94458	1,14960
-62	0,205	0,6342	0,7121	1576	1,404	87,05	129,75	42,70	0,94651	1,14880
-60	0,231	0,6364	0,6392	1571	1,564	87,45	129,99	42,54	0,94842	1,14803
-58	0,259	0,6386	0,5751	1565	1,738	87,86	130,23	42,37	0,95031	1,14729
-56	0,290	0,6409	0,5186	1560	1,928	88,26	130,46	42,20	0,95220	1,14659
-54	0,323	0,6432	0,4687	1554	2,133	88,66	130,70	42,04	0,95405	1,14591
-52	0,360	0,6455	0,4245	1549	2,355	89,07	130,94	41,87	0,95591	1,14527
-50	0,399	0,6479	0,3852	1543	2,595	89,48	131,18	41,70	0,95774	1,14465
-48	0,445	0,6503	0,3485	1538	2,869	89,89	131,42	41,53	0,95958	1,14406
-46	0,490	0,6527	0,3192	1532	3,133	90,30	131,66	41,36	0,96137	1,14349
-44	0,549	0,6551	0,2913	1526	3,432	90,71	131,90	41,19	0,96317	1,14295
-42	0,596	0,6575	0,2665	1521	3,753	91,12	132,14	41,02	0,96495	1,14243
-40	0,655	0,6600	0,2442	1515	4,096	91,55	132,38	40,83	0,96677	1,14194
-38	0,719	0,6624	0,2238	1510	4,468	91,95	132,62	40,67	0,96846	1,14145
-36	0,788	0,6649	0,2056	1504	4,864	92,36	132,86	40,50	0,97015	1,14099
-34	0,861	0,6675	0,1893	1498	5,283	92,77	133,10	40,33	0,97186	1,14065
-32	0,940	0,6702	0,1746	1492	5,729	93,18	133,34	40,16	0,97355	1,14012
-30	1,025	0,6728	0,1633	1486	6,201	91,58	133,57	39,99	0,97523	1,13973
-28	1,115	0,6755	0,1492	1481	6,703	93,99	133,80	39,81	0,97691	1,13934
-26	1,212	0,6781	0,1382	1475	7,236	94,41	134,04	39,63	0,97858	1,13897
-24	1,315	0,6808	0,1282	1469	7,803	94,82	134,28	39,45	0,98024	1,13863
-22	1,424	0,6835	0,1190	1463	8,403	95,24	134,51	39,27	0,98192	1,13831
-20	1,540	0,6864	0,1106	1457	9,039	95,67	134,74	39,08	0,98359	1,13800
-18	1,664	0,6892	0,1030	1451	9,712	96,09	134,97	38,89	0,98527	1,13771
-16	1,795	0,6921	0,0960	1445	10,42	96,51	135,20	38,69	0,98693	1,13743
-14	1,931	0,6951	0,0895	1439	11,17	96,94	135,43	38,49	0,98857	1,13716
-12	2,081	0,6982	0,0836	1432	11,96	97,37	135,66	38,29	0,99023	1,13689
-10	2,236	0,7011	0,0781	1426	12,80	97,81	135,89	38,09	0,99187	1,13664
-8	2,400	0,7043	0,0731	1420	13,68	98,24	136,12	37,88	0,93351	1,13641
-6	2,573	0,7076	0,0684	1413	14,61	98,68	136,34	37,67	0,99514	1,13619
-4	2,755	0,7107	0,0642	1407	15,58	99,11	136,57	37,46	0,99676	1,13598
-2	2,947	0,7140	0,0602	1401	16,60	99,55	136,79	37,24	0,99838	1,13574
0	3,149	0,7174	0,0566	1394	17,66	100,00	137,01	37,01	1,00000	1,13553
2	3,361	0,7208	0,0533	1387	18,77	100,45	137,23	36,79	1,00161	1,13533
4	3,583	0,7242	0,0501	1381	19,95	100,90	137,45	36,56	1,00321	1,13514
6	3,817	0,7276	0,0472	1374	21,18	101,35	137,67	36,32	1,00483	1,13496
8	4,062	0,7312	0,0445	1368	22,47	101,80	137,88	36,08	1,00643	1,13478
10	4,318	0,7348	0,0420	1361	23,80	102,26	138,09	35,84	1,00803	1,13462
12	4,487	0,7384	0,0397	1354	25,20	102,71	138,20	35,59	1,00963	1,13446
14	4,867	0,7420	0,0375	1348	26,67	103,17	138,51	35,34	1,01122	1,13430
16	5,160	0,7457	0,0354	1341	28,21	103,63	138,72	35,08	1,01281	1,13415
18	5,466	0,7495	0,0335	1334	29,83	104,10	138,92	34,82	1,01440	1,13400
20	5,785	0,7534	0,0317	1327	31,52	104,56	139,12	34,56	1,01598	1,13386
22	6,118	0,7575	0,0301	1323	33,28	105,03	139,32	34,28	1,01756	1,13372
24	6,465	0,7616	0,0285	1313	35,11	105,51	139,52	34,01	1,01914	1,13357
26	6,826	0,7657	0,0270	1306	37,04	105,99	139,71	33,72	1,02071	1,13343
28	7,202	0,7699	0,0256	1299	39,06	106,47	139,90	33,43	1,02228	1,13331
30	7,592	0,7742	0,0243	1292	41,16	106,95	140,09	33,14	1,02385	1,13317
32	7,999	0,7787	0,0231	1284	43,35	107,44	140,27	32,83	1,02542	1,13303
34	8,420	0,7832	0,0219	1277	45,63	107,93	140,45	32,82	1,02698	1,13288
36	8,858	0,7879	0,0208	1269	48,01	108,42	140,63	32,21	1,02855	1,13274
38	9,313	0,7927	0,0198	1262	50,51	108,92	140,80	31,89	1,03010	1,13259
40	9,784	0,7976	0,0188	1254	53,12	109,41	140,97	31,56	1,03167	1,13245
42	10,272	0,8026	0,0179	1246	55,90	109,91	141,13	31,22	1,03323	1,13230
44	10,778	0,8078	0,0170	1238	58,84	110,41	141,28	30,87	1,03478	1,13214
46	11,302	0,8130	0,0161	1230	61,95	110,91	141,43	30,52	1,03633	1,13197
48	11,845	0,8185	0,0153	1222	65,24	111,41	141,57	30,16	1,03788	1,13180
50	12,405	0,8244	0,0146	1213	68,69	111,92	141,71	29,27	1,03943	1,13161

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 12 (Vapor recalentado)

T	v	u	i	s	v	u	i	s	v	u	i	s
°C	dm³/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg.°C	dm³/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg.°C	dm³/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg.°C
	0,6 bar (0,06 MPa) ; Ts= -41,42°C				1,0 bar (0,10 MPa) ; Ts= -30,10°C				1,4 bar (0,14 MPa) ; Ts= -21,91°C			
Sat	257,5	153,49	168,94	0,729	160	158,15	174,15	0,7171	116,8	161,52	177,87	0,7102
-40	259,3	154,16	169,72	0,7324								
-20	283,8	163,91	180,94	0,7785	167,7	163,22	179,99	0,7406	117,9	162,5	179,01	0,7147
-10									123,5	167,69	184,97	0,7378
0	307,9	174,05	192,52	0,8225	182,7	173,5	191,77	0,7854	128,9	172,94	190,99	0,7602
10	319,8	179,26	198,45	0,8439	190	178,77	197,77	0,807	134,3	178,28	197,08	0,7821
20	331,7	184,57	204,47	0,8647	197,3	184,12	203,85	0,8281	139,7	183,67	203,23	0,8035
30	343,5	189,96	210,57	0,8852	204,5	189,57	210,02	0,8488	144,9	189,17	209,46	0,8243
40	355,2	195,46	216,77	0,9053	211,7	195,09	216,26	0,8691	150,2	194,72	215,75	0,8447
50	367	201,02	223,04	0,9251	218,8	200,7	222,58	0,8889	155,3	200,38	222,12	0,8648
60	378,7	206,69	229,41	0,9444	226	206,38	228,98	0,9084	160,5	206,08	228,55	0,8844
80	402	218,25	242,37	0,9822	240,1	218	242,01	0,9464	170,7	217,74	241,64	0,9225
100									180,9	229,67	255	0,9593
	1,8 bar (0,18 MPa) ; Ts= -15,38°C				2,0 bar (0,20 MPa) ; Ts= -12,53°C				2,4 bar (0,24 MPa) ; Ts= -7,42°C			
Sat	92,2	164,2	180,8	0,7054	83,5	165,37	182,07	0,7035	70,3	167,45	184,32	0,7004
-10	92,5	164,39	181,03	0,7181								
0	99,1	172,37	190,21	0,7408	88,6	172,08	189,08	0,7325	72,9	171,49	188,99	0,7177
10	103,4	177,77	196,38	0,763	92,6	177,5	196,02	0,7548	76,3	176,98	195,29	0,7404
20	107,6	183,23	202,6	0,7846	96,4	183	202,28	0,7766	79,6	182,53	201,63	0,7624
30	111,8	188,77	208,89	0,8057	100,2	188,56	208,6	0,7978	82,8	188,14	208,01	0,7838
40	116	194,35	215,23	0,8263	104	194,17	214,97	0,8184	86	193,8	214,44	0,8047
50	120,1	200,02	221,64	0,8464	107,7	199,86	221,4	0,8387	89,2	199,51	220,92	0,8251
60	124,1	205,78	228,12	0,8662	111,4	205,62	227,9	0,8585	92,3	205,31	227,46	0,845
80	132,2	217,47	241,27	0,9045	118,7	217,35	241,09	0,8969	98,5	217,07	240,71	0,8836
100	140,2	229,45	254,69	0,9414	125,9	229,35	254,53	0,9339	104,5	229,12	254,2	0,9208
120					133,1	241,59	268,21	0,9696	110,5	241,41	267,93	0,9566
	2,8 bar (0,28 MPa) ; Ts= -2,93°C				3,2 bar (0,32 MPa) ; Ts= 1,11°C				4,0 bar (0,40 MPa) ; Ts= 8,15°C			
Sat	60,76	169,26	186,27	0,698	53,51	170,88	188	0,696	43,21	173,69	190,97	0,6928
0	61,66	170,89	188,15	0,7049								
10	64,64	176,45	194,55	0,7279	55,9	175,9	193,79	0,7167	43,63	174,76	192,21	0,6972
20	67,55	182,06	200,97	0,7502	58,52	181,57	200,3	0,7393	45,84	180,57	198,91	0,7204
30	70,4	187,71	207,42	0,7718	61,06	187,28	206,82	0,7612	47,97	186,39	205,58	0,7428
40	73,19	193,42	213,91	0,7928	63,55	193,02	213,36	0,7824	50,05	192,23	212,25	0,7645
50	75,94	199,18	220,44	0,8134	66	198,82	219,94	0,8031	52,07	198,11	218,94	0,7855
60	78,65	205	227,02	0,8334	68,41	204,68	226,57	0,8233	54,06	204,03	225,65	0,806
80	83,99	216,82	240,34	0,8722	73,14	216,55	239,96	0,8623	57,91	216,03	239,19	0,8454
100	89,24	228,29	253,88	0,9095	77,78	228,66	253,55	0,8997	61,73	228,2	252,89	0,8831
120	94,43	241,21	267,65	0,9455	82,36	241	267,36	0,9358	65,46	240,61	266,79	0,9194
140									69,13	253,23	280,88	0,9544
	5 bar (0,5 MPa) ; Ts= 15,6°C				6 bar (0,6 MPa) ; Ts= 22,°C				7 bar (0,7 MPa) ; Ts= 27,65°C			
Sat	34,82	176,61	194,02	0,6899	29,13	179,09	196,57	0,6878	25,01	181,23	198,74	0,686
20	35,65	179,26	197,08	0,7004								
30	37,46	185,23	203,96	0,7235	30,42	184,01	202,26	0,7068	25,35	182,72	200,46	0,6917
40	39,22	191,2	210,81	0,7457	31,97	190,13	209,31	0,7297	26,76	189	207,73	0,7153
50	40,91	197,19	217,64	0,7672	33,45	196,23	216,3	0,7516	28,1	195,23	214,9	0,7378
60	42,57	203,2	224,48	0,7881	34,89	202,34	223,27	0,7729	29,39	201,45	222,02	0,7595
80	45,78	215,32	238,21	0,8281	37,65	214,61	237,2	0,8135	31,84	213,88	236,17	0,8008
100	48,89	227,61	252,05	0,8662	40,32	227,01	251,2	0,852	34,19	226,4	250,33	0,8398
120	51,93	240,1	266,06	0,9028	42,91	239,57	265,32	0,8889	36,46	239,05	264,57	0,8769
140	54,92	252,77	280,23	0,9379	45,45	252,31	279,58	0,9243	38,67	251,85	278,92	0,9125
160					47,94	265,25	294,01	0,9584	40,85	264,83	293,42	0,9468
	8 bar (0,8 MPa) ; Ts= 32,74°C				9 bar (0,9 MPa) ; Ts= 37,37°C				10 bar (1 MPa) ; Ts= 41,64°C			
Sat	21,88	183,13	200,63	0,6845	19,42	184,81	202,29	0,6832	17,44	186,32	203,76	0,682
40	22,83	187,81	206,07	0,7021	19,74	186,55	204,32	0,6897				
50	24,07	194,19	213,45	0,7253	20,91	193,1	211,92	0,7136	18,37	191,95	210,32	0,7026
60	25,25	200,52	220,72	0,7474	22,01	199,56	219,37	0,7363	19,41	198,56	217,97	0,7259
80	27,48	213,13	235,11	0,7894	24,07	212,37	234,03	0,779	21,34	211,57	232,91	0,7695
100	29,59	225,77	249,44	0,8289	26,01	225,13	248,54	0,819	23,13	224,48	247,61	0,81
120	31,62	238,51	263,81	0,8664	27,85	237,97	263,03	0,8569	24,84	237,41	262,25	0,8482
140	33,59	251,39	278,26	0,9022	29,64	250,9	277,58	0,893	26,47	250,43	276,9	0,8845
160	35,52	264,41	292,83	0,9367	31,38	263,99	292,23	0,9276	28,07	263,56	291,63	0,9193
180	37,42	277,6	307,54	0,9699	33,09	277,23	307,01	0,9609	29,63	276,84	306,47	0,9528
200									31,16	290,26	321,42	0,9851
	12 bar (1,2 MPa) ; Ts= 49,31°C				14 bar (1,4 MPa) ; Ts= 56,09°C				16 bar (1,6 MPa) ; Ts= 62,19°C			
Sat	14,41	188,95	206,24	0,6799	12,22	191,11	208,22	0,6778	10,54	192,95	209,81	0,6758
50	14,48	189,43	206,81	0,6816								
60	15,46	196,41	214,96	0,7065	12,58	194	211,61	0,6881				
80	17,22	209,91	230,57	0,752	14,25	208,11	228,06	0,736	11,98	206,17	225,34	0,7209
100	18,81	223,13	245,7	0,7937	15,71	221,7	243,69	0,7791	13,37	220,19	241,58	0,7656
120	20,3	236,27	260,63	0,8326	17,05	235,09	258,96	0,8189	14,61	233,84	257,22	0,8065
140	21,72	249,45	275,51	0,8696	18,32	248,43	274,08	0,8564	15,77	247,38	272,61	0,8447
160	23,09	263,7	290,41	0,9048	19,54	261,8	289,16	0,8921	16,86	260,9	287,88	0,8808
180	24,43	276,05	305,37	0,9385	20,71	275,27	304,26	0,9262	17,92	274,47	303,14	0,9152
200	25,74	289,55	320,44	0,9711	21,86	288,84	319,44	0,9589	18,95	288,11	318,43	0,9482
220					22,99	302,51	334,7	0,9905	19,96	301,84	333,78	0,98

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor húmedo)

Temperatura	Presión	Volumen específico		Entalpía		Entropía	
T	P	v'	v''	i'	i''	s'	s''
°C	MPa	m³/Kg	m³/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg	kJ/Kg°C	kJ/Kg°C
-94	0.0034	0.000647	4,985	316,65	580,37	3,7321	5,2042
-92	0.0040	0.000649	4,250	318,70	581,30	3,7438	5,1933
-90	0.0048	0.000651	3,634	320,83	582,55	3,7556	5,1841
-88	0.0056	0.000653	3,117	322,97	583,39	3,7669	5,1732
-86	0.0066	0.000655	2,709	325,10	584,39	3,7782	5,1636
-84	0.0077	0.000657	2,330	327,20	585,36	3,7895	5,1544
-82	0.0089	0.000659	2,030	329,29	585,36	3,8008	5,1456
-80	0.0103	0.000661	1,775	331,34	587,37	3,8117	5,1372
-78	0.0119	0.000663	1,547	333,48	588,41	3,8225	5,1288
-76	0.0137	0.000665	1,363	335,53	589,38	3,8330	5,1205
-74	0.0157	0.000668	1,206	337,62	590,38	3,8435	5,1125
-72	0.0180	0.000669	1,060	339,76	591,43	3,8544	5,1054
-70	0.0205	0.000671	0,940	341,81	592,39	3,8644	5,0978
-68	0.0232	0.000674	0,885	343,95	593,44	3,8745	5,0907
-66	0.0262	0.000676	0,746	346,00	594,36	3,8845	5,0832
-64	0.0297	0.000678	0,661	348,13	595,41	3,8946	5,0769
-62	0.0334	0.000680	0,592	350,23	596,37	3,9042	5,0698
-60	0.0375	0.000682	0,535	352,32	597,62	3,9147	5,0648
-58	0.0420	0.000685	0,481	354,34	598,34	3,9239	5,0577
-56	0.0470	0.000687	0,434	356,55	599,38	3,9339	5,0522
-54	0.0524	0.000690	0,393	358,68	600,39	3,9435	5,0464
-52	0.0582	0.000692	0,355	360,82	601,43	3,9532	5,0413
-50	0.0647	0.000695	0,323	363,00	602,48	3,9628	5,0359
-48	0.0716	0.000698	0,293	365,13	603,53	3,9724	5,0313
-46	0.0791	0.000701	0,267	367,27	604,53	3,9825	5,0271
-44	0.0874	0.000703	0,244	369,48	605,54	3,9917	5,0216
-42	0.0960	0.000706	0,223	371,58	606,46	4,0013	5,0175
-40	0.1055	0.000709	0,205	373,76	607,59	4,0105	5,0133
-38	0.1159	0.000711	0,188	375,85	608,30	4,0202	5,0087
-36	0.1270	0.000714	0,173	378,15	609,43	4,0294	5,0045
-34	0.1387	0.000717	0,158	380,37	610,39	4,0386	5,0003
-32	0.1512	0.000721	0,146	382,55	611,36	4,0478	4,9965
-30	0.1647	0.000724	0,135	384,77	612,32	4,0570	4,9928
-28	0.1789	0.000727	0,125	387,07	613,28	4,0662	4,9890
-26	0.1940	0.000730	0,116	389,37	614,24	4,0750	4,9848
-24	0.2099	0.000734	0,108	391,51	615,08	4,0838	4,9810
-22	0.2275	0.000737	0,100	393,73	615,96	4,0926	4,9773
-20	0.2461	0.000741	0,0929	395,99	616,93	4,1014	4,9739
-18	0.2648	0.000744	0,0864	398,25	617,89	4,1102	4,9710
-16	0.2864	0.000747	0,0805	400,47	618,81	4,1186	4,9676
-14	0.3079	0.000751	0,0751	402,69	619,73	4,1269	4,9643
-12	0.3305	0.000755	0,0700	404,86	620,61	4,1357	4,9618
-10	0.3560	0.000758	0,0654	407,17	621,53	4,1441	4,9588
-8	0.3815	0.000762	0,0611	409,39	622,28	4,1525	4,9555
-6	0.4089	0.000766	0,0572	411,60	623,12	4,1608	4,9526
-4	0.4374	0.000770	0,0536	413,95	623,96	4,1696	4,9501
-2	0.4678	0.000774	0,0502	416,29	624,80	4,1780	4,9471
0	0.5001	0.000779	0,0471	418,68	625,63	4,1868	4,9446
2	0.5335	0.000782	0,0443	421,11	626,47	4,1960	4,9425
4	0.5707	0.000787	0,0416	423,54	627,22	4,2048	4,9396
6	0.6061	0.000791	0,0390	426,09	628,06	4,2136	4,9371
8	0.6443	0.000796	0,0367	428,73	628,86	4,2228	4,9346
10	0.6855	0.000800	0,0346	431,32	629,53	4,2316	4,9321
12	0.7277	0.000805	0,0326	433,75	630,20	4,2404	4,9291
14	0.7718	0.000810	0,0307	436,47	631,03	4,2496	4,9270
16	0.8179	0.000814	0,0289	439,21	631,66	4,2588	4,9249
18	0.8659	0.000819	0,0273	441,71	632,21	4,2676	4,9220
20	0.9169	0.000824	0,0258	444,34	632,75	4,2764	4,9191
22	0.9699	0.000829	0,0243	447,07	633,34	4,2856	4,9166
24	1.0248	0.000835	0,0230	449,58	633,80	4,2948	4,9140
26	1.0817	0.000840	0,0217	462,59	634,47	4,3040	4,9120
28	1.1405	0.000846	0,0206	455,32	634,93	4,3132	4,9094
30	1.2023	0.000850	0,0194	458,20	635,47	4,3220	4,9069
32	1.2670	0.000857	0,0184	460,97	635,85	4,3308	4,9040
34	1.3337	0.000863	0,0174	463,77	636,27	4,3396	4,9011
36	1.4024	0.000870	0,0165	466,54	636,52	4,3484	4,8981
38	1.4730	0.000876	0,0156	469,34	636,69	4,3576	4,8956
40	1.5485	0.000883	0,0148	472,14	636,90	4,3664	4,8927
42	1.6259	0.000890	0,0140	474,99	637,19	4,3756	4,8902
44	1.7054	0.000897	0,0133	477,84	637,36	4,3844	4,8873
46	1.7878	0.000905	0,0126	480,73	637,48	4,3932	4,8843
48	1.8731	0.000913	0,01200	483,62	637,61	4,4020	4,8814
50	1.9613	0.000921	0,0113	486,80	637,94	4,4108	4,8789
52	2.0525	0.000930	0,0107	489,73	638,19	4,4196	4,8764
54	2.1463	0.000940	0,01000	492,58	638,36	4,4284	4,8743
56	2.2437	0.000949	0,0093	495,38	638,49	4,4372	4,8722
58	2.3443	0.000959	0,0086	498,19	638,61	4,4460	4,8701
60	2.4486	0.000970	0,0079	500,99	638,74	4,4548	4,8684
62	3.0371	0.001029	0,0067	518,95	637,73	4,4966	4,8483

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °C	v dm³/Kg	u kJ/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°C	v dm³/Kg	u kJ/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°C	v dm³/Kg	u kJ/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°C
	0,6 bar (0,06 MPa) ; Ts= -41,42°C				1,0 bar (0,10 MPa) ; Ts= -30,10°C				1,4 bar (0,14 MPa) ; Ts= -21,91°C			
Sat	257,5	153,49	168,94	0,729	160	158,15	174,15	0,7171	116,8	161,52	177,87	0,7102
-40	259,3	154,16	169,72	0,7324	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
-20	283,8	163,91	180,94	0,7785	167,7	163,22	179,99	0,7406	117,9	162,5	179,01	0,7147
-10									123,5	167,69	184,97	0,7378
0	307,9	174,05	192,52	0,8225	182,7	173,5	191,77	0,7854	128,9	172,94	190,99	0,7602
10	319,8	179,26	198,45	0,8439	190	178,77	197,77	0,807	134,3	178,28	197,08	0,7821
20	331,7	184,57	204,47	0,8647	197,3	184,12	203,85	0,8281	139,7	183,67	203,23	0,8035
30	343,5	189,96	210,57	0,8852	204,5	189,57	210,02	0,8488	144,9	189,17	209,46	0,8243
40	355,2	195,46	216,77	0,9053	211,7	195,09	216,26	0,8691	150,2	194,72	215,75	0,8447
50	367	201,02	223,04	0,9251	218,8	200,7	222,58	0,8889	155,3	200,38	222,12	0,8648
60	378,7	206,69	229,41	0,9444	226	206,38	228,98	0,9084	160,5	206,08	228,55	0,8844
80	402	218,25	242,37	0,9822	240,1	218	242,01	0,9464	170,7	217,74	241,64	0,9225
100	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	180,9	229,67	255	0,9593
	1,8 bar (0,18 MPa) ; Ts= -15,38°C				2,0 bar (0,20 MPa) ; Ts= -12,53°C				2,4 bar (0,24 MPa) ; Ts= -7,42°C			
Sat	92,2	164,2	180,8	0,7054	83,5	165,37	182,07	0,7035	70,3	167,45	184,32	0,7004
-10	92,5	164,39	181,03	0,7181								
0	99,1	172,37	190,21	0,7408	88,6	172,08	189,08	0,7325	72,9	171,49	188,99	0,7177
10	103,4	177,77	196,38	0,763	92,6	177,5	196,02	0,7548	76,3	176,98	195,29	0,7404
20	107,6	183,23	202,6	0,7846	96,4	183	202,28	0,7766	79,6	182,53	201,63	0,7624
30	111,8	188,77	208,89	0,8057	100,2	188,56	208,6	0,7978	82,8	188,14	208,01	0,7838
40	116	194,35	215,23	0,8263	104	194,17	214,97	0,8184	86	193,8	214,44	0,8047
50	120,1	200,02	221,64	0,8464	107,7	199,86	221,4	0,8387	89,2	199,51	220,92	0,8251
60	124,1	205,78	228,12	0,8662	111,4	205,62	227,9	0,8585	92,3	205,31	227,46	0,845
80	132,2	217,47	241,27	0,9045	118,7	217,35	241,09	0,8969	98,5	217,07	240,71	0,8836
100	140,2	229,45	254,69	0,9414	125,9	229,35	254,53	0,9339	104,5	229,12	254,2	0,9208
120					133,1	241,59	268,21	0,9696	110,5	241,41	267,93	0,9566
	2,8 bar (0,28 MPa) ; Ts= -2,93°C				3,2 bar (0,32 MPa) ; Ts= 1,11°C				4,0 bar (0,40 MPa) ; Ts= 8,15°C			
Sat	60,76	169,26	186,27	0,698	53,51	170,88	188	0,696	43,21	173,69	190,97	0,6928
0	61,66	170,89	188,15	0,7049								
10	64,64	176,45	194,55	0,7279	55,9	175,9	193,79	0,7167	43,63	174,76	192,21	0,6972
20	67,55	182,06	200,97	0,7502	58,52	181,57	200,3	0,7393	45,84	180,57	198,91	0,7204
30	70,4	187,71	207,42	0,7718	61,06	187,28	206,82	0,7612	47,97	186,39	205,58	0,7428
40	73,19	193,42	213,91	0,7928	63,55	193,02	213,36	0,7824	50,05	192,23	212,25	0,7645
50	75,94	199,18	220,44	0,8134	66	198,82	219,94	0,8031	52,07	198,11	218,94	0,7855
60	78,65	205	227,02	0,8334	68,41	204,68	226,57	0,8233	54,06	204,03	225,65	0,806
80	83,99	216,82	240,34	0,8722	73,14	216,55	239,96	0,8623	57,91	216,03	239,19	0,8454
100	89,24	228,29	253,88	0,9095	77,78	228,66	253,55	0,8997	61,73	228,2	252,89	0,8831
120	94,43	241,21	267,65	0,9455	82,36	241	267,36	0,9358	65,46	240,61	266,79	0,9194
140									69,13	253,23	280,88	0,9544
	5 bar (0,5 MPa) ; Ts= 15,6°C				6 bar (0,6 MPa) ; Ts= 22,°C				7 bar (0,7 MPa) ; Ts= 27,65°C			
Sat	34,82	176,61	194,02	0,6899	29,13	179,09	196,57	0,6878	25,01	181,23	198,74	0,686
20	35,65	179,26	197,08	0,7004								
30	37,46	185,23	203,96	0,7235	30,42	184,01	202,26	0,7068	25,35	182,72	200,46	0,6917
40	39,22	191,2	210,81	0,7457	31,97	190,13	209,31	0,7297	26,76	189	207,73	0,7153
50	40,91	197,19	217,64	0,7672	33,45	196,23	216,3	0,7516	28,1	195,23	214,9	0,7378
60	42,57	203,2	224,48	0,7881	34,89	202,34	223,27	0,7729	29,39	201,45	222,02	0,7595
80	45,78	215,32	238,21	0,8281	37,65	214,61	237,2	0,8135	31,84	213,88	236,17	0,8008
100	48,89	227,61	252,05	0,8662	40,32	227,01	251,2	0,852	34,19	226,4	250,33	0,8398
120	51,93	240,1	266,06	0,9028	42,91	239,57	265,32	0,8889	36,46	239,05	264,57	0,8769
140	54,92	252,77	280,23	0,9379	45,45	252,31	279,58	0,9243	38,67	251,85	278,92	0,9125
160					47,94	265,25	294,01	0,9584	40,85	264,83	293,42	0,9468
	8 bar (0,8 MPa) ; Ts= 32,74°C				9 bar (0,9 MPa) ; Ts= 37,37°C				10 bar (1 MPa) ; Ts= 41,64°C			
Sat	21,88	183,13	200,63	0,6845	19,42	184,81	202,29	0,6832	17,44	186,32	203,76	0,682
40	22,83	187,81	206,07	0,7021	19,74	186,55	204,32	0,6897				
50	24,07	194,19	213,45	0,7253	20,91	193,1	211,92	0,7136	18,37	191,95	210,32	0,7026
60	25,25	200,52	220,72	0,7474	22,01	199,56	219,37	0,7363	19,41	198,56	217,97	0,7259
80	27,48	213,13	235,11	0,7894	24,07	212,37	234,03	0,779	21,34	211,57	232,91	0,7695
100	29,59	225,77	249,44	0,8289	26,01	225,13	248,54	0,819	23,13	224,48	247,61	0,81
120	31,62	238,51	263,81	0,8664	27,85	237,97	263,03	0,8569	24,84	237,41	262,25	0,8482
140	33,59	251,39	278,26	0,9022	29,64	250,9	277,58	0,893	26,47	250,43	276,9	0,8845
160	35,52	264,41	292,83	0,9367	31,38	263,99	292,23	0,9276	28,07	263,56	291,63	0,9193
180	37,42	277,6	307,54	0,9699	33,09	277,23	307,01	0,9609	29,63	276,84	306,47	0,9528
200									31,16	290,26	321,42	0,9851
	12 bar (1,2 MPa) ; Ts= 49,31°C				14 bar (1,4 MPa) ; Ts= 56,09°C				16 bar (1,6 MPa) ; Ts= 62,19°C			
Sat	14,41	188,95	206,24	0,6799	12,22	191,11	208,22	0,6778	10,54	192,95	209,81	0,6758
50	14,48	189,43	206,81	0,6816								
60	15,46	196,41	214,96	0,7065	12,58	194	211,61	0,6881				
80	17,22	209,91	230,57	0,752	14,25	208,11	228,06	0,736	11,98	206,17	225,34	0,7209
100	18,81	223,13	245,7	0,7937	15,71	221,7	243,69	0,7791	13,37	220,19	241,58	0,7656
120	20,3	236,27	260,63	0,8326	17,05	235,09	258,96	0,8189	14,61	233,84	257,22	0,8065
140	21,72	249,45	275,51	0,8696	18,32	248,43	274,08	0,8564	15,77	247,38	272,61	0,8447
160	23,09	263,7	290,41	0,9048	19,54	261,8	289,16	0,8921	16,86	260,9	287,88	0,8808
180	24,43	276,05	305,37	0,9385	20,71	275,27	304,26	0,9262	17,92	274,47	303,14	0,9152
200	25,74	289,55	320,44	0,9711	21,86	288,84	319,44	0,9589	18,95	288,11	318,43	0,9482
220					22,99	302,51	334,7	0,9905	19,96	301,84	333,78	0,98

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg.°K
	Ts _{at} = 171,95°K			Ts _{at} = 177,31°K			Ts _{at} = 180,65°K			Ts _{at} = 183,35°K		
173,15	8,4019	577,99	5,2415									
178,15	8,645	580,29	5,2557	5,7611	580,12	5,2176						
183,15	8,8881	582,64	5,2695	5,9233	582,55	5,2314	4,4404	582,55	5,2038			
188,15	9,1313	585,11	5,2825	6,0855	585,06	5,2448	4,5622	585,06	5,2172	3,6436	585,06	5,1958
193,15	9,3744	587,66	5,2959	6,2477	587,66	5,2578	4,6839	587,62	5,2302	3,7412	587,62	5,2008
198,15	9,6176	590,21	5,3089	6,4099	590,21	5,2708	4,8056	590,21	5,2431	3,8387	590,17	5,2222
203,15	9,8607	592,85	5,3214	6,5721	592,81	5,2837	4,9273	592,81	5,2561	3,9362	592,77	5,3248
208,15	10,1038	595,45	5,3344	6,7343	595,45	5,2963	5,049	595,45	5,2687	4,0338	595,40	5,2477
213,15	10,347	598,13	5,347	6,8965	598,08	5,3089	5,1707	598,08	5,2812	4,1313	598,08	5,2603
218,15	10,5901	600,81	5,3595	7,0587	600,81	5,3214	5,2924	600,76	5,2938	4,2288	600,76	5,2724
223,15	10,8332	603,53	5,3717	7,2208	603,49	5,3336	5,4141	603,49	5,3059	4,3264	603,49	5,2850
228,15	11,0763	606,25	5,3838	7,3830	606,25	5,3457	5,5358	606,25	5,3181	4,4239	606,21	5,2971
233,15	11,3195	609,01	5,3959	7,5451	609,01	5,3578	5,6574	609,01	5,3302	4,5214	608,97	5,3093
238,15	11,5626	611,82	5,4077	7,7073	611,82	5,3700	5,7791	611,78	5,3382	4,6189	611,78	5,3210
243,15	11,8057	614,66	5,4194	7,8694	614,62	5,3817	5,9008	614,62	5,3541	4,7164	614,62	5,3327
248,15	12,0488	617,51	5,4311	8,0315	617,47	5,3934	6,0224	617,47	5,3658	4,8139	617,47	5,3445
253,15	12,2919	620,40	5,4428	8,1937	620,36	5,4047	6,1440	620,36	5,3771	4,9114	620,32	5,3562
258,15	12,535	623,29	5,4541	8,3558	623,29	5,4169	6,2657	623,25	5,3884	5,0089	623,25	5,3675
263,15	12,7781	625,97	5,4654	8,5179	626,22	5,4273	6,3873	626,18	5,3997	5,1064	626,18	5,3788
268,15	13,0213	629,19	5,4768	8,6800	629,15	5,4387	6,5089	629,15	5,4110	5,2039	629,15	5,3901
273,15	13,2644	632,16	5,4867	8,8421	632,16	5,4495	6,6305	632,16	5,4219	5,3031	632,12	5,4006
278,15	13,5075	635,18	5,4985	9,0042	635,18	5,4604	6,7521	635,18	5,4328	5,3988	635,14	5,4119
283,15	13,7506	638,24	5,5094	9,1662	638,24	5,4713	6,8737	638,19	5,4437	5,5963	638,19	5,4227
288,15	13,9937	641,33	5,5203	9,3283	641,29	5,4822	6,9953	641,29	5,4546	5,5937	641,29	5,4332
293,15	14,2368	644,43	5,5308	9,4904	644,35	5,4927	7,1169	644,35	5,4650	5,6912	644,39	5,4441
298,15	14,4799	647,53	5,5412	9,6524	647,53	5,5035	7,2384	647,53	5,4755	5,7887	647,53	5,4546
303,15	14,7229	650,71	5,5517	9,8145	650,71	5,5140	7,3500	650,67	5,4864	5,8861	650,67	5,4640
308,15	14,9660	653,89	5,5622	9,9765	653,89	5,5245	7,4816	653,85	5,4964	5,9836	653,85	5,4755
313,15	15,2091	657,12	5,5726	10,1386	657,08	5,5345	7,6031	657,08	5,5069	6,0810	657,08	5,4860
318,15	15,4522	660,34	5,5831	10,3006	660,34	5,545	7,7246	660,34	5,5174	6,1787	660,30	5,4960
323,15	15,6953	663,61	5,5931	10,4626	663,61	5,555	7,8462	663,61	5,5274	6,2759	663,57	5,5065
328,15	15,9384	666,92	5,6032	10,6246	666,92	5,5655	7,9677	666,87	5,5379	6,3733	666,87	5,5165
333,15	16,1815	670,22	5,6132	10,7866	670,22	5,5756	8,0892	670,22	5,5479	6,4707	670,22	5,5266
338,15	16,4246	673,57	5,6237	10,9486	673,57	5,5852	8,2107	673,57	5,5576	6,5682	673,57	5,5366
343,15	16,6677	676,96	5,6338	11,1106	676,96	5,5957	8,3322	676,92	5,5676	6,6656	676,96	5,5467
348,15							8,4537	680,36	5,5777	6,7630	680,36	5,5567
	Ts _{at} = 185,65°K			Ts _{at} = 187,55°K			Ts _{at} = 189,25°K			Ts _{at} = 190,75°K		
188,15	3,0393	585,06	5,1778	2,6044	585,02	5,1632						
193,15	3,1204	587,58	5,1908	2,674	587,58	5,1766	2,3390	587,58	5,1640	2,0783	587,53	5,1527
198,15	3,2015	590,17	5,2038	2,7435	590,13	5,1895	2,3999	590,13	5,1770	2,1324	590,13	5,1657
203,15	3,2827	592,77	5,2168	2,8131	592,77	5,2025	2,4607	592,73	5,1900	2,1866	592,73	5,1787
208,15	3,3638	595,36	5,2293	2,8827	595,36	5,2151	2,5216	595,36	5,2029	2,2407	595,36	5,1916
213,15	3,4449	598,04	5,2419	2,9522	598,04	5,2276	2,5825	598,04	5,2155	2,2948	598,00	5,2042
218,15	3,5261	600,76	5,2544	3,0218	600,72	5,2402	2,6434	600,62	5,2281	2,3490	600,68	5,2168
223,15	3,6072	603,44	5,2666	3,0913	603,44	5,2528	2,7042	603,44	5,2402	2,4031	603,40	5,2289
228,15	3,6883	606,21	5,2787	3,1609	606,16	5,2649	2,7651	606,16	5,2523	2,4572	606,16	5,2410
233,15	3,7695	608,97	5,2909	3,2305	608,97	5,2770	2,8260	608,93	5,2645	2,5114	608,93	5,2532
238,15	3,8506	611,78	5,3030	3,3000	611,73	5,2888	2,8869	611,73	5,2766	2,5655	611,73	5,2653
243,15	3,9317	614,58	5,3147	3,3696	614,58	5,3005	2,9477	614,58	5,2883	2,6196	614,54	5,2770
248,15	4,0128	617,43	5,3264	3,4391	617,43	5,3122	3,0086	617,43	5,3001	2,6737	617,39	5,2888
253,15	4,0940	620,32	5,3378	3,5086	620,32	5,3239	3,0695	620,27	5,3114	2,7279	620,27	5,3001
258,15	4,1751	623,25	5,3491	3,5782	623,21	5,3352	3,1303	623,21	5,3227	2,7820	623,21	5,3114
263,15	4,2562	626,18	5,3604	3,6477	626,14	5,3465	3,1912	626,14	5,3340	2,8361	626,14	5,3227
268,15	4,3374	629,11	5,3717	3,7173	629,11	5,3574	3,2520	629,10	5,3453	2,8902	629,07	5,3340
273,15	4,4185	632,12	5,3826	3,7868	632,12	5,3687	3,3129	632,08	5,3562	2,9443	632,08	5,3449
278,15	4,4996	635,14	5,3934	3,8563	635,14	5,3796	3,3738	635,10	5,3671	2,9984	635,10	5,3558
283,15	4,5807	638,19	5,4043	3,9259	638,19	5,3905	3,4346	638,15	5,3779	3,0525	638,15	5,3666
288,15	4,6618	641,25	5,4152	3,9954	641,25	5,4014	3,4955	641,25	5,3888	3,1066	641,21	5,3775
293,15	4,7430	644,35	5,4257	4,0649	644,35	5,4119	3,5563	644,35	5,3993	3,1607	644,35	5,3880
298,15	4,8241	647,49	5,4361	4,1345	647,49	5,4227	3,6172	647,49	5,4102	3,2148	647,45	5,3985
303,15	4,9052	650,63	5,4470	4,2040	650,63	5,4332	3,6780	650,63	5,4206	3,2619	650,63	5,4089
308,15	4,9863	653,85	5,4571	4,2735	653,85	5,4437	3,7389	653,81	5,4311	3,3230	653,81	5,4194
313,15	5,0675	657,08	5,4675	4,3430	657,03	5,4537	3,7997	657,04	5,4416	3,3771	657,03	5,4299
318,15	5,1486	660,30	5,4780	4,4126	660,30	5,4642	3,8605	660,30	5,4516	3,4312	660,26	5,4403
323,15	5,2297	663,57	5,4881	4,4821	663,57	5,4742	3,9214	663,57	5,4617	3,4853	663,52	5,4504
328,15	5,3108	666,87	5,4985	4,5516	666,87	5,4843	3,9822	666,83	5,4721	3,5394	666,83	5,4604
333,15	5,3919	670,18	5,5086	4,6211	670,18	5,4943	4,0431	670,18	5,4822	3,5935	670,18	5,4709
338,15	5,473	673,53	5,5182	4,6906	673,53	5,5044	4,1039	673,53	5,4918	3,6475	673,53	5,4805
343,15	5,5541	676,92	5,5283	4,7601	676,92	5,5144	4,1647	676,92	5,5019	3,7016	676,92	5,4906
348,15	5,6353	680,41	5,5383	4,8296	680,31	5,5241	4,2256	680,31	5,5115	3,7557	680,31	5,5006
353,15	5,7164	683,75	5,5479	4,8991	683,75	5,5337	4,2864	683,79	5,5211	3,8098	683,75	5,5102
358,15							4,3472	687,26	5,5312	3,8638	687,22	5,5199

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K
	Ts _{at} = 192,15°K			Ts _{at} = 194,75°K			Ts _{at} = 197,05°K			Ts _{at} = 198,95°K		
193,15	1,8698	587,53	5,1435									
198,15	1,9185	590,09	5,1565	1,5977	590,13	5,1376	1,3685	590,09	5,1230			
203,15	1,9673	592,64	5,1694	1,6384	592,68	5,1506	1,4034	592,64	5,1349	1,2272	592,64	5,1234
208,15	2,0160	595,28	5,1820	1,6790	595,28	5,1636	1,4382	595,24	5,1485	1,2577	595,24	5,1359
213,15	2,0648	597,96	5,1950	1,7197	597,92	5,1761	1,4731	597,92	5,1615	1,2882	597,88	5,1485
218,15	2,1135	600,64	5,2071	1,7603	600,64	5,1887	1,5080	600,60	5,1736	1,3187	600,55	5,1611
223,15	2,1622	603,40	5,2197	1,8009	603,36	5,2008	1,5428	603,36	5,1862	1,3493	603,32	5,1736
228,15	2,2110	606,12	5,2318	1,8416	606,12	5,2134	1,5777	606,08	5,1983	1,3798	606,08	5,1858
233,15	2,2597	608,93	5,2440	1,8822	608,89	5,2251	1,6125	608,84	5,2105	1,4103	608,84	5,1975
238,15	2,3084	611,69	5,2557	1,9228	611,69	5,2373	1,6473	611,65	5,2222	1,4408	611,65	5,2096
243,15	2,3572	614,54	5,2678	1,9634	614,50	5,2490	1,6822	614,50	5,2343	1,4713	614,45	5,2214
248,15	2,4059	617,39	5,2791	2,0040	617,39	5,2607	1,7170	617,34	5,2456	1,5018	617,30	5,2331
253,15	2,4546	620,27	5,2909	2,0447	620,23	5,2720	1,7519	620,23	5,2574	1,5323	620,19	5,2448
258,15	2,5033	623,16	5,3022	2,0853	623,16	5,2833	1,7867	623,12	5,2687	1,5628	623,12	5,2561
263,15	2,5521	626,09	5,3135	2,1259	626,09	5,2946	1,8215	626,05	5,2800	1,5933	626,05	5,2674
268,15	2,6008	629,07	5,3244	2,1665	629,07	5,3059	1,8563	629,24	5,2913	1,6237	629,02	5,2787
273,15	2,6495	632,08	5,3357	2,2071	632,04	5,3172	1,8912	632,04	5,3022	1,6542	632,00	5,2896
278,15	2,6982	635,10	5,3465	2,2477	635,05	5,3281	1,9260	635,05	5,3130	1,6867	635,01	5,3005
283,15	2,7469	638,15	5,3574	2,2883	638,11	5,3386	1,9608	638,11	5,3239	1,7152	638,07	5,3114
288,15	2,7956	641,21	5,3683	2,3289	641,21	5,3495	1,9956	641,17	5,3348	1,7457	641,17	5,3223
293,15	2,8443	644,31	5,3788	2,3695	644,31	5,3604	2,0305	644,26	5,3453	1,7761	644,26	5,3327
298,15	2,8930	647,45	5,3897	2,4101	647,45	5,3708	2,0653	647,40	5,3562	1,8066	647,40	5,3436
303,15	2,9417	650,63	5,4001	2,4507	650,59	5,3813	2,1001	650,59	5,3666	1,8371	650,54	5,3541
308,15	2,9904	653,81	5,4106	2,4913	653,77	5,3918	2,1349	653,77	5,3771	1,8676	653,73	5,3641
313,15	3,0391	656,99	5,4206	2,5319	656,99	5,4022	2,1679	656,99	5,3876	1,8980	656,95	5,3746
318,15	3,0877	660,26	5,4311	2,5725	660,26	5,4123	2,2045	660,22	5,3976	1,9285	660,22	5,3851
323,15	3,1364	663,52	5,4412	2,6131	663,52	5,4227	2,2393	663,48	5,4081	1,9589	663,48	5,3951
328,15	3,1851	666,83	5,4516	2,6537	666,83	5,4328	2,2741	666,79	5,4181	1,9894	666,79	5,4052
333,15	3,2338	670,18	5,4617	2,6943	670,14	5,4428	2,3089	670,14	5,4282	2,0199	670,10	5,4156
338,15	3,2825	673,53	5,4717	2,7348	673,49	5,4529	2,3437	673,49	5,4382	2,0503	673,45	5,4253
343,15	3,3311	676,92	5,4814	2,7754	676,88	5,4629	2,3785	676,88	5,4479	2,0808	676,84	5,4353
348,15	3,3798	680,31	5,4914	2,8160	680,31	5,4726	2,4133	680,27	5,4579	2,1112	680,27	5,4454
353,15	3,4771	687,22	5,5111	2,8566	683,75	5,4826	2,4481	683,70	5,4675	2,1417	683,70	5,4550
358,15	3,4858	690,70	5,5207	2,8971	687,22	5,4922	2,4829	687,26	5,4776	2,1721	687,18	5,4646
363,15				2,9377	690,70	5,5023	2,5176	690,74	5,4876	2,2025	690,70	5,4751
368,15							2,5524	694,21	5,4973			
	Ts _{at} = 200,75°K			Ts _{at} = 202,45°K			Ts _{at} = 205,85°K			Ts _{at} = 208,75°K		
203,15	1,0901	592,60	5,1121	0,9804	592,52	5,1020						
208,15	1,1173	595,20	5,1251	1,0049	595,15	5,1150	0,8026	595,15	5,0932			
213,15	1,1444	597,83	5,1376	1,0293	597,79	5,1276	0,8222	597,75	5,1062	0,6841	597,75	5,0891
218,15	1,1715	600,55	5,1498	1,0538	600,51	5,1401	0,8418	600,43	5,1184	0,7005	600,39	5,1012
223,15	1,1987	603,28	5,1623	1,0782	603,23	5,1523	0,8614	603,19	5,1309	0,7168	603,11	5,1138
228,15	1,2258	606,04	5,1745	1,1027	606,00	5,1644	0,8810	605,96	5,1431	0,7332	605,87	5,1259
233,15	1,2530	608,80	5,1866	1,1271	608,76	5,1766	0,9006	608,72	5,1552	0,7495	608,64	5,1380
238,15	1,2801	611,61	5,1983	1,1515	611,57	5,1883	0,9201	611,52	5,1669	0,7659	611,44	5,1498
243,15	1,3072	614,41	5,2105	1,1760	614,41	5,2004	0,9397	614,33	5,1787	0,7822	614,29	5,1615
248,15	1,3343	617,30	5,2218	1,2004	617,26	5,2121	0,9593	617,22	5,1904	0,7895	617,13	5,1732
253,15	1,3615	620,19	5,2335	1,2248	620,15	5,2235	0,9789	620,11	5,2021	0,8149	620,02	5,1849
258,15	1,3886	623,08	5,2448	1,2492	623,08	5,2348	0,9984	623,04	5,2134	0,8312	622,95	5,1962
263,15	1,4157	626,01	5,2561	1,2737	626,01	5,2461	1,0180	625,93	5,2247	0,8475	625,88	5,2075
268,15	1,4428	628,98	5,2674	1,2981	628,98	5,2574	1,0375	628,90	5,2360	0,8638	628,86	5,2188
273,15	1,4699	632,00	5,2783	1,3225	631,96	5,2683	1,0571	631,91	5,2469	0,8802	631,87	5,2272
278,15	1,4970	635,01	5,2892	1,3469	634,97	5,2791	1,0766	634,93	5,2578	0,8965	634,89	5,2406
283,15	1,5241	638,07	5,3001	1,3713	638,03	5,2900	1,0962	637,98	5,2687	0,9128	637,94	5,2515
288,15	1,5513	641,12	5,3110	1,3957	641,12	5,3009	1,1157	641,04	5,2796	0,9291	641,00	5,2624
293,15	1,5784	644,22	5,3214	1,4201	644,22	5,3118	1,1353	644,18	5,2900	0,9454	644,00	5,2729
298,15	1,6054	647,36	5,3323	1,4445	647,36	5,3223	1,1548	647,28	5,3009	0,9617	647,24	5,2837
303,15	1,6325	650,54	5,3428	1,4689	650,50	5,3327	1,1744	650,46	5,3114	0,9780	650,42	5,2942
308,15	1,6596	653,73	5,3532	1,4933	653,69	5,3432	1,1939	653,64	5,3218	0,9943	653,60	5,3047
313,15	1,6867	656,95	5,3637	1,5157	656,91	5,3537	1,2134	656,87	5,3323	1,0106	656,83	5,3151
318,15	1,7138	660,17	5,3738	1,5421	660,17	5,3641	1,2330	660,13	5,3424	1,0269	660,09	5,3252
323,15	1,7409	663,44	5,3838	1,5665	663,44	5,3742	1,2525	663,40	5,3524	1,0432	663,36	5,3352
328,15	1,7680	666,75	5,3934	1,5909	666,75	5,3842	1,2720	666,71	5,3629	1,0594	666,66	5,3457
333,15	1,7951	670,10	5,4043	1,6152	670,06	5,3943	1,2915	670,01	5,3729	1,0757	669,02	5,3558
338,15	1,8222	673,45	5,4144	1,6396	673,45	5,4043	1,3110	673,40	5,3830	1,0920	673,36	5,3658
343,15	1,8492	676,84	5,4244	1,6640	676,84	5,4144	1,3306	676,50	5,3930	1,1083	676,71	5,3759
348,15	1,8763	680,23	5,4340	1,6884	680,23	5,4240	1,3501	680,19	5,4026	1,1245	680,15	5,3855
353,15	1,9034	683,70	5,4449	1,7127	683,66	5,4340	1,3696	683,62	5,4127	1,1408	683,58	5,3955
358,15	1,9304	687,18	5,4537	1,7371	687,14	5,4437	1,3891	687,10	5,4223	1,1571	687,05	5,4152
363,15	1,9575	690,65	5,4638	1,7615	690,65	5,4537	1,4086	690,91	5,4324	1,1733	690,57	5,4152
368,15	1,9846	694,17	5,4734	1,7858	694,17	5,4634	1,4281	694,13	5,4420	1,1896	694,09	5,4248
373,15							1,4476	697,69	5,4516	1,2058	697,65	5,4345
378,15							1,4671	701,29	5,4617	1,2221	701,25	5,4433

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s m³/Kg	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v kJ/Kg	i kJ/Kg°K	s kJ/Kg°K
	Tsat= 211,55°K			Tsat= 213,85°K			Tsat= 215,95°K			Tsat= 217,95°K		
213,15	0,5854	597,62	5,0778									
218,15	0,5994	600,30	5,0861	0,5238	600,22	5,0731	0,4649	600,14	5,0614	0,4178	600,05	5,0518
223,15	0,6135	603,02	5,0983	0,5361	602,94	5,0853	0,4759	602,90	5,0740	0,4277	602,82	5,0639
228,15	0,6275	605,79	5,1104	0,5484	605,75	5,0978	0,4868	605,66	5,0861	0,4376	605,58	5,0761
233,15	0,6417	608,59	5,1225	0,5607	608,51	5,1069	0,4978	608,47	5,0983	0,4474	608,38	5,0878
238,15	0,6557	611,40	5,1347	0,5730	611,31	5,1217	0,5087	611,23	5,1000	0,4573	611,19	5,0009
243,15	0,6697	614,20	5,1464	0,5853	614,16	5,1334	0,5197	614,08	5,1217	0,4672	614,04	5,1117
248,15	0,6837	617,09	5,1581	0,5976	617,01	5,1452	0,5307	616,97	5,1334	0,4770	616,88	5,1234
253,15	0,6977	619,98	5,1694	0,6099	619,90	5,1565	0,5416	619,86	5,1452	0,4869	619,77	5,1351
258,15	0,7118	622,87	5,1812	0,6222	622,83	5,1682	0,5525	622,79	5,1569	0,4967	622,70	5,1464
263,15	0,7258	625,84	5,1925	0,6435	625,76	5,1795	0,5634	625,72	5,1682	0,5066	625,63	5,1577
268,15	0,7398	628,82	5,2038	0,6667	628,73	5,1908	0,5743	628,69	5,1795	0,5164	628,65	5,1690
273,15	0,7538	631,79	5,2147	0,6590	631,75	5,2017	0,5853	631,70	5,1904	0,5263	631,62	5,1803
278,15	0,7678	634,84	5,2255	0,6713	634,80	5,2126	0,5962	634,76	5,2013	0,5361	634,68	5,1912
283,15	0,7818	637,86	5,2364	0,6835	637,82	5,2235	0,6071	637,78	5,2121	0,5460	637,73	5,2021
288,15	0,7958	640,96	5,2473	0,6958	640,92	5,2343	0,6180	640,83	5,2230	0,5558	640,79	5,2130
293,15	0,8098	644,06	5,2578	0,7080	644,01	5,2448	0,6289	643,97	5,2335	0,5656	643,93	5,2235
298,15	0,8238	647,20	5,2683	0,7203	647,15	5,2553	0,6398	647,11	5,2444	0,5754	647,03	5,2339
303,15	0,8377	650,34	5,2787	0,7325	650,34	5,2662	0,6507	650,25	5,2549	0,5853	650,21	5,2448
308,15	0,8517	653,56	5,2892	0,7448	653,52	5,2766	0,6616	653,48	5,2653	0,5951	653,39	5,2549
313,15	0,8657	656,78	5,2997	0,7570	656,74	5,2867	0,6725	656,70	5,2754	0,6049	656,62	5,2653
318,15	0,8797	660,01	5,3101	0,7693	659,97	5,2971	0,6834	659,92	5,2858	0,6147	659,88	5,2758
323,15	0,8936	663,31	5,3202	0,7815	663,27	5,3072	0,6943	663,23	5,2963	0,6245	663,15	5,2858
328,15	0,9076	666,62	5,3302	0,7937	666,58	5,3172	0,7052	666,54	5,3064	0,6342	666,45	5,2963
333,15	0,9216	669,93	5,3407	0,8060	669,89	5,3277	0,7161	669,85	5,3164	0,6441	669,80	5,3064
338,15	0,9355	673,32	5,3503	0,8182	673,28	5,3378	0,7269	673,20	5,3264	0,6539	673,15	5,3164
343,15	0,9495	676,67	5,3604	0,8304	676,63	5,3474	0,7378	676,59	5,3365	0,6637	676,55	5,3264
348,15	0,9634	680,10	5,3704	0,8426	680,06	5,3574	0,7487	680,02	5,3461	0,6735	679,98	5,3361
353,15	0,9774	683,54	5,38	0,8548	683,50	5,3671	0,7595	683,15	5,3562	0,6833	683,41	5,3461
358,15	0,9913	687,01	5,3897	0,8670	686,97	5,3771	0,7704	686,93	5,3654	0,6931	686,89	5,3558
363,15	1,0053	690,53	5,4001	0,8792	690,49	5,3872	0,7813	690,45	5,3754	0,7028	690,40	5,3654
368,15	1,0192	694,05	5,4098	0,8914	694,00	5,3968	0,7921	693,96	5,3851	0,7126	693,92	5,3750
373,15	1,0332	697,60	5,419	0,9036	697,56	5,4064	0,803	697,52	5,3947	0,7224	697,48	5,3846
378,15	1,0472	701,21	5,4286	0,9158	701,16	5,4156	0,8138	701,12	5,4043	0,7321	701,08	5,3943
							0,8246	704,72	5,4135	0,7419	704,68	5,4035
	Tsat= 221,35°K			Tsat= 224,25°K			Tsat= 226,85°K			Tsat= 229,35°K		
223,15	0,3554	602,65	5,0459									
228,15	0,3636	605,45	5,0581	0,3108	605,33	5,0434	0,2712	605,16	5,0304			
233,15	0,3719	608,26	5,0702	0,3179	608,13	5,0556	0,2775	607,97	5,0426	0,246	607,80	5,0304
238,15	0,3801	611,06	5,0824	0,325	610,90	5,0677	0,2837	610,77	5,0543	0,2516	610,64	5,0426
243,15	0,3884	613,91	5,0941	0,3321	613,74	5,0794	0,2899	613,62	5,0664	0,2571	613,49	5,0547
248,15	0,3966	616,76	5,1058	0,3392	616,63	5,0911	0,2961	616,51	5,0782	0,2626	616,38	5,0664
253,15	0,4049	619,65	5,1175	0,3463	619,56	5,1029	0,3024	619,44	5,0899	0,2682	619,31	5,0778
258,15	0,4131	622,58	5,1288	0,3434	622,49	5,1142	0,3086	622,37	5,1012	0,2737	622,24	5,0892
263,15	0,4214	625,55	5,1401	0,3605	625,42	5,1263	0,3148	625,30	5,1129	0,2793	625,17	5,1012
268,15	0,4296	628,52	5,1519	0,3675	628,40	5,1368	0,3209	628,27	5,1238	0,2848	628,19	5,1121
273,15	0,4378	631,54	5,1627	0,3746	631,41	5,1481	0,3272	631,33	5,1351	0,2903	631,16	5,1234
278,15	0,446	634,59	5,1736	0,3817	634,51	5,159	0,3334	634,38	5,1422	0,2958	634,22	5,1305
283,15	0,4542	637,61	5,1845	0,3887	637,52	5,1699	0,3396	637,40	5,1569	0,3014	637,27	5,1452
288,15	0,4625	640,71	5,1954	0,3958	640,58	5,1807	0,3458	640,50	5,1678	0,3069	640,37	5,156
293,15	0,4707	643,80	5,2059	0,4029	643,72	5,1913	0,352	643,59	5,1787	0,3124	643,51	5,1669
298,15	0,4789	646,94	5,2168	0,4099	646,86	5,2021	0,3582	646,73	5,1891	0,3179	646,65	5,1774
303,15	0,4871	650,13	5,2272	0,417	650,04	5,2126	0,3643	649,92	5,1996	0,3234	649,83	5,1879
308,15	0,4953	653,31	5,2377	0,424	653,22	5,223	0,3705	653,14	5,2101	0,3289	653,02	5,1983
313,15	0,5035	656,53	5,2477	0,431	656,45	5,2331	0,3767	656,36	5,2205	0,3344	656,24	5,2088
318,15	0,5117	659,80	5,2582	0,4381	659,71	5,2435	0,3829	659,63	5,2306	0,3399	659,50	5,2193
323,15	0,5199	663,06	5,2683	0,4451	662,98	5,2536	0,389	662,90	5,2410	0,3454	662,39	5,2293
328,15	0,528	666,37	5,2787	0,4521	666,29	5,2641	0,3952	666,20	5,2511	0,3509	666,12	5,2394
333,15	0,5362	669,72	5,2888	0,4592	669,64	5,2741	0,4014	669,55	5,2611	0,3564	669,47	5,2498
338,15	0,5444	673,07	5,2988	0,4662	672,99	5,2842	0,4075	672,94	5,2712	0,3619	672,82	5,2599
343,15	0,5526	676,46	5,3088	0,4732	676,38	5,2942	0,4137	676,38	5,2812	0,3674	676,21	5,2695
348,15	0,5607	679,89	5,3185	0,4802	679,81	5,3043	0,4198	679,73	5,2913	0,3728	679,64	5,2796
353,15	0,5689	683,33	5,3285	0,4872	683,24	5,3139	0,426	683,16	5,3009	0,3783	683,08	5,2896
358,15	0,5771	686,80	5,3382	0,4942	686,72	5,3235	0,4321	686,64	5,3105	0,3838	686,55	5,2992
363,15	0,5852	690,32	5,3478	0,5012	690,24	5,3331	0,4383	690,15	5,3206	0,3893	690,07	5,3089
368,15	0,5934	693,84	5,3574	0,5081	693,75	5,3428	0,4444	693,67	5,3302	0,3947	693,63	5,3185
373,15	0,6015	697,40	5,3671	0,5152	697,31	5,3524	0,4505	697,23	5,3398	0,4002	697,19	5,3281
378,15	0,6097	701,00	5,3767	0,5222	700,91	5,362	0,4567	700,83	5,3491	0,4056	700,74	5,3378
383,15	0,6178	704,60	5,3859	0,5291	704,51	5,3712	0,4628	704,43	5,3587	0,4111	704,39	5,3474
388,15	0,6259	708,24	5,3955	0,5361	708,16	5,3809	0,4689	708,07	5,3679	0,4165	708,03	5,3566
393,15	0,634	711,92	5,4052	0,5431	711,84	5,3901	0,475	711,76	5,3775	0,422	711,67	5,3662
398,15										0,4274	715,40	5,3754

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °K	^v m³/Kg	ⁱ kJ/Kg	^s kJ/Kg°K	^v m³/Kg	ⁱ kJ/Kg	^s m³/Kg	^v m³/Kg	ⁱ kJ/Kg	^s kJ/Kg°K	^v kJ/Kg	ⁱ kJ/Kg°K	^s kJ/Kg°K
	Ts _{at} = 231,45°K			Ts _{at} = 235,45°K			Ts _{at} = 238,95°K			Ts _{at} = 242,05°K		
233,15	0,2208	607,71	5,0204									
238,15	0,2258	610,52	5,3250	0,1872	610,27	5,0145						
243,15	0,2308	613,37	5,0443	0,1914	613,11	5,0263	0,1633	612,86	5,0108	0,1422	612,61	4,9978
248,15	0,2358	616,26	5,0560	0,1956	616,00	5,0380	0,1669	615,75	5,0225	0,1454	615,50	5,0095
253,15	0,2408	619,19	5,0677	0,1998	618,93	5,0497	0,1705	618,68	5,0342	0,1486	618,43	5,0212
258,15	0,2458	622,12	5,0794	0,2040	621,87	5,0614	0,1741	621,61	5,0459	0,1517	621,36	5,0325
263,15	0,2508	625,05	5,0911	0,2082	624,84	5,0731	0,1777	624,59	5,0577	0,1549	624,34	5,0443
268,15	0,2558	628,06	5,1020	0,2124	627,81	5,0840	0,1814	627,56	5,0685	0,1586	627,35	5,0556
273,15	0,2608	631,08	5,1129	0,2166	630,83	5,0953	0,1850	630,62	5,0798	0,1612	630,36	5,0669
278,15	0,2658	634,09	5,1242	0,2208	633,88	5,1025	0,1886	633,63	5,0874	0,1644	633,42	5,0778
283,15	0,2708	637,19	5,1351	0,2249	636,94	5,1171	0,1921	636,73	5,1020	0,1676	636,52	5,0891
288,15	0,2758	640,29	5,1460	0,2291	640,04	5,1280	0,1957	639,83	5,1129	0,1707	639,62	5,0999
293,15	0,2807	643,39	5,1565	0,2333	643,18	5,1389	0,1993	642,97	5,1238	0,1739	642,76	5,1104
298,15	0,2857	646,57	5,1673	0,2374	646,36	5,1493	0,2029	646,15	5,1343	0,1770	645,94	5,1213
303,15	0,2907	649,71	5,1778	0,2416	649,54	5,1602	0,2065	649,33	5,1452	0,1802	649,12	5,1318
308,15	0,2957	652,93	5,1883	0,2457	652,72	5,1707	0,2101	652,55	5,1556	0,1833	652,35	5,1426
313,15	0,3006	656,16	5,1987	0,2499	655,99	5,1812	0,2136	655,78	5,1657	0,1865	655,61	5,1527
318,15	0,3056	659,42	5,2088	0,2540	659,25	5,1912	0,2172	659,04	5,1761	0,1896	658,88	5,1632
323,15	0,3105	662,31	5,2193	0,2582	662,14	5,2017	0,2208	661,93	5,1862	0,1927	661,77	5,1736
328,15	0,3155	666,04	5,2293	0,2623	665,83	5,2117	0,2244	665,66	5,1967	0,1959	665,49	5,1837
333,15	0,3204	669,39	5,2394	0,2665	669,18	5,2218	0,2279	669,01	5,2067	0,1990	668,84	5,1937
338,15	0,3254	672,74	5,2494	0,2706	672,57	5,2318	0,2315	672,40	5,2168	0,2021	672,23	5,2038
343,15	0,3303	676,13	5,2595	0,2747	675,96	5,2419	0,2350	675,79	5,2268	0,2052	675,62	5,2138
348,15	0,3353	679,56	5,2695	0,2789	679,39	5,2519	0,2386	679,22	5,2368	0,2083	679,06	5,2239
353,15	0,3402	682,99	5,2791	0,2830	682,87	5,2616	0,2421	682,70	5,2465	0,2115	682,53	5,2335
358,15	0,3451	686,51	5,2892	0,2871	686,34	5,2712	0,2457	686,17	5,2565	0,2146	686,01	5,2435
363,15	0,3501	689,98	5,2988	0,2912	689,86	5,2812	0,2492	689,69	5,2662	0,2177	689,52	5,2532
368,15	0,3550	693,54	5,3084	0,2953	693,38	5,2909	0,2527	693,21	5,2758	0,2208	693,08	5,2628
373,15	0,3599	697,10	5,3181	0,2995	696,93	5,3005	0,2563	696,81	5,2850	0,2239	696,64	5,2724
378,15	0,3648	700,70	5,3277	0,3036	700,54	5,3101	0,2598	700,37	5,2950	0,2270	700,24	5,2821
383,15	0,3697	704,30	5,3369	0,3077	704,14	5,3197	0,2633	704,01	5,3047	0,2301	703,88	5,2917
388,15	0,3746	707,95	5,3465	0,3118	707,82	5,3290	0,2669	707,65	5,3143	0,2332	707,53	5,3013
393,15	0,3795	711,63	5,3558	0,3159	711,46	5,3386	0,2704	711,34	5,3235	0,2363	711,21	5,3105
398,15	0,3845	715,31	5,3654	0,3200	715,19	5,3478	0,2739	715,02	5,3331	0,2394	714,90	5,3202
403,15	0,3894	719,00	5,3750	0,3241	718,92	5,3570	0,2774	718,79	5,3424	0,2425	718,62	5,3294
							0,2809	722,57	5,3516	0,2456	722,39	5,3386
	Ts _{at} = 244,75°K			Ts _{at} = 247,30°K			Ts _{at} = 253,05°K			Ts _{at} = 258,05°K		
248,15	0,1287	615,21	4,9978	0,1153	614,96	4,9869						
253,15	0,1316	618,14	5,0095	0,1179	617,89	4,9986	0,0932	617,22	4,9756			
258,15	0,1344	621,11	5,0212	0,1204	620,86	5,0099	0,0953	620,19	4,9873	0,0785	619,40	4,9706
263,15	0,1372	624,08	5,0325	0,1230	623,83	5,0216	0,0974	623,21	4,9986	0,0803	622,41	4,9819
268,15	0,1400	627,10	5,0438	0,1255	626,85	5,0330	0,0994	626,26	5,0103	0,0820	624,47	4,9936
273,15	0,1428	630,16	5,0551	0,1281	629,95	5,0443	0,1015	629,36	5,0216	0,0838	628,56	5,0049
278,15	0,1457	633,17	5,0660	0,1306	632,96	5,0551	0,1036	632,37	5,0325	0,0855	631,66	5,0158
283,15	0,1485	636,97	5,0773	0,1332	636,06	5,0664	0,1056	635,51	5,0438	0,0873	634,80	5,0271
288,15	0,1513	639,41	5,0882	0,1357	639,16	5,0773	0,1077	638,61	5,0547	0,0890	637,98	5,0380
293,15	0,1541	642,55	5,0991	0,1383	642,34	5,0882	0,1098	641,75	5,0656	0,0907	641,21	5,0489
298,15	0,1569	645,73	5,1096	0,1408	645,52	5,0091	0,1118	644,98	5,0765	0,0925	644,43	5,0593
303,15	0,1597	648,91	5,1205	0,1433	648,70	5,1096	0,1139	648,20	5,0874	0,0942	647,70	5,0702
308,15	0,1625	652,14	5,1309	0,1459	651,93	5,1205	0,1159	651,42	5,0978	0,0959	650,92	5,0807
313,15	0,1653	654,98	5,1414	0,1484	654,77	5,1305	0,1180	654,27	5,1087	0,0977	654,23	5,0911
318,15	0,1681	658,67	5,1519	0,1509	658,50	5,1410	0,1200	658,00	5,1192	0,0994	657,54	5,1016
323,15	0,1709	661,97	5,1619	0,1535	661,81	5,1514	0,1221	661,31	5,1292	0,1011	660,84	5,1117
328,15	0,1737	665,32	5,1720	0,1560	665,12	5,1615	0,1241	664,65	5,1397	0,1028	664,19	5,1154
333,15	0,1765	668,67	5,1820	0,1585	668,46	5,1720	0,1261	668,05	5,1498	0,1045	667,59	5,1322
338,15	0,1793	672,02	5,1921	0,1610	671,86	5,1820	0,1282	671,44	5,1598	0,1063	670,98	5,1422
343,15	0,1821	675,46	5,2021	0,1635	675,29	5,1916	0,1302	674,87	5,1699	0,1080	674,45	5,1423
348,15	0,1849	678,89	5,2121	0,1661	678,22	5,2017	0,1322	678,30	5,1799	0,1097	677,88	5,1619
353,15	0,1876	682,36	5,2222	0,1686	682,20	5,2117	0,1343	681,78	5,1900	0,1114	681,36	5,1720
358,15	0,1904	685,84	5,2318	0,1711	685,67	5,2214	0,1363	685,30	5,1996	0,1131	684,83	5,1820
363,15	0,1932	689,36	5,2415	0,1736	689,19	5,2314	0,1383	688,81	5,2092	0,1148	688,39	5,1916
368,15	0,1960	692,92	5,2515	0,1761	692,75	5,2410	0,1403	692,37	5,2193	0,1165	691,99	5,2013
373,15	0,1987	696,47	5,2611	0,1786	696,45	5,2507	0,1423	695,93	5,2289	0,1182	695,55	5,2109
378,15	0,2015	700,07	5,2708	0,1811	699,95	5,2603	0,1443	699,57	5,2385	0,1199	699,20	5,2205
383,15	0,2043	703,72	5,2800	0,1836	703,55	5,2699	0,1464	703,17	5,2477	0,1216	702,84	5,2302
388,15	0,2070	707,36	5,2896	0,1861	707,23	5,2791	0,1484	706,86	5,2574	0,1232	706,48	5,2398
393,15	0,2098	711,04	5,2992	0,1886	710,92	5,2888	0,1504	710,54	5,2670	0,1249	710,21	5,2490
398,15	0,2125	714,77	5,3084	0,1910	714,60	5,2980	0,1524	714,27	5,2762	0,1266	713,93	5,2582
403,15	0,2153	718,50	5,3177	0,1935	718,37	5,3072	0,1544	717,99	5,2854	0,1283	717,66	5,2678
408,15	0,2180	722,26	5,3269	0,1960	722,14	5,3168	0,1564	721,80	5,2950	0,1300	721,47	5,2770
413,15	0,2208	726,03	5,3361	0,1985	725,91	5,3256	0,1584	725,57	5,3038	0,1316	725,24	5,2863
418,15							0,1604	729,42	5,3130	0,1333	729,09	5,2955
423,15							0,1624	733,28	5,3218	0,1350	732,94	5,3047

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K
	Ts _{sat} = 262,20°K			Ts _{sat} = 265,85°K			Ts _{sat} = 269,25°K			Ts _{sat} = 272,48°K		
263,15	0,0680	621,87	4,9639									
268,15	0,0696	626,55	4,9752	0,0602	624,25	4,9605						
273,15	0,0711	627,98	4,9865	0,0615	627,35	4,9722	0,0542	626,72	4,9593	0,0462	626,09	4,9467
278,15	0,0726	631,08	4,9978	0,0629	630,45	4,9835	0,0554	629,86	4,9710	0,0493	629,19	4,9588
283,15	0,0741	634,26	5,0091	0,0642	633,63	4,9949	0,0566	633,00	4,9823	0,0505	632,37	4,9702
288,15	0,0756	637,44	5,0204	0,0656	636,81	5,0062	0,0578	636,23	4,9936	0,0515	635,60	4,9815
293,15	0,0772	640,62	5,0313	0,0669	640,04	5,0170	0,0590	639,45	5,0045	0,0527	633,86	4,9928
298,15	0,0787	643,89	5,0422	0,0683	643,30	5,0279	0,0602	642,76	5,0158	0,0538	642,13	5,0041
303,15	0,0802	647,15	5,0530	0,0696	646,57	5,0388	0,0614	646,02	5,0267	0,0549	645,44	5,0149
308,15	0,0817	650,42	5,0639	0,0709	649,88	5,0497	0,0626	649,33	5,0476	0,0560	648,79	5,0258
313,15	0,0832	653,73	5,0744	0,0723	653,18	5,0606	0,0638	652,68	5,0480	0,0570	652,14	5,0367
318,15	0,0847	657,03	5,0849	0,0736	656,53	5,0711	0,0650	656,03	5,0589	0,0581	655,49	5,0472
323,15	0,0861	660,38	5,0953	0,0749	659,88	5,0815	0,0662	659,38	5,0694	0,0591	658,88	5,0581
328,15	0,0876	663,73	5,1058	0,0762	663,27	5,0920	0,0674	662,77	5,0798	0,0603	662,31	5,0685
333,15	0,0891	667,12	5,1159	0,0776	666,66	5,1020	0,0686	666,20	5,0899	0,0614	665,74	5,0790
338,15	0,0906	670,56	5,1259	0,0789	670,10	5,1125	0,0697	669,64	5,1004	0,0624	669,18	5,0891
343,15	0,0921	673,99	5,1364	0,0802	673,57	5,1225	0,0709	673,11	5,1104	0,0635	672,65	5,0995
348,15	0,0936	677,47	5,1460	0,0815	677,05	5,1326	0,0721	676,59	5,1205	0,0645	676,17	5,1096
353,15	0,0950	680,94	5,1560	0,0828	680,52	5,1426	0,0732	680,10	5,1305	0,0656	679,69	5,1196
358,15	0,0965	686,46	5,1661	0,0841	684,40	5,1527	0,0744	683,62	5,1406	0,0667	683,20	5,1297
363,15	0,0980	688,22	5,1757	0,0854	687,60	5,1623	0,0756	687,18	5,1506	0,0677	686,76	5,1393
368,15	0,0994	691,58	5,1858	0,0867	691,20	5,1724	0,0767	690,78	5,1602	0,0688	690,36	5,1493
373,15	0,1009	695,18	5,1954	0,0880	694,80	5,1820	0,0779	694,38	5,1699	0,0698	694,00	5,1590
378,15	0,1024	698,82	5,2050	0,0893	698,40	5,1916	0,0790	698,02	5,1799	0,0709	697,65	5,1690
383,15	0,1038	702,55	5,2147	0,0906	702,17	5,2013	0,0802	701,79	5,1895	0,0719	701,37	5,1787
388,15	0,1053	706,15	5,2243	0,0918	705,77	5,2109	0,0813	705,39	5,1992	0,0729	705,02	5,1883
393,15	0,1067	709,83	5,2335	0,0931	709,45	5,2205	0,0825	709,12	5,2084	0,0740	708,74	5,1979
398,15	0,1082	713,56	5,2431	0,0944	713,22	5,2302	0,0836	712,84	5,2180	0,0750	712,47	5,2071
403,15	0,1096	717,32	5,2523	0,0957	716,99	5,2394	0,0847	716,61	5,2276	0,0761	716,28	5,2168
408,15	0,1111	721,09	5,2620	0,0969	720,76	5,2486	0,0859	720,42	5,2368	0,0771	720,05	5,2260
413,15	0,1125	724,90	5,2712	0,0982	724,57	5,2582	0,0870	724,23	5,2461	0,0781	723,90	5,2356
418,15	0,1140	728,75	5,2804	0,0994	728,42	5,2674	0,0882	728,08	5,2553	0,0791	727,75	5,2448
423,15	0,1154	732,61	5,2896	0,1007	732,27	5,2766	0,0893	731,98	5,2649	0,0802	731,64	5,2540
428,15	0,1168	736,33	5,2988	0,1020	736,17	5,2858	0,0904	735,87	5,2741	0,0812	735,54	5,2632
433,15	0,1183	740,02	5,3080	0,1033	740,10	5,2950	0,0916	739,81	5,2833	0,0822	739,47	5,2724
							0,0927	743,70	5,2925	0,0832	743,45	5,2816
	Ts _{sat} = 278,25°K			Ts _{sat} = 283,75°K			Ts _{sat} = 287,75°K			Ts _{sat} = 291,85°K		
283,15	0,0412	631,03	4,9501									
288,15	0,0421	634,30	4,9614	0,0353	632,82	4,9429	0,0303	631,58	4,9279			
293,15	0,0431	637,61	4,9727	0,0362	636,27	4,9542	0,0311	634,93	4,9396	0,0270	633,59	4,9249
298,15	0,0440	640,96	4,9840	0,0371	639,66	4,9655	0,0318	638,36	4,9509	0,0277	637,02	4,9363
303,15	0,0450	644,26	4,9949	0,0379	643,05	4,9768	0,0326	641,79	4,9622	0,0285	640,50	4,9521
308,15	0,0459	647,66	5,0062	0,0387	646,44	4,9882	0,0333	645,23	4,9735	0,0292	643,97	4,9593
313,15	0,0469	651,01	5,0170	0,0396	649,88	4,9990	0,0341	648,66	4,9844	0,0299	647,45	4,9706
318,15	0,0478	654,40	5,0279	0,0404	653,31	5,0099	0,0348	652,14	4,9953	0,0306	650,96	4,9815
323,15	0,0487	657,83	5,0384	0,0412	656,74	5,0208	0,0355	655,65	5,0024	0,0313	654,48	4,9877
328,15	0,0496	661,26	5,0493	0,0420	660,22	5,0317	0,0363	659,13	5,0170	0,0319	658,04	5,0032
333,15	0,0505	664,74	5,0597	0,0428	663,73	5,0422	0,0370	662,69	5,0279	0,0326	661,60	5,0141
338,15	0,0514	668,21	5,0702	0,0436	667,25	5,0526	0,0377	666,20	5,0384	0,0332	665,16	5,0250
343,15	0,0522	671,73	5,0803	0,0444	670,77	5,0631	0,0384	669,76	5,0489	0,0339	668,76	5,0355
348,15	0,0532	675,25	5,0907	0,0452	674,33	5,0736	0,0391	673,36	5,0593	0,0345	672,36	5,0459
353,15	0,0541	678,76	5,1008	0,0460	677,88	5,0836	0,0398	676,92	5,0694	0,0351	675,96	5,0564
358,15	0,0550	682,32	5,1108	0,0468	681,44	5,0941	0,0405	680,52	5,0798	0,0358	679,60	5,0664
363,15	0,0559	685,92	5,1209	0,0475	685,04	5,1041	0,0412	686,16	5,0899	0,0364	683,29	5,0769
368,15	0,0568	689,52	5,1305	0,0483	688,69	5,1138	0,0419	687,85	5,0999	0,0370	686,97	5,0786
373,15	0,0577	693,17	5,1406	0,0491	692,33	5,1238	0,0426	691,49	5,1096	0,0377	690,65	5,1012
378,15	0,0586	696,85	5,1502	0,0499	696,01	5,1339	0,0433	695,22	5,1196	0,0383	694,38	5,1071
383,15	0,0595	700,62	5,1598	0,0506	699,82	5,1435	0,0440	699,03	5,1297	0,0390	698,19	5,1167
388,15	0,0604	704,26	5,1694	0,0514	703,47	5,1531	0,0447	702,67	5,1393	0,0396	701,88	5,1263
393,15	0,0612	707,99	5,1791	0,0522	707,23	5,1627	0,0453	706,44	5,1489	0,0402	705,69	5,1364
398,15	0,0621	711,76	5,1887	0,0529	711,00	5,1724	0,0460	710,25	5,1586	0,0408	709,50	5,1460
403,15	0,0630	715,52	5,1983	0,0537	714,81	5,1820	0,0467	714,06	5,1682	0,0414	713,35	5,1556
408,15	0,0639	719,38	5,2075	0,0544	718,66	5,1916	0,0474	717,91	5,1774	0,0420	717,20	5,1648
413,15	0,0647	723,19	5,2172	0,0552	722,52	5,2008	0,0480	721,80	5,1870	0,0426	721,09	5,1745
418,15	0,0656	727,08	5,2264	0,0559	726,41	5,2105	0,0487	725,70	5,1967	0,0432	725,03	5,1841
423,15	0,0665	730,97	5,2356	0,0567	730,30	5,2197	0,0494	729,63	5,2059	0,0438	728,96	5,1933
428,15	0,0673	734,91	5,2448	0,0574	734,24	5,2289	0,0500	733,61	5,2151	0,0444	732,94	5,2029
433,15	0,0682	738,84	5,2540	0,0582	738,22	5,2381	0,0507	737,59	5,2243	0,0450	736,92	5,2121
438,15	0,0690	742,82	5,2632	0,0589	742,19	5,2473	0,0513	741,61	5,2335	0,0456	740,94	5,2214
443,15	0,0699	746,46	5,2724	0,0597	746,21	5,2565	0,0520	745,67	5,2427	0,0462	744,96	5,2306
448,15	0,0708	750,69	5,2816	0,0604	750,23	5,2657	0,0527	749,73	5,2519	0,0467	749,02	5,2398
453,15							0,0533	753,83	5,2611	0,0473	753,12	5,2490
458,15										0,0479	757,22	5,2578

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL REFRIGERANTE FREON 22 (Vapor recalentado)

T °K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K	v m³/Kg	i kJ/Kg	s kJ/Kg°K
	Tsat= 295,55°K			Tsat= 302,55°K			Tsat= 308,25°K			Tsat= 313,65°K		
298,15	0,0244	635,64	4,9207									
303,15	0,0251	639,16	4,9325	0,0200	635,72	4,9103						
308,15	0,0257	642,63	4,9442	0,0206	639,62	4,9220						
313,15	0,0264	646,19	4,9559	0,0212	643,43	4,9341	0,0174	640,41	4,9124			
318,15	0,0270	649,71	4,9672	0,0218	647,11	4,9454	0,0179	644,18	4,9245	0,0151	640,92	4,9036
323,15	0,0276	653,31	4,9785	0,0223	650,75	4,9572	0,0185	647,95	4,9362	0,0156	644,89	4,9161
328,15	0,0282	656,87	4,9898	0,0229	654,44	4,9685	0,0190	651,80	4,9480	0,0160	648,87	4,9283
333,15	0,0289	660,47	5,0007	0,0234	658,12	4,9798	0,0195	655,57	4,9597	0,0165	652,81	4,9404
338,15	0,0295	664,07	5,0116	0,0239	661,85	4,9907	0,0200	659,42	4,9710	0,0170	656,78	4,9521
343,15	0,0301	667,67	5,0225	0,0245	665,53	5,0016	0,0204	663,23	4,9823	0,0174	659,21	4,9639
348,15	0,0306	671,35	5,0330	0,0250	669,26	5,0124	0,0209	667,00	4,9932	0,0178	664,57	4,9752
353,15	0,0312	675,00	5,0438	0,0255	672,99	5,0233	0,0214	670,81	5,0041	0,0183	668,55	4,9865
358,15	0,0318	678,68	5,0543	0,0260	676,71	5,0338	0,0218	674,62	5,0149	0,0187	672,44	4,9978
363,15	0,0324	682,36	5,0644	0,0265	680,44	5,0443	0,0223	678,43	5,0254	0,0191	676,34	5,0087
368,15	0,0330	686,05	5,0748	0,0270	684,21	5,0543	0,0227	682,28	5,0359	0,0195	680,23	5,0191
373,15	0,0335	689,78	5,0849	0,0275	689,94	5,0644	0,0232	686,13	5,0464	0,0199	684,16	5,0296
378,15	0,0341	693,54	5,0949	0,0280	691,78	5,0748	0,0236	689,98	5,0564	0,0203	688,10	5,0410
383,15	0,0347	697,35	5,1050	0,0285	695,64	5,0849	0,0241	693,88	5,0669	0,0207	692,08	5,0505
388,15	0,0352	701,08	5,1146	0,0290	699,45	5,0945	0,0245	697,77	5,0765	0,0211	696,01	5,0606
393,15	0,0358	704,89	5,1242	0,0294	703,30	5,1045	0,0249	701,67	5,0865	0,0215	699,99	5,0711
398,15	0,0363	708,70	5,1343	0,0299	707,19	5,1142	0,0253	705,56	5,0966	0,0219	703,93	5,0811
403,15	0,0369	712,59	5,1439	0,0304	711,09	5,1242	0,0257	709,54	5,1066	0,0223	707,95	5,0911
408,15	0,0375	716,45	5,1535	0,0309	714,98	5,1339	0,0262	713,47	5,1163	0,0226	711,92	5,1008
413,15	0,0380	720,38	5,1632	0,0313	718,92	5,1435	0,0266	717,45	5,1259	0,0230	715,94	5,1104
418,15	0,0386	724,32	5,1728	0,0318	722,89	5,1527	0,0270	721,43	5,1355	0,0234	719,96	5,1205
423,15	0,0391	728,25	5,1820	0,0322	726,87	5,1623	0,0274	725,49	5,1452	0,0237	724,07	5,1301
428,15	0,0396	732,27	5,1916	0,0327	730,68	5,1720	0,0278	729,09	5,1548	0,0241	727,50	5,1397
433,15	0,0402	736,25	5,2008	0,0331	734,91	5,1812	0,0282	733,21	5,1640	0,0244	732,23	5,1493
438,15	0,0407	740,27	5,2101	0,0336	739,01	5,1904	0,0286	737,67	5,1736	0,0248	736,33	5,1586
443,15	0,0413	744,33	5,2193	0,0340	743,07	5,2000	0,0289	741,78	5,1828	0,0251	740,48	5,1682
448,15	0,0418	748,43	5,2285	0,0345	747,18	5,2092	0,0293	745,92	5,1921	0,0255	744,66	5,1774
453,15	0,0423	752,54	5,2377	0,0349	751,32	5,2184	0,0297	750,07	5,2013	0,0258	748,81	5,1866
458,15	0,0429	756,64	5,2469	0,0353	755,42	5,2272	0,0301	754,25	5,2105	0,0261	753,00	5,1962
463,15	0,0434	760,78	5,2557	0,0358	759,61	5,2364	0,0305	758,44	5,2197	0,0265	757,27	5,2054
468,15	0,0438	764,89	5,2649	0,0362	763,76	5,2456	0,0308	762,67	5,2285	0,0267	761,50	5,2147
473,15							0,0312	766,90	5,2373	0,0271	765,72	5,2239
478,15							0,0316	771,17	5,2461	0,0274	769,99	5,2327
483,15							0,0319	775,40	5,2549	0,0277	774,22	5,2419

CONSTANTES TERMODINAMICAS DEL SO₂

Temp. (°C)	Presión		Líquido			Vapor saturado seco			
	Atmósferas	Bars	v' (dm³/Kg)	i' (Kcal/Kg)	s' (Kcal/Kg°C)	v'' (dm³/Kg)	r (Kcal/Kg)	i'' (Kcal/Kg)	s'' (Kcal/Kg°C)
-50	0,118	0,116	0,6423	83,96	0,9340	2490,7	102,22	184,91	1,3877
-45	0,163	0,160	0,6472	85,34	0,9412	1843,6	100,22	185,56	1,3808
-40	0,220	0,216	0,6523	87,00	0,9485	1387,2	99,21	186,21	1,3740
-35	0,294	0,288	0,6575	88,64	0,9556	1058,6	98,21	186,85	1,3680
-30	0,388	0,380	0,6627	90,27	0,9624	818,3	97,20	187,47	1,3621
-25	0,504	0,494	0,668	91,90	0,9690	640,6	96,19	188,09	1,3567
-20	0,648	0,635	0,6739	93,53	0,9755	507,1	95,17	188,70	1,3514
-15	0,823	0,807	0,6798	95,15	0,9819	405,8	94,15	189,30	1,3466
-10	1,034	1,014	0,6859	96,76	0,9879	328,0	93,13	189,89	1,3418
-5	1,286	1,261	0,6916	98,39	0,9942	267,5	92,07	190,46	1,3375
0	1,585	1,554	0,6974	100	1	220,0	91,02	191,02	1,3332
5	1,936	1,898	0,7035	101,63	1,006	182,4	89,94	191,57	1,3293
10	2,347	2,301	0,7097	103,23	1,0115	152,3	88,86	192,09	1,3252
15	2,823	2,768	0,7163	104,85	1,0173	128,0	87,76	192,61	1,3218
20	3,370	3,305	0,7231	106,45	1,0227	108,4	86,65	193,10	1,3183
25	3,997	3,920	0,7301	107,99	1,0282	92,3	85,53	193,52	1,3150
30	4,710	4,619	0,7375	109,65	1,0333	79,0	84,39	194,04	1,3117
35	5,518	5,411	0,7453	111,26	1,0386	68,0	83,23	194,49	1,3087
40	6,427	6,303	0,7536	112,83	1,0434	58,8	82,09	194,92	1,3057
45	7,447	7,303	0,7622	114,41	1,0486	51,1	80,91	195,32	1,3029
50	8,583	8,417	0,7712	116,01	1,0534	44,6	79,71	195,72	1,3001
55	9,848	9,657	0,7808	117,64	1,0584	39,1	78,45	196,09	1,2974
60	11,25	11,030	0,7909	119,23	1,0631	34,4	77,21	196,44	1,2949

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL VAPOR DE MERCURIO

p Atm	T °C	v' m³/Kg	v'' m³/Kg	ρ' Kg/m³	ρ'' Kg/m³	i' Kcal/Kg	i'' Kcal/Kg	r Kcal/Kg	s' Kcal/Kg°C	s'' Kcal/Kg°C
0,0010	119,5	0,0000752	165,9	13298	0,006028	3,96	76,22	72,26	0,0119	0,1959
0,0015	128,0	0,0000753	113	13250	0,00555	4,23	76,94	72,21	0,0126	0,1926
0,002	134,6	0,0000754	56,16	13263	0,01161	4,45	76,61	72,16	0,0132	0,1902
0,003	144,1	0,0000755	58,78	13245	0,01701	4,76	76,86	72,10	0,0139	0,1867
0,004	151,2	0,0000756	44,84	13228	0,02230	4,98	77,03	72,05	0,0145	0,1843
0,006	161,5	0,0000758	30,62	13193	0,03266	5,34	77,32	71,98	0,0152	0,1808
0,008	168,9	0,0000759	23,35	13175	0,04253	5,58	77,52	71,94	0,0158	0,1785
0,010	175,0	0,0000760	18,94	13158	0,05250	5,79	77,69	72,90	0,0163	0,1767
0,015	186,6	0,0000761	12,95	13141	0,07722	6,16	77,98	71,82	0,0171	0,1733
0,02	195,0	0,0000762	9,893	13123	0,1011	6,44	78,20	71,76	0,0178	0,1711
0,03	207,6	0,0000764	6,772	13089	0,1477	6,55	75,53	71,68	0,0186	0,1677
0,04	216,9	0,0000765	5,178	13072	0,1931	7,16	78,78	71,62	0,0193	0,1654
0,05	224,5	0,0000766	4,206	13055	0,2378	7,41	78,98	71,57	0,0198	0,1636
0,06	230,9	0,0000767	3,550	13038	0,2817	7,63	79,16	71,53	0,0202	0,1621
0,08	241,0	0,0000769	2,716	13004	0,3682	7,98	79,44	71,46	0,0208	0,1598
0,10	249,6	0,0000770	2,209	12987	0,4527	8,25	79,66	71,41	0,0213	0,1580
0,12	256,7	0,0000771	1,866	12970	0,5359	8,48	79,84	71,36	0,0218	0,1565
0,14	262,7	0,0000772	1,618	12953	0,6181	8,68	80,00	71,32	0,0222	0,1553
0,16	268,0	0,0000772	1,430	12953	0,6993	8,86	80,14	71,28	0,0225	0,1542
0,18	272,9	0,0000773	1,282	12937	0,7800	9,02	80,27	71,25	0,0228	0,1533
0,20	277,3	0,0000774	1,163	12920	0,8599	9,16	80,38	71,22	0,0231	0,1525
0,25	286,7	0,0000775	0,9464	12903	1,057	9,46	80,62	71,16	0,0236	0,1507
0,30	294,4	0,0000776	0,7995	12887	1,251	9,73	80,84	71,11	0,0241	0,1494
0,35	301,7	0,0000777	0,6941	12870	1,441	9,96	81,02	71,06	0,0245	0,1481
0,40	308,0	0,0000778	0,6140	12853	1,629	10,18	81,19	71,01	0,0249	0,1471
0,50	318,8	0,0000780	0,5003	12821	1,999	10,55	81,49	70,94	0,0255	0,1453
0,60	328,0	0,0000781	0,4234	12804	2,362	10,86	81,74	70,88	0,0260	0,1439
0,70	335,9	0,0000782	0,3677	12768	2,720	11,12	81,94	70,82	0,0265	0,1428
0,80	342,7	0,0000783	0,3253	12771	3,074	11,34	82,01	70,77	0,0269	0,1418
0,90	349,7	0,0000784	0,2922	12755	3,422	11,56	82,29	70,73	0,0272	0,1408
1	355,0	0,0000785	0,2655	12739	3,767	11,76	82,45	70,69	0,0275	0,1400
1,2	365,3	0,0000787	0,2245	12706	4,446	12,11	82,63	70,62	0,0280	0,1386
1,4	374,0	0,0000788	0,1553	12690	5,120	12,38	82,94	70,56	0,0285	0,1375
1,6	381,9	0,0000789	0,1730	12674	5,780	12,64	83,14	70,50	0,0290	0,1366
1,8	389,3	0,0000790	0,1555	12658	6,431	12,90	83,35	70,45	0,0294	0,1357
2	395,8	0,0000791	0,1414	12642	7,072	13,11	83,51	70,40	0,0297	0,1349
2,2	401,7	0,0000792	0,1296	12626	7,716	13,32	83,68	70,36	0,0300	0,1342
2,4	407,4	0,0000793	0,1196	12610	8,347	13,54	83,86	70,32	0,0303	0,1335
2,6	412,5	0,0000794	0,1114	12594	8,977	13,70	83,98	70,28	0,0305	0,1329
2,8	417,5	0,0000794	0,1043	12584	9,588	13,87	84,11	70,24	0,0307	0,1324
3	422,4	0,0000795	0,09798	12579	10,21	14,04	84,25	70,21	0,0309	0,1320
3,5	432,8	0,0000797	0,08524	12547	11,73	14,40	84,53	70,13	0,0315	0,1308
4	442,4	0,0000798	0,07555	12531	13,23	14,74	84,80	70,06	0,0319	0,1298
4,5	451,0	0,0000799	0,06801	12516	14,70	15,03	85,02	69,99	0,0323	0,1289
5	458,9	0,0000801	0,06187	12484	16,16	15,30	85,23	69,93	0,0327	0,1282
5,5	466,3	0,0000802	0,05682	12469	17,56	15,56	85,43	69,87	0,0331	0,1760
6	472,8	0,0000803	0,05254	12453	19,03	15,78	85,59	69,81	0,0334	0,1270
6,5	479,1	0,0000804	0,04891	12433	20,45	15,99	85,75	69,76	0,0337	0,1260
7	485,1	0,0000805	0,04578	12422	21,84	16,20	85,91	69,71	0,0339	0,1258
8	496,3	0,0000806	0,04065	12407	24,60	16,59	86,20	69,61	0,0344	0,1249
9	506,3	0,0000808	0,03660	12376	27,32	16,94	86,47	69,53	0,0349	0,1241
10	515,5	0,0000809	0,03333	12361	30,00	17,25	86,70	69,45	0,0353	0,1234
12	532,3	0,0000812	0,02837	12315	35,25	17,85	87,15	69,30	0,0360	0,1220
14	546,7	0,0000814	0,02475	12285	40,40	18,35	87,51	69,16	0,0366	0,1210
16	559,8	0,0000816	0,02200	12255	45,46	18,81	87,84	69,03	0,0372	0,1201
18	571,4	0,0000818	0,01983	12225	50,43	19,23	88,14	68,91	0,0377	0,1193
20	582,4	0,0000819	0,01808	12210	55,31	19,62	88,42	68,80	0,0381	0,1185
25	606,5	0,0000823	0,01487	12151	67,25	20,46	89,00	68,54	0,0391	0,1170
30	627,1	0,0000827	0,01268	12092	78,86	21,18	89,48	68,30	0,0399	0,1158
35	645,5	0,0000830	0,01109	12048	90,17	21,83	89,91	68,08	0,0406	0,1147
40	661,8	0,0000832	0,00988	12019	101,2	22,41	90,28	67,87	0,0412	0,1138
45	677,0	0,0000835	0,00892	11976	112,1	22,95	90,62	67,67	0,0418	0,1130
50	690,9	0,0000837	0,00815	11947	122,7	23,44	90,91	67,47	0,0423	0,1123

PROPIEDADES TERMODINAMICAS DEL VAPOR DE AMONIACO

Temperat. °C	Presión Atm.abs.	v' dm³/Kg	v'' m³/Kg	ρ' Kg/m³	ρ'' Kg/m³	i' Kcal/Kg	i'' Kcal/Kg	r Kcal/Kg	s' Kcal/Kg °K	s'' Kcal/Kg °K
-76	0,0706	0,001366	13,818	732,1	0,0724	19,9	373,0	353,1	0,6583	2,4498
-74	0,0824	0,001370	11,953	729,8	0,0837	21,9	373,9	352,0	0,6683	2,4363
-72	0,096	0,001375	10,357	727,5	0,0966	23,9	374,8	350,9	0,6781	2,423
-70	0,1114	0,001379	9,009	725,3	0,1110	25,9	375,7	349,8	0,6878	2,4101
-68	0,1257	0,001353	7,870	723,0	0,1272	27,9	376,6	348,7	0,6975	2,3976
-66	0,1455	0,001388	6,882	720,7	0,1453	29,9	377,4	347,5	0,7074	2,3853
-64	0,1706	0,001352	6,049	718,4	0,1655	32,0	378,3	346,3	0,7173	2,3734
-62	0,1954	0,001397	5,324	716,1	0,1878	34,0	379,1	345,1	0,7271	2,3618
-60	0,2233	0,001401	4,699	713,8	0,2128	30,1	380,0	343,9	0,7366	2,3504
-58	0,2543	0,001406	4,161	711,4	0,2403	38,1	380,8	342,7	0,7461	2,3393
-56	0,2889	0,001410	3,693	709,1	0,2708	40,2	381,7	341,5	0,7555	2,3285
-54	0,3272	0,001415	3,288	706,7	0,3041	42,2	382,5	340,3	0,7648	2,3180
-52	0,3697	0,001420	2,933	704,4	0,3409	44,2	383,3	339,1	0,7741	2,3078
-50	0,4168	0,001425	2,623	702,0	0,3812	46,2	384,1	337,9	0,7832	2,2978
-48	0,4686	0,001429	2,351	699,6	0,425	48,4	384,9	336,5	0,7931	2,2880
-46	0,5256	0,001434	2,112	697,2	0,473	50,4	385,7	335,3	0,8021	2,2692
-44	0,5552	0,001439	1,901	694,8	0,526	52,5	386,5	334,0	0,8112	2,2692
-42	0,6568	0,001444	1,715	692,4	0,583	54,6	387,3	332,7	0,8203	2,2600
-40	0,7318	0,001449	1,550	690,0	0,045	56,8	388,1	331,3	0,8295	2,2510
-38	0,5137	0,001455	1,404	687,5	0,712	58,9	388,9	330,0	0,8385	2,2421
-36	0,9028	0,001460	1,274	685,1	0,765	61,0	389,6	328,6	0,8475	2,2336
-34	0,9999	0,001465	1,159	682,6	0,663	63,1	390,4	327,3	0,8565	2,2252
-32	1,1052	0,001470	1,055	680,1	0,948	65,3	391,2	325,9	0,8654	2,2170
-30	1,219	0,001476	0,963	671,7	1,038	67,4	391,9	324,5	0,8742	2,2090
-28	1,342	0,001481	0,8799	675,2	1,136	69,6	392,7	323,1	0,8830	2,2011
-26	1,475	0,001487	0,5056	672,6	1,242	71,7	393,4	321,7	0,8917	2,1934
-24	1,619	0,001492	0,7386	670,1	1,354	73,9	394,1	320,2	0,9003	2,1858
-22	1,774	0,001498	0,6782	667,6	1,474	76,0	394,8	318,8	0,9089	2,1784
-20	1,940	0,001504	0,6235	665,0	1,604	78,2	395,5	317,3	0,5174	2,1710
-18	2,117	0,001510	0,5742	662,4	1,742	80,3	396,1	315,8	0,9259	2,1638
-16	2,309	0,001516	0,5295	659,8	1,889	82,5	396,8	314,3	0,9343	2,1567
-14	2,514	0,001522	0,4889	657,2	2,046	84,7	397,4	312,7	0,9427	2,1498
-12	2,732	0,001528	0,4520	654,6	2,213	86,9	398,1	311,2	0,9511	2,1430
-10	2,966	0,001534	0,4185	652,0	2,390	89,0	398,7	309,7	0,9553	2,1362
-8	3,216	0,001540	0,3873	649,3	2,579	91,2	399,3	308,1	0,9675	2,1296
-6	3,481	0,001546	0,3599	646,7	2,779	93,4	399,9	306,5	0,9757	2,1231
-4	3,761	0,001553	0,3344	644,0	2,991	95,6	400,4	304,8	0,9839	2,1167
-2	4,060	0,001555	0,3110	641,3	3,216	97,8	401,0	303,2	0,9920	2,1103
0	4,379	0,001566	0,2897	638,6	3,452	100,0	401,5	301,5	1,0000	2,1041
2	4,716	0,001573	0,2700	635,8	3,703	102,2	402,0	299,8	1,0080	2,0979
4	5,073	0,001580	0,2553	633,1	3,969	104,4	402,5	298,1	1,0160	2,0919
6	5,450	0,001587	0,2353	630,3	4,250	106,6	403,0	296,4	1,0240	2,0859
8	5,849	0,001594	0,2200	627,5	4,546	108,9	403,5	294,6	1,0319	2,0799
10	6,271	0,001601	0,2058	624,7	4,859	111,1	403,9	292,8	1,0397	2,0741
12	6,715	0,001608	0,1927	621,8	5,189	113,4	404,4	291,0	1,0475	2,0683
14	7,183	0,001616	0,1806	619,0	5,537	115,6	404,8	289,2	1,0553	2,0626
16	7,677	0,001623	0,1694	616,1	5,904	117,9	405,2	287,3	1,0631	2,0570
18	8,196	0,001631	0,1591	613,2	6,289	120,1	405,6	285,5	1,0709	2,0514
20	8,741	0,001639	0,1494	610,3	6,694	122,4	405,9	283,5	1,0785	2,0459
22	9,314	0,001647	0,1405	607,3	7,119	124,7	406,3	281,6	1,0862	2,0405
24	9,915	0,001655	0,1322	604,3	7,564	126,9	406,6	279,7	1,0938	2,0351
26	10,544	0,001663	0,1245	601,3	8,031	129,2	406,9	277,7	1,1014	2,0297
28	11,204	0,001671	0,1174	598,3	8,521	131,5	407,2	275,7	1,1050	2,0243
30	11,895	0,001680	0,1107	595,2	9,034	133,8	407,4	273,6	1,1165	2,0191
32	12,617	0,001689	0,1045	592,1	9,573	136,2	407,7	271,5	1,1241	2,0139
34	13,374	0,001698	0,0986	589,0	10,138	138,5	407,9	269,4	1,1315	2,0087
36	14,165	0,001707	0,0932	585,9	10,731	140,8	408,0	267,2	1,1390	2,0035
38	14,990	0,001716	0,0881	582,7	11,353	143,1	408,2	265,1	1,1464	1,9981
40	15,850	0,001726	0,0833	579,5	12,005	145,5	408,4	262,9	1,1538	1,9933
42	16,747	0,001735	0,0788	576,2	12,689	147,9	408,5	260,6	1,1612	1,9882
44	17,682	0,001745	0,0746	572,9	13,404	150,3	408,6	258,3	1,1686	1,9832
46	18,658	0,001756	0,0707	569,6	14,153	152,6	408,6	256,0	1,1759	1,9781
48	19,673	0,001766	0,0670	566,3	14,936	155,0	408,7	253,7	1,1832	1,9731
50	20,727	0,001777	0,0635	552,9	15,756	157,4	408,7	251,3	1,1904	1,9681

CONSTANTES TERMODINAMICAS DEL CO₂

Temp. (°C)	Presión		Líquido			Vapor saturado seco			
	Atmósferas	Bars	v'	i'	s'	v''	r	i''	s''
			(dm ³ /Kg)	(Kcal/Kg)	(Kcal/Kg°C)	(dm ³ /Kg)	(Kcal/Kg)	(Kcal/Kg)	(Kcal/Kg°C)
-50	6,97	6,83	0,867	75,00	0,9020	55,407	80,56	155,57	1,2631
-45	8,49	8,32	0,881	77,30	0,9120	45,809	78,59	155,89	1,2563
-40	10,25	10,05	0,897	79,59	0,9218	38,164	76,58	156,17	1,2503
-35	12,26	12,02	0,913	81,80	0,9314	32,008	74,51	156,39	1,2443
-30	14,55	14,27	0,931	84,19	0,9408	27,001	72,37	156,56	1,2385
-25	17,14	16,81	0,950	86,53	0,9501	22,885	70,14	156,67	1,2328
-20	20,06	19,67	0,971	88,93	0,9594	19,466	67,79	156,78	1,2272
-15	23,34	22,79	0,994	91,44	0,969	16,609	65,26	156,70	1,2218
-10	26,99	26,47	1,019	94,09	0,9787	14,194	62,51	156,60	1,2163
-5	30,51	30,45	1,048	96,91	0,989	12,141	59,5	156,41	1,2109
0	35,54	34,85	1,081	100,00	1	10,383	56,13	156,13	1,2055
5	40,50	39,71	1,120	103,10	1,0103	8,850	52,35	155,45	1,1985
10	45,95	45,06	1,166	106,50	1,0218	7,519	48,09	154,59	1,1917
15	51,93	50,92	1,223	110,10	1,034	6,323	43,07	153,17	1,1835
20	58,46	57,33	1,297	114,00	1,0468	5,269	37,1	151,10	1,1734
25	65,59	64,32	1,409	118,80	1,0628	4,232	28,53	147,33	1,1585
30	73,34	71,92	1,680	125,90	1,0854	2,979	15,05	140,95	1,1351
35	74,96	73,51	2,156	133,50	1,1098	2,156	0	133,50	1,1098

INDICE

I.- SISTEMAS TERMODINAMICOS

Introducción a la Termodinámica.- Sistemas macroscópicos	1
Ecuaciones de estado	3
Superficies de estado	4
Coeficientes de dilatación, piezotérmico y compresibilidad	7
Ecuación de estado de un gas perfecto	8
Expresiones matemáticas que definen un gas perfecto	10
Relación entre la unidad de masa y el mol.- Leyes de Dalton y Amagat	11

II.- GASES REALES

Concepto de gas real	15
Ecuaciones de estado de los gases reales	16
Fluidos condensables	19
Proyecciones de la superficie (p,v,T).- Diagramas de fases	20
Factor de compresibilidad	22
Curva y temperatura de Boyle	23
Otras ecuaciones del comportamiento de los gases reales	24

III.- CORRELACIONES GENERALIZADAS

Aplicación de la ecuación del virial.- Ecuaciones cuadradas	27
Ecuaciones de estado cúbicas	28
Correlaciones generalizadas para gases	29
Técnicas de iteración	29
Factor acéntrico	32
Método gráfico	33
Método analítico	37
Correlaciones generalizadas para líquidos	38

IV.- CALOR Y TRABAJO

Naturaleza física del calor.	39
Capacidad calorífica y Calor específico	40
Calores específicos de los gases	41
Trabajo de expansión de un gas; casos particulares	44
Trabajo de expansión en sistemas gaseosos; transformaciones reversibles e irreversibles	45
El calor de reacción estándar	47
El calor de formación estándar	48
El calor de combustión estándar	50

V.- PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA	
Introducción al Primer Principio	55
El Primer Principio y los sistemas cerrados	56
Balance de energía de un sistema estacionario	58
Ecuaciones energéticas de un sistema	59
Coeficientes calorimétricos de un sistema homogéneo	60
Transformaciones adiabáticas	62
Teorema de Reech	63
Transformaciones politrópicas; índice de politropía	64
Transformaciones a volumen constante	66
Transformaciones a presión constante; concepto de entalpía	66
Transformaciones isotérmicas	67
Trabajo de rozamiento	68
VI.- APLICACIONES DEL PRIMER PRINCIPIO A SISTEMAS ABIERTOS	
Energía de una corriente fluida	69
Energía almacenada en un sistema abierto	70
Balance energético de un sistema aislado	71
Ecuación energética de un fluido en régimen estacionario	72
Procesos de calentamiento y enfriamiento	74
Procesos en tubos aislados, toberas y difusores	74
Turbinas y compresores	75
Efecto Joule Kelvin; líneas isoentálpicas y curva de inversión	76
Ecuación de Bernoulli	80
Formulación de Saint.-Venant	80
Formulación de Torricelli	80
Formulación de Navier para expansión isoterma	81
Formulación de Weisbach y Grashoff	81
Formulación de Zeuner	81
Flujos no estacionarios	82
VII.- SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA	
Introducción	83
Transformaciones monoterms	84
Transformaciones cíclicas con dos fuentes térmicas	85
Ciclo de Carnot	87
Función entropía.- Teorema de Clausius	90
Variación de la entropía en procesos reversibles	92
Entropía de una mezcla de gases ideales	94
Diagrama entrópico; aplicaciones	95
Ciclo de Carnot en el diagrama entrópico	98
Aprovechamiento de un salto térmico; ciclos con irreversibilidades térmicas externas; ciclo de Carnot	99
Energía utilizable en las transformaciones cíclicas	100
Ciclos con irreversibilidades internas	101

VIII.- LEYES DEL EQUILIBRIO DE LAS TRANSFORMACIONES REALES	
Sistemas térmicamente aislados	103
Sistemas a temperatura y volumen constantes	103
Sistemas a presión y temperatura constantes	105
Trabajo técnico	106
Ecuaciones de Maxwell	109
Potencial químico	110
Ecuación de Clausius.-Clapeyron	112
Cambios de fase de Primer Orden	113
Cambios de fase de Segundo Orden; ecuaciones de Ehrenfest	116
Aplicaciones conjuntas de los dos Primeros Principios Termodinámicos	117
IX.-RENDIMIENTO Y EXERGÍA	
Coeficiente de calidad, rendimiento mecánico y total	123
Determinación del coeficiente de calidad mediante el diagrama entrópico	124
Potencia indicada, potencia útil, consumo de combustible y coste de la energía producida	126
Concepto de Exergía	127
Concepto de medio ambiente	128
Concepto de estado muerto	129
Cálculos de la exergía	129
Balance de exergía para sistemas cerrados	132
Transferencia de exergía	134
Exergía de flujo	135
Balance de exergía en un volumen de control	137
Eficiencia exergética en turbinas	138
Eficiencia exergética en bombas y compresores	139
Eficiencia exergética en intercambiadores de calor de superficie	139
Eficiencia exergética en intercambiadores de calor de mezcla	140
X.- FLUJO COMPRESIBLE	
Relaciones entre el coeficiente adiabático y la velocidad del sonido en un fluido compresible	141
Formulación de Hugoniot	143
Derrame por toberas	146
Condiciones críticas	148
Estudio de una corriente fluida en una tobera Laval	150
Método gráfico de Kolb	152
Flujo isoentrópico de un gas perfecto	154
Onda de choque normal	156
Líneas de Rayleigh y Fanno	157
Otras expresiones de las líneas de Rayleigh y Fanno, en coordenadas (i-s)	162
Línea de Fanno	162
Línea de Rayleigh	165
Flujo adiabático en conductos de sección constante, con rozamiento	167
Bloqueo debido a la fricción	170

Flujo sin rozamiento por el interior de conductos con transferencia de calor	172
Flujo isotermo permanente en tuberías largas	174
Aerodinámica compresible subsónica y transónica	176
Aerodinámica supersónica	179
Aerodinámica hipersónica	182
Tablas	185
XI.- CICLOS DE MAQUINAS TERMICAS QUE FUNCIONAN CON GAS	
Ciclo de Carnot	201
Ciclos de igual rendimiento al de Carnot	202
Ciclo Stirling	202
Ciclo Ericsson	205
Ciclos de turbinas de gas	209
Turbina de combustión interna; ciclo de Atkinson	209
Turbina de combustión interna; ciclo Brayton	210
Ciclo Otto.-Beau de Rochas de aire estándar	215
Motor de 2 tiempos	217
Trabajo de compresión	219
Trabajo de expansión	220
Par motor	221
Temperatura y presión alcanzados por la combustión	221
Ciclo Diesel de aire estándar	222
Ciclo Semidiesel.-Sabathe	224
XII.- PROPIEDADES TERMODINAMICAS DE LOS FLUIDOS CONDENSABLES	
Estudio de los fluidos condensables	227
Estudio calorimétrico del vapor de agua	230
Diagrama de Izart	232
Diagrama de Mollier	233
XIII.- CICLOS DE MAQUINAS TERMICAS	
Introducción y clasificación de las máquinas térmicas	239
Ciclo de Carnot	240
Ciclo Rankine; irreversibilidades	241
Ciclo Rankine con sobrecalentamiento y recalentamiento	244
Ciclos de regeneración	247
Temperaturas óptimas de extracción	252
Ciclos binarios	254
Expansión en cilindros de trabajo	257
Ciclos Compound	259
XIV.- CICLOS DE REFRIGERACION POR COMPRESION	
Técnicas y sistemas de producción de frío	261

Clasificación	262
Coeficientes de efecto frigorífico	264
Máquinas frigoríficas de aire; ciclo teórico	266
Ciclos reales	267
Ciclo de gas con regenerador	269
Ciclo de Carnot de un fluido condensable	270
Máquinas frigoríficas de fluidos condensables.- Ciclos con expansión isentálpica	272
Compresión en régimen húmedo	272
Compresión en régimen seco	272
Sistemas de multicompresión con refrigeración intermedia	274
Compresión múltiple directa	274
Formas de obtener el enfriamiento intermedio	275
Refrigeración intermedia exterior	275
Inyección parcial de fluido frigorígeno	276
Inyección directa de fluido frigorígeno	276
Sistemas de doble compresión y doble laminación con enfriador intermedio y separador de líquido	277
Enfriador intermedio de tipo cerrado con ciclo de inyección parcial	277
Enfriador intermedio de tipo abierto con ciclo de inyección total	278
Compresores	279
Sistemas de compresión múltiple indirecta; refrigeración en cascada	281
Expansión múltiple. Instalaciones con suministro de refrigerante a distintas temperaturas	283
Compresión simple	283
Compresión doble directa	284
Ciclos con doble laminación; separador de líquido y refrigeración exterior	286
Ciclo con doble laminación y barboteo y refrigeración exterior	288
Principio de funcionamiento de la bomba de calor	290
Bomba de calor asistida por colectores solares	295
 XV.- CICLOS DE MAQUINAS FRIGORIFICAS NO CONVENCIONALES	
Máquinas frigoríficas de eyector	297
Frigoríficos de absorción	298
Frigorífico Servel.-Electrolux	303
Refrigeración solar por absorción	305
Bomba de calor por absorción	308
 XVI.- CRIOGENIA	
El fenómeno de la estrangulación	311
Curvas y coeficiente de inversión	313
Determinación del calor específico a presión constante de un gas	316
Aplicación del efecto Joule.-Kelvin a la ecuación de Van der Waals	317
Licuación de gases	321
Licuación del aire por el método Linde	324
Proceso Linde con presión intermedia supercrítica	330
Proceso Linde con presión intermedia subcrítica	334
Licuación por el método Claude	337

XVII.- CICLOS DE AIRE ACONDICIONADO

Introducción	341
Condiciones de ventilación	343
Aire húmedo	345
Punto de rocío	345
Tablas de propiedades termodinámicas del aire	346
Humedad relativa	347
Humedad específica	349
Grado de saturación	349
Entalpía del aire	350
Entalpía del aire húmedo y del aire seco	350
Entalpía del aire por debajo del punto de rocío, y del punto de congelación	351
Peso del aire seco y del aire húmedo	352
Psicrómetros	352
Diagrama de Mollier del aire húmedo	354
Mezcla de dos corrientes de aire en régimen permanente	357
Proceso de saturación adiabática	359
Mezcla adiabática	361
Transformaciones del aire húmedo	364
Procesos de acondicionamiento de aire	364
Carga térmica de un local	365
Calentamiento y refrigeración del aire sin variación de la humedad específica	365
Enfriamiento con deshumidificación	366
Deshumidificación con calentamiento	367
Enfriamiento por evaporación	368
Calentamiento con humidificación	370
Torres de enfriamiento	371
Equipos de aire acondicionado	372
Instalaciones de aire acondicionado	373
Cálculo de instalaciones	374
Acondicionamiento de aire en invierno sin recirculación	375
Acondicionamiento de aire en invierno con recirculación	376
Acondicionamiento de aire en verano sin recirculación	377
Acondicionamiento de aire en verano con recirculación	379

XVIII.- COMBUSTION

Introducción	387
Balances de materia en las combustiones completas; reacciones químicas	388
Características de los combustibles	389
Calores de reacción y potencia calorífica	390
Combustión estequiométrica	390
Cálculo del poder comburívoro	390
Volumen de aire mínimo por Kg de combustible	392
Cálculo del poder fumígeno	393
Combustión con exceso o con defecto de aire	395

Diagrama de Ostwald	398
Estudio de las isolíneas del Diagrama de Ostwald	399
Utilización del diagrama de Ostwald	402
Construcción del diagrama de Ostwald	403
Tablas y diagramas	407
Tablas de conversión de unidades	
Bibliografía	432
INDICE	